

Hans Walser, [20190928]

9-Eck

Anregung: Jörg Meyer, Hameln, und Hartmut Müller-Sommer, Vechta

1 Worum geht es?

Mit Hilfe einer Hyperbel wird ein regelmäßiges 9-Eck konstruiert. Schlüssel zur Konstruktion ist die Winkeldrittung nach Bolyai.

Nach einem Satz von Gauß ist ein regelmäßiges 9-Eck nicht mit Zirkel und Lineal konstruierbar.

2 Vorgehen

Wir beginnen mit der Hyperbel $y = \frac{1}{x}$ (Abb. 1). Es genügt der Ast im ersten Quadranten.

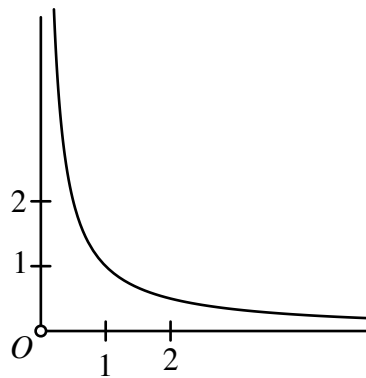


Abb. 1: Hyperbel

Die Hyperbel schneiden wir mit dem Kreis mit dem Ursprung O als Zentrum dem Radius 2 (Abb. 2). Die beiden Schnittpunkte nennen wir A_1 und A_2 .

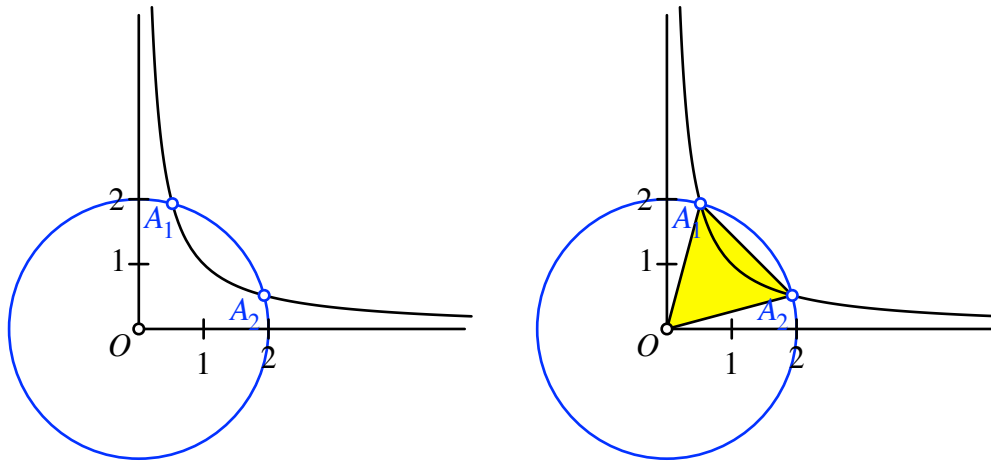


Abb. 2: Schnitt mit Kreis mit Radius 2. Gleichseitiges Dreieck

Zwischenbemerkung: Die beiden Schnittpunkte bilden zusammen mit dem Ursprung ein gleichseitiges Dreieck.

Um A_1 zeichnen wir einen Kreis mit dem Radius 4 und schneiden diesen Kreis mit der Hyperbel in B_1 gemäß Abbildung 3.

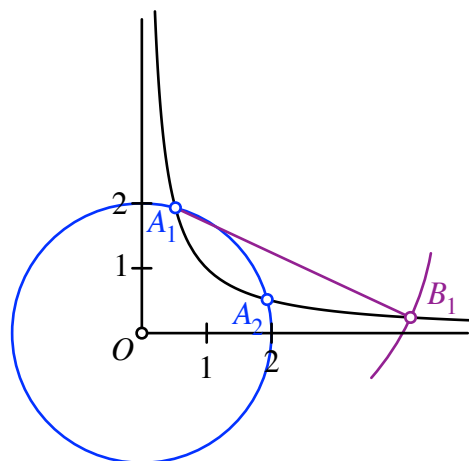


Abb. 3: Kreis mit Radius 4

Den Mittelpunkt C_1 der Strecke A_1B_1 verbinden wir mit dem Ursprung O (Abb. 4).

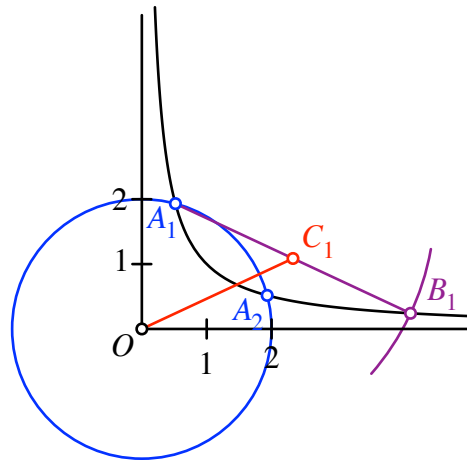


Abb. 4: Mittelpunkt

Nun wiederholen wir spiegelbildlich das Prozedere mit dem Punkt A_2 (Abb. 5).

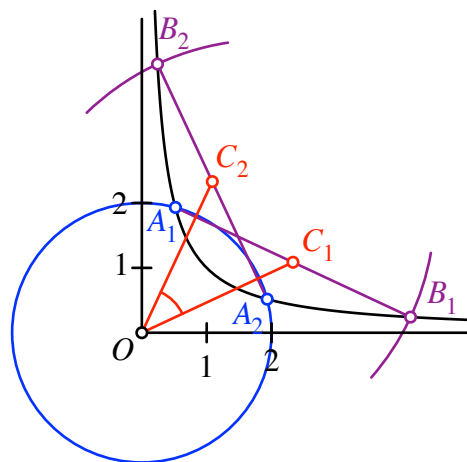


Abb. 5: Spiegelbildliches Vorgehen

Der Winkel $\sphericalangle C_1OC_2$ misst exakt 40° und ist der Zentriwinkel des gesuchten regelmäßigen 9-Ecks (Abb. 6).

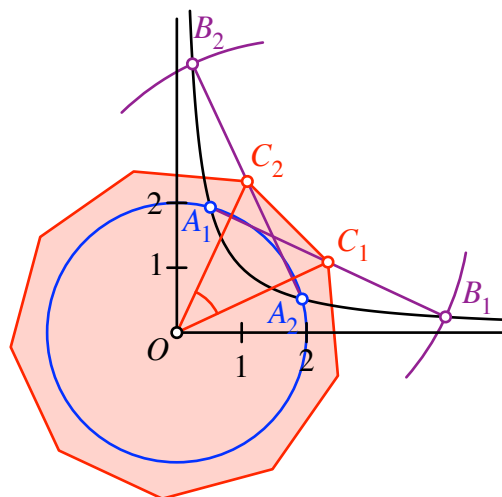


Abb. 6: Regelmäßiges 9-Eck

3 Hintergrund

Gemäß der Zwischenbemerkung über das gleichseitige Dreieck und einer Symmetrieüberlegung hat die Strecke OA_1 gegenüber der x -Achse einen Steigungswinkel 75° . Das weitere Vorgehen ist die Winkeldrittung nach Bolyai. Daher hat die Strecke OC_1 gegenüber der x -Achse einen Steigungswinkel 25° . Analog hat die Strecke OC_2 gegenüber der y -Achse einen Winkel 25° . Dazwischen bleiben 40° .

Websites

Hans Walser: Gleichseitiges Dreieck?

www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/G/Gleichseitiges_Dreieck/Gleichseitiges_Dreieck.htm