

## Eine Formel im Dreieck

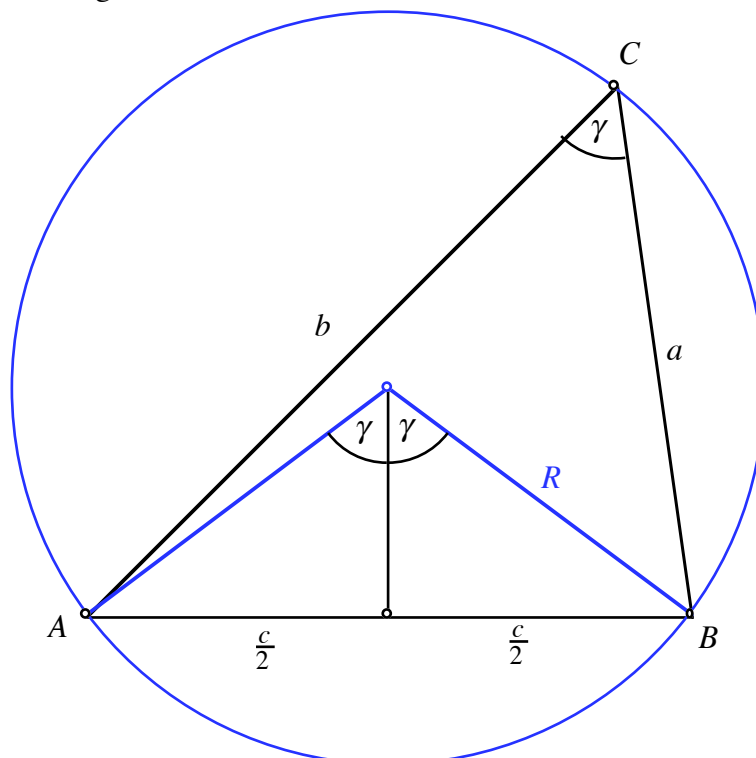
### 1 Die Formel

Für ein Dreieck mit den Seiten  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dem Umkreisradius  $R$  und dem Flächeninhalt  $A_{\Delta}$  gilt:

$$R = \frac{abc}{4A_{\Delta}}$$

### 2 Herleitung

Aus der folgenden Figur



**Beweisfigur**

lesen wir ab:

$$\frac{c}{2} = R \sin(\gamma)$$

$$R = \frac{c}{2 \sin(\gamma)}$$

Für den Flächeninhalt  $A_{\Delta}$  gilt:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin(\gamma)$$

$$\sin(\gamma) = \frac{2A_{\Delta}}{ab}$$

Einsetzen in die obige Formel liefert:

$$R = \frac{c}{2 \sin(\gamma)} = \frac{c}{2 \frac{2A_{\Delta}}{ab}} = \frac{abc}{4A_{\Delta}}$$

### 3 Bemerkung

Aus  $R = \frac{c}{2 \sin(\gamma)}$  folgt durch zyklische Vertauschung  $R = \frac{a}{2 \sin(\alpha)}$  und  $R = \frac{b}{2 \sin(\beta)}$ .

Gleichsetzen liefert den Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$