

Hans Walser, [20160703]

Eckiger Hippokrates

1 Worum geht es?

Es wird ein Flächensatz gezeigt, der eine spezielle Verallgemeinