

Hans Walser, [20200228]

## Dreiecke und Quadrate

Idee und Anregung: [Thomas Jahre, Serie 53 – 632. Aufgabe](#)

### 1 Problemstellung

„Sind die Kanten der gleichseitigen Dreiecke und der Quadrate, die du ausgeschnitten hast, alle gleich groß?“, fragte Bernd seine Schwester.

„Ja, die haben alle die gleiche Kantenlänge. Ich lege daraus Figuren und ermittle die Anzahl der Ecken. Ich nehme so viele von den Dreiecken oder Quadraten wie ich möchte. Schön Kante an Kante legen.“

Quadrat + Quadrat ergibt ein Rechteck, das hat 4 Ecken. Dreieck + Dreieck ergibt ein Rhombus, das hat auch 4 Ecken. Ein Quadrat + ein Dreieck ergibt ein 5-Eck, das, wie der Name sagt, 5 Ecken hat. Was man kombiniert, ist beliebig, die Figur darf aber keine Löcher haben und soll konvex sein.

Bernd meint, aus den vielen Dreiecke und Quadraten ließe sich bestimmt jedes konvexe  $n$ -Eck legen ( $n > 2$ ), wenn man nur lange genug probiert. Hat er Recht?

### 2 Bearbeitung

Die Abbildung 1 zeigt exemplarisch Beispiele für die Eckenzahlen von 3 bis 12.

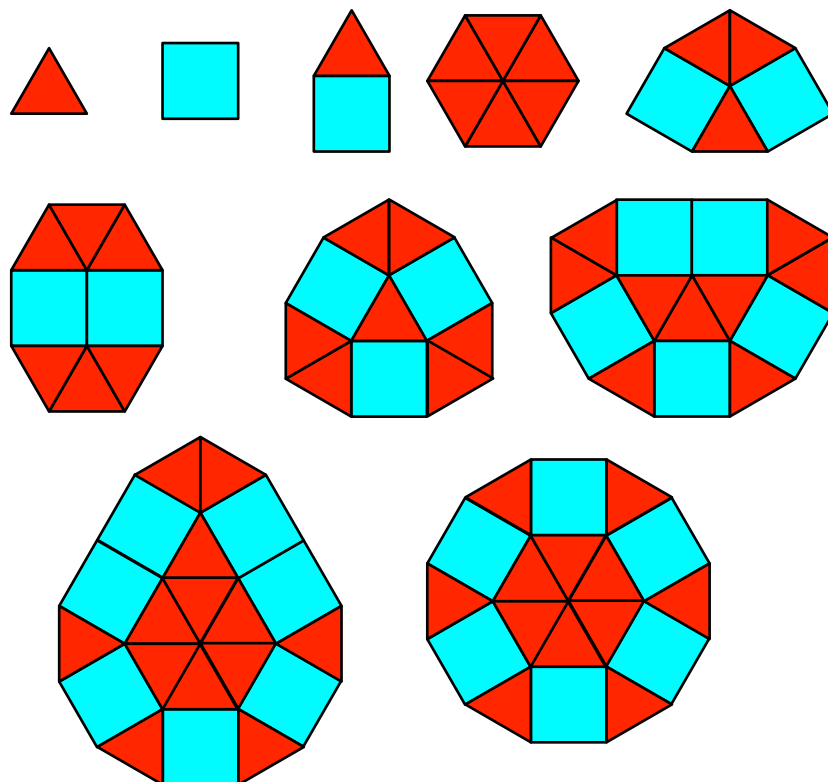


Abb. 1: Beispiele

Es gibt keine Beispiele für Eckenzahlen  $n > 12$ . Dies zeigen wir mit Außenwinkeln.

### 3 Außenwinkel

Für unsere Figuren kommen nur die Außenwinkel  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $30^\circ$  in Frage (Abb. 2).



Abb. 2: Außenwinkel

Die Außenwinkelsumme eines Vieleckes ist  $360^\circ$ .

Da die Außenwinkel mindestens  $30^\circ$  messen, kann es höchstens 12 Ecken geben.

### 4 Ringe ansetzen

Wir vergrößern die Figuren der Abbildung 1 unter Beibehaltung der Eckenkonfiguration. Die Vergrößerung geschieht durch Ansetzen von Ringen nach einem einheitlichen Schema (Abb. 3).

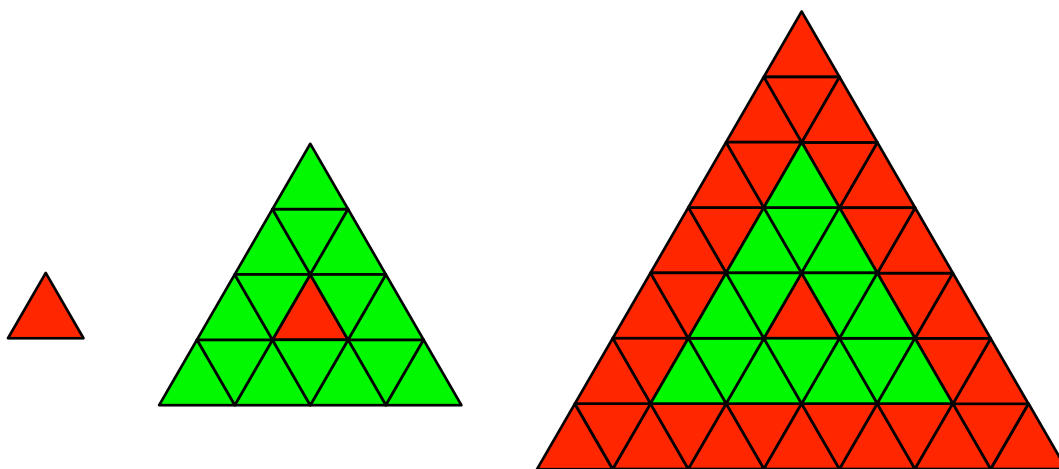
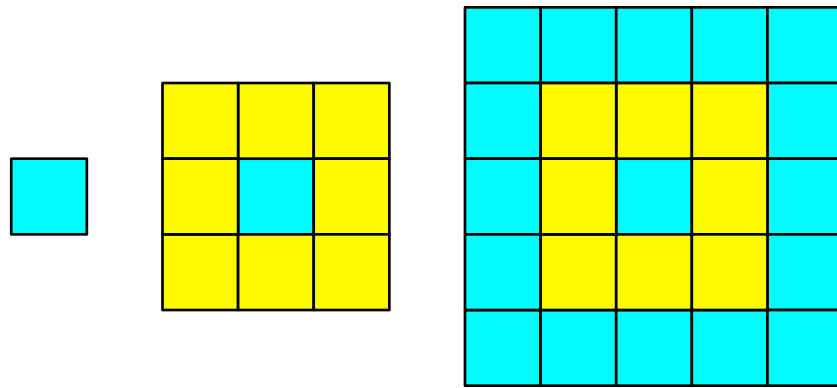
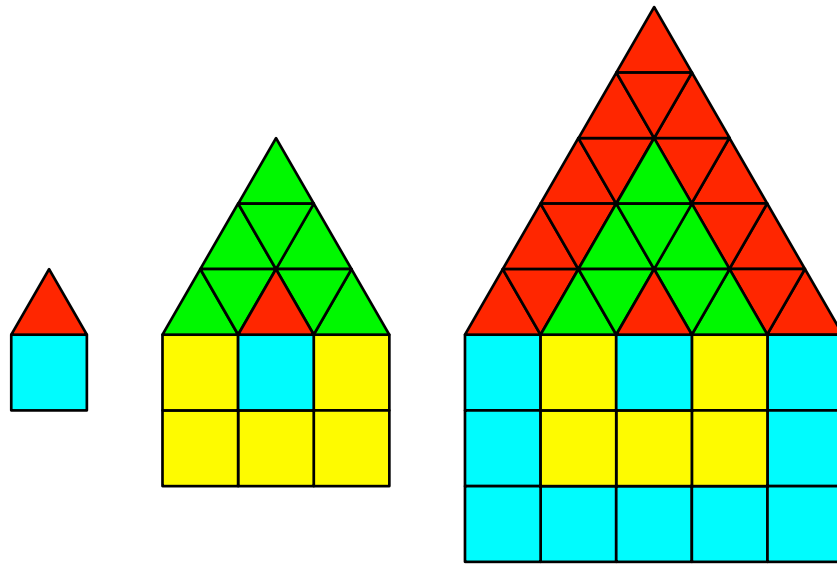


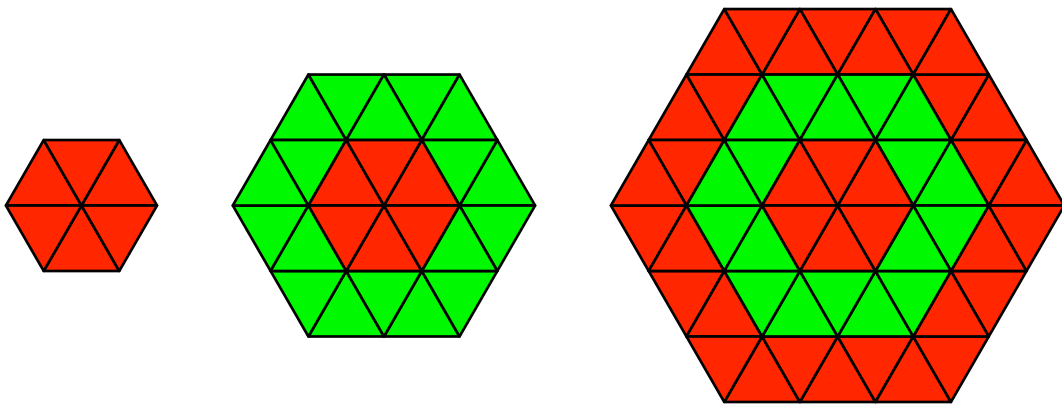
Abb. 3.1: Drei Ecken



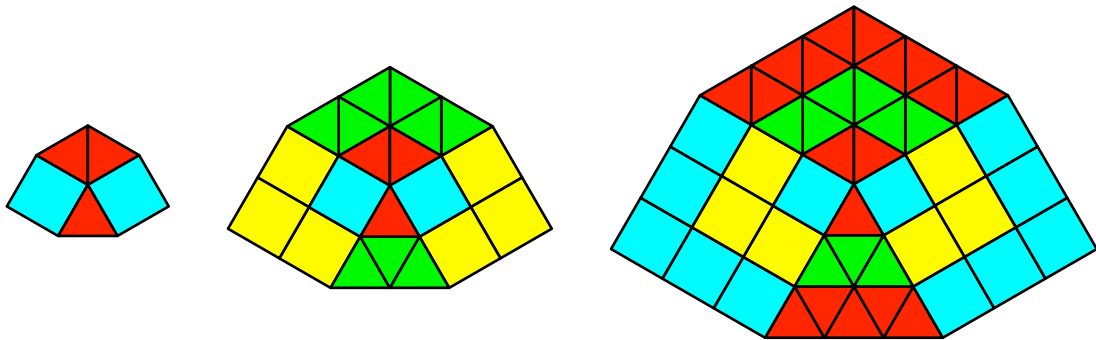
**Abb. 3.2: Vier Ecken**



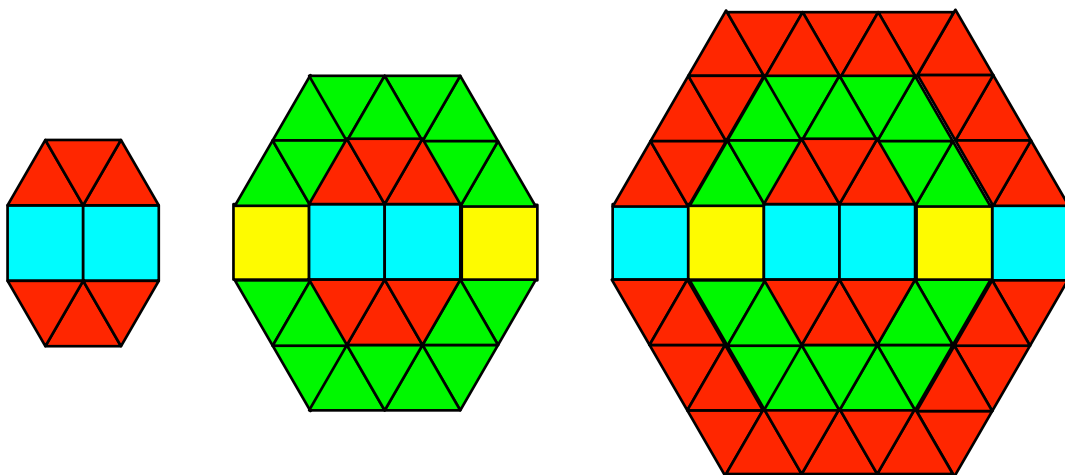
**Abb. 3.3: Fünf Ecken**



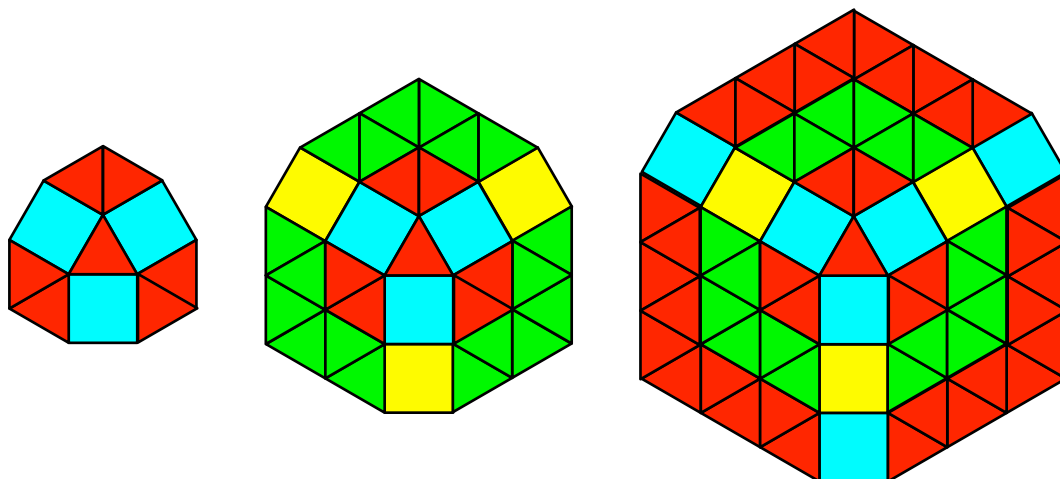
**Abb. 3.4: Sechs Ecken**



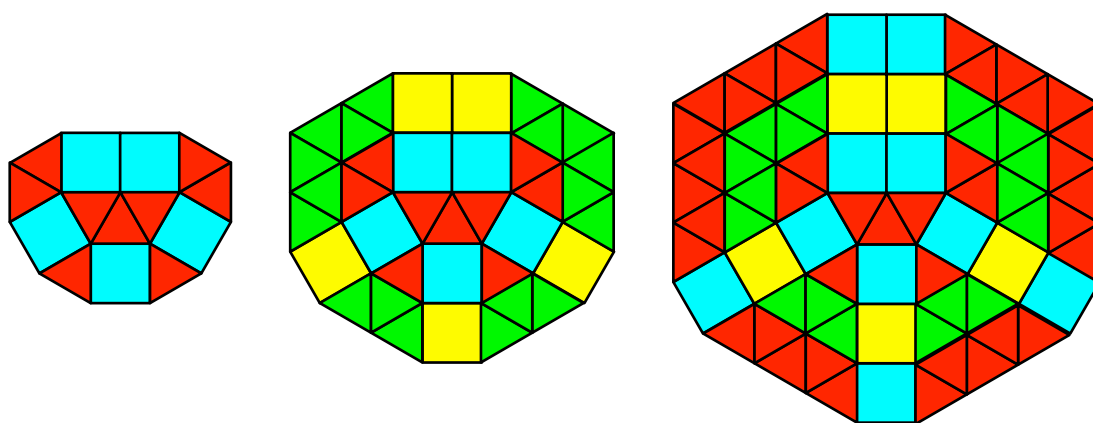
**Abb. 3.5: Sieben Ecken**



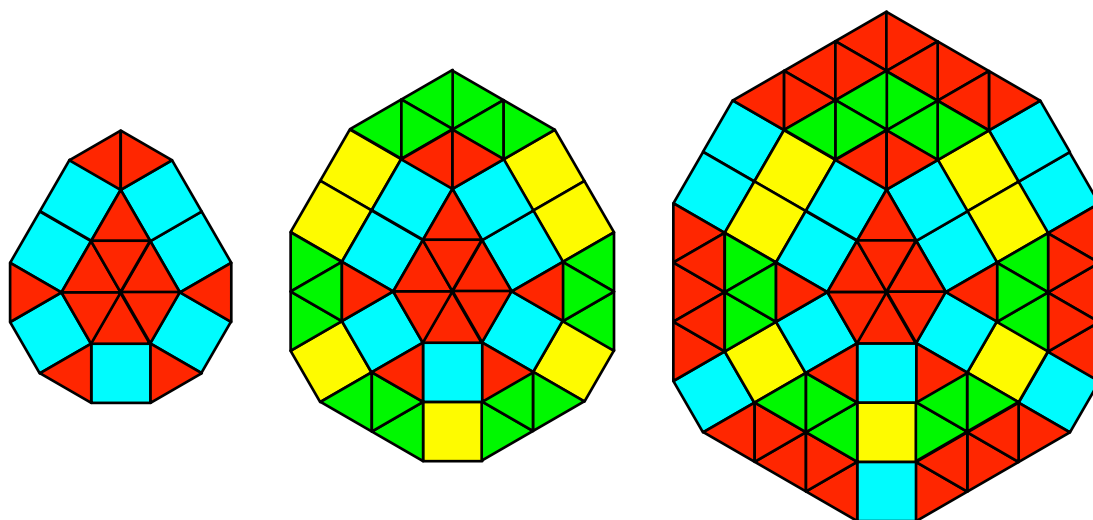
**Abb. 3.6: Acht Ecken**



**Abb. 3.7: Neun Ecken**

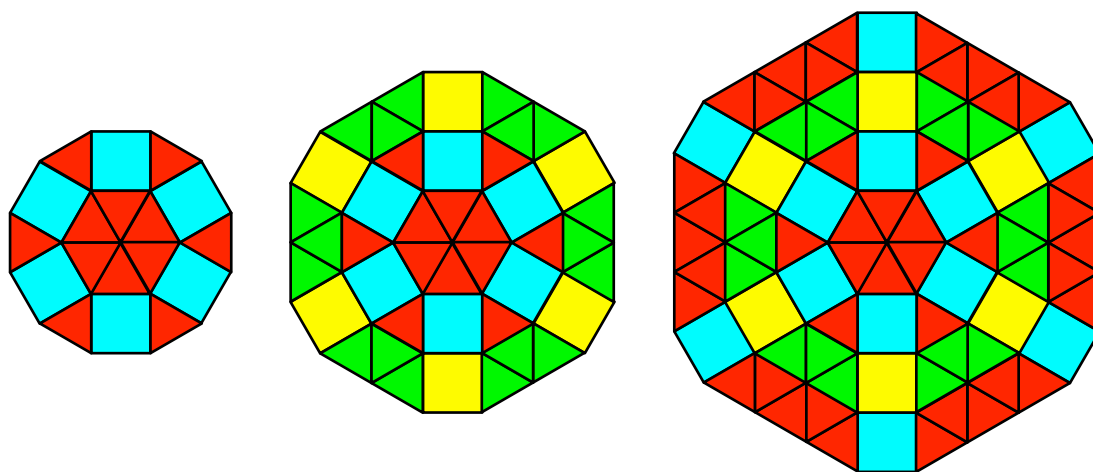


