

Hans Walser, [20150721]

Astroiden

1 Motivation

Ich wollte ein Oktaeder zeichnen, ohne die acht Seiten einzeln behandeln zu müssen. Mir schwebte so etwas vor wie die Parameterdarstellung der Kugel mit geografischen Koordinaten u und v , also:

$$\vec{x}(u,v) = \begin{bmatrix} \cos(u)\cos(v) \\ \cos(u)\sin(v) \\ \sin(u) \end{bmatrix}; \quad u \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], v \in [-\pi, \pi]$$

2 Die Lösung

Wir arbeiten mit einem Steuerparameter p wie folgt:

$$\vec{x}(u,v) = \begin{bmatrix} \frac{\cos(u)\cos(v)}{|\cos(u)\cos(v)|^p} \\ \frac{\cos(u)\sin(v)}{|\cos(u)\sin(v)|^p} \\ \frac{\sin(u)}{|\sin(u)|^p} \end{bmatrix}; \quad u \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], v \in [-\pi, \pi]$$

Nachfolgend das zugehörige Maple-Programm:

```
restart: with(plots): with(plottools):
p:=-1: # Steuerparameter
Figur:=plot3d([cos(u)*cos(v)/abs(cos(u)*cos(v))^p,
cos(u)*sin(v)/abs(cos(u)*sin(v))^p,
sin(u)/abs(sin(u))^p], u=-Pi/2..Pi/2, v=-Pi..Pi,
grid=[13, 25], color=red, style=patch):
display([Figur], scaling=constrained, orientation=[30,
60, 0], lightmodel=light4);
```

Für den eingestellten Steuerparameter $p = -1$ ergibt sich das gesuchte Oktaeder.

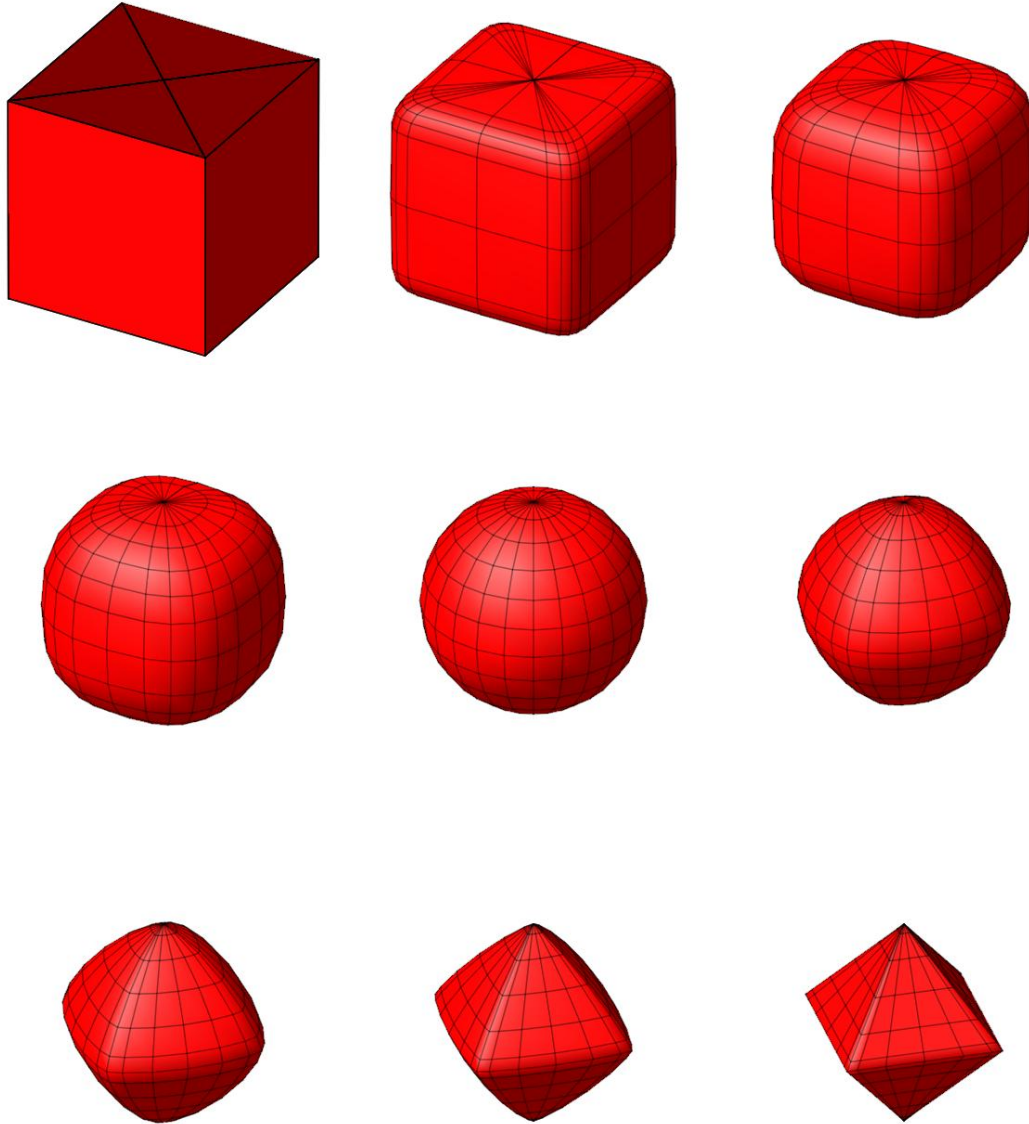
Für $p = 0$ ergibt sich die Kugel.

Für $p = 1$ erhalten wir den Würfel.

Für $p = -2$ ergibt sich die Astroide (glaube ich).

3 Beispiele

Wir variieren den Steuerparameter p von 1 bis -3.25 in absteigenden Viertelschritten (Abbildung 1).



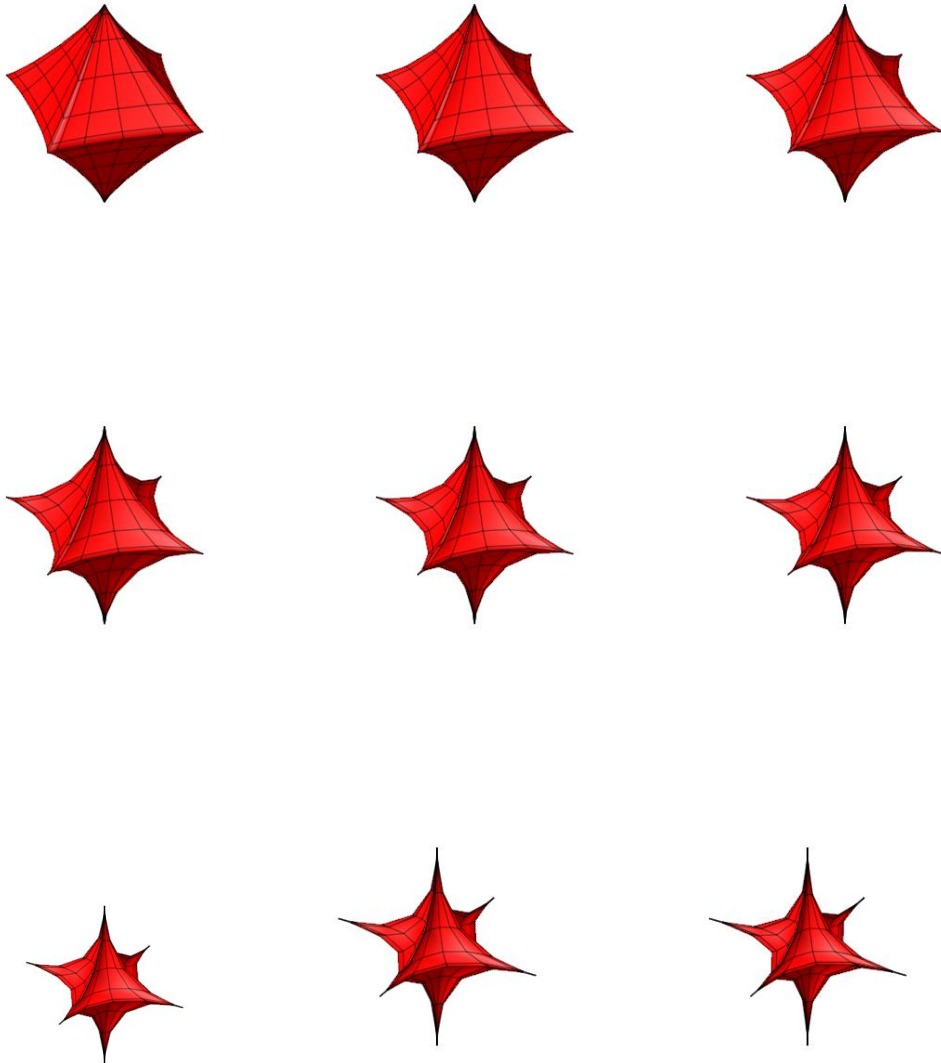


Abb. 1: Variation des Steuerparameters

Die Abbildung 2 zeigt die Astroide in besserer Ausführung.

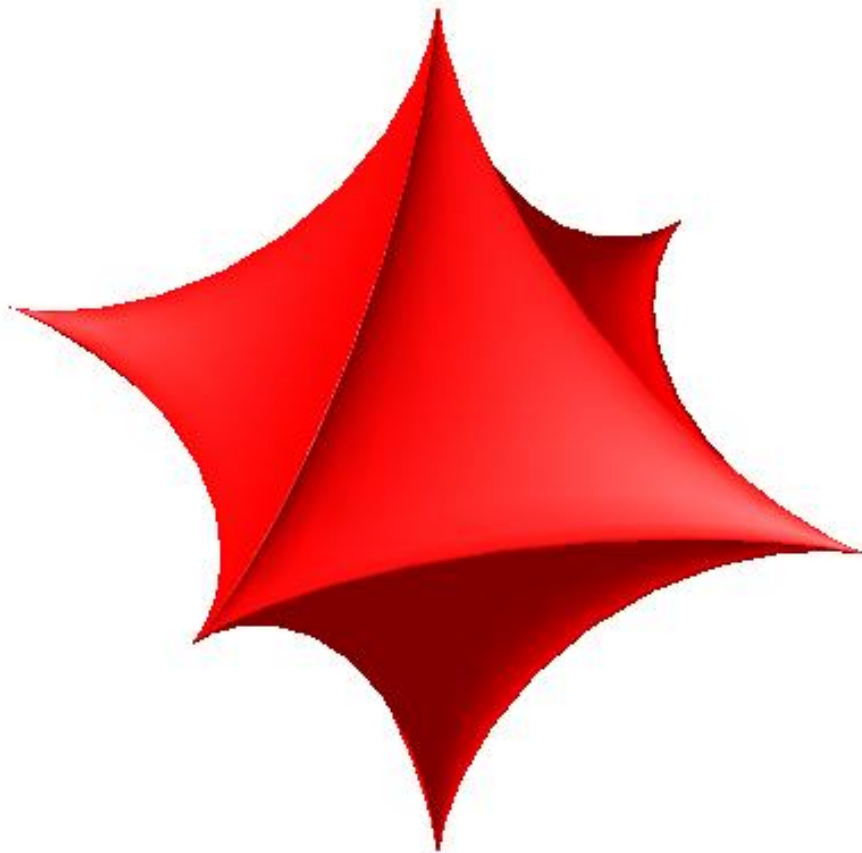


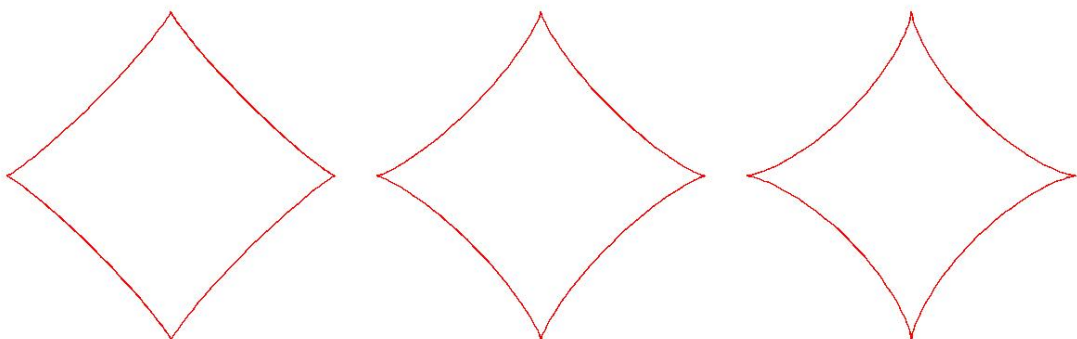
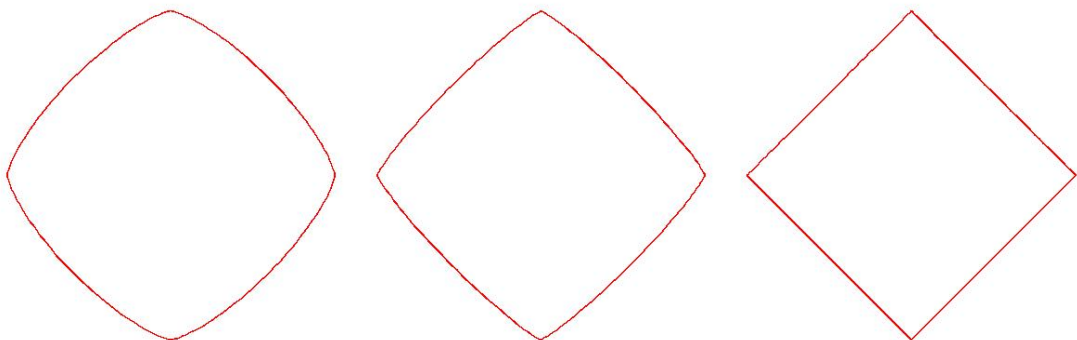
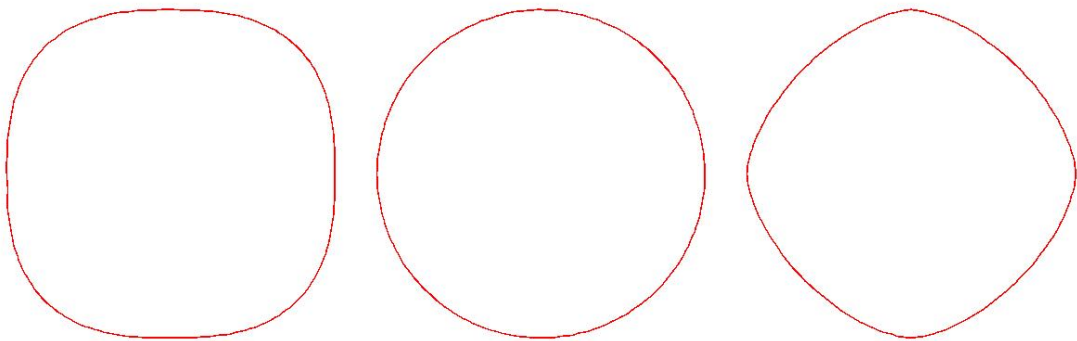
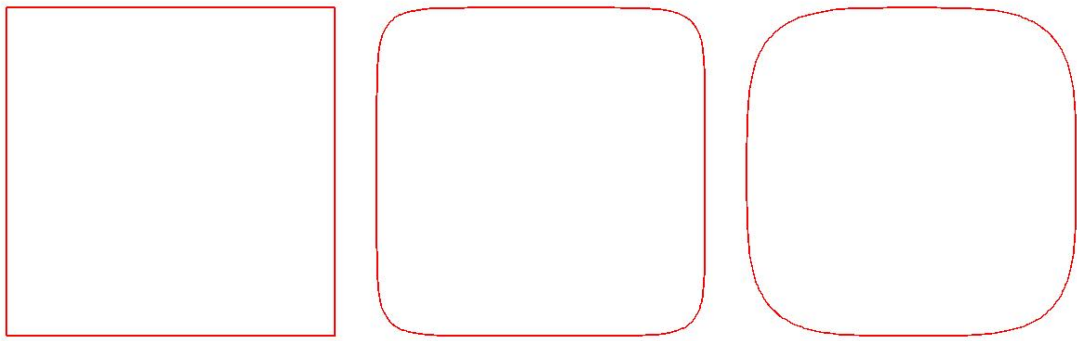
Abb. 2: Astroide

4 In der Ebene

In der Ebene arbeiten wir analog mit:

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{\cos(t)}{|\cos(t)|^p} \\ \frac{\sin(t)}{|\sin(t)|^p} \end{bmatrix}; \quad t \in [-\pi, \pi]$$

Für die gleichen Parameterwerte wie oben ergeben sich die Figuren der Abbildung 3.



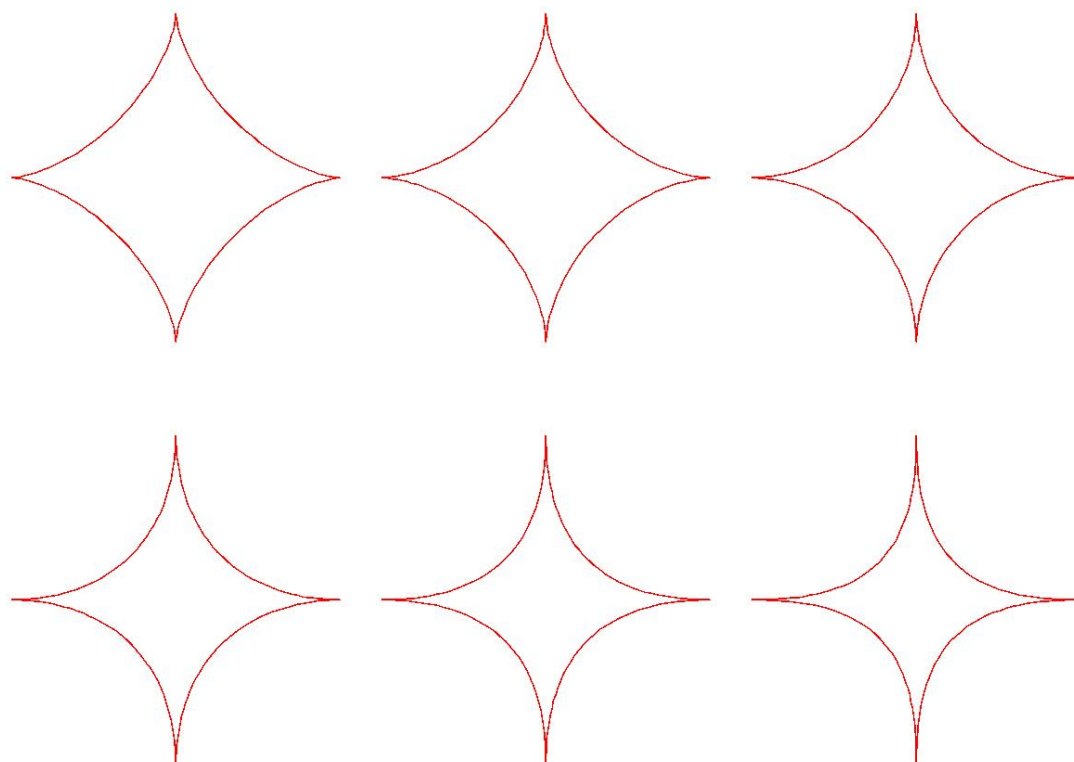


Abb. 3: Variation des Steuerparameters in der Ebene