**Abb. 3.8: Zehn Ecken**

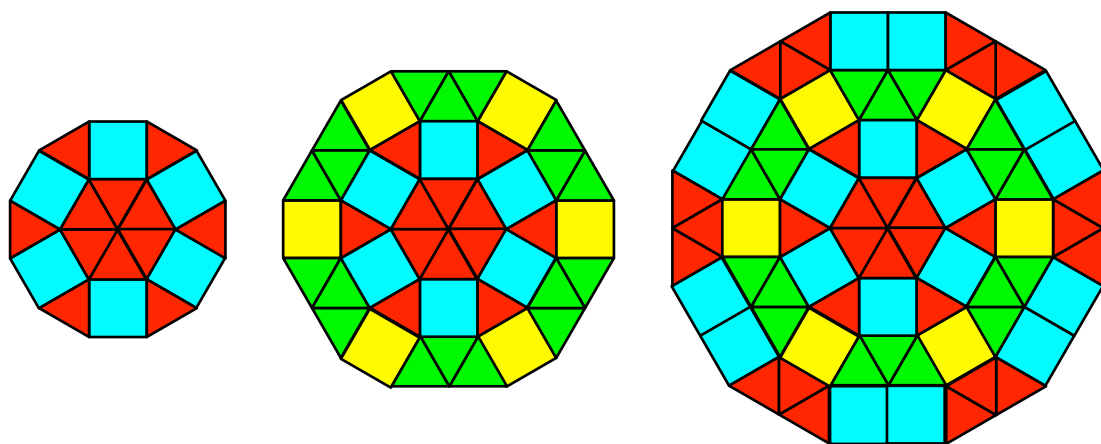


**Abb. 3.9: Elf Ecken**

Bei zwölf Ecken gibt es verschiedene Varianten. Die Abbildungen 3.10 und 3.11 zeigen zwei Beispiele.

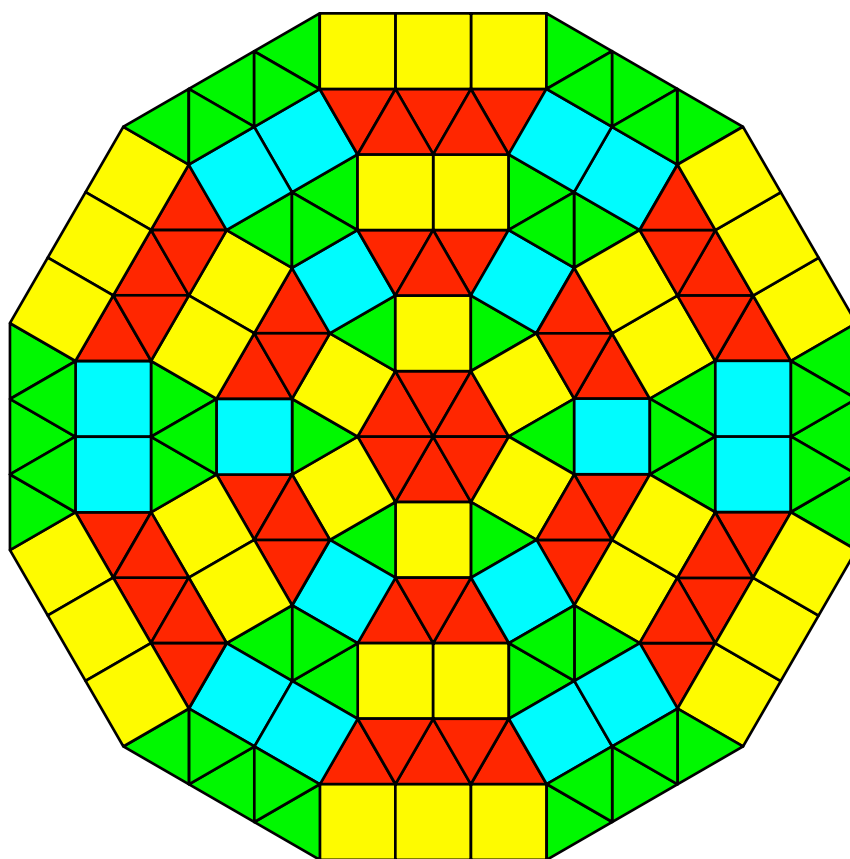


**Abb. 3.10: Zwölf Ecken**



**Abb. 3.11: Zwölf Ecken, Variante**

Die Abbildung 3.12 zeigt eine ausführlichere Variante.



**Abb. 3.12: Zwölf Ecken**

**Website**

<https://www.schulmodell.eu/aufgabe-der-woche.html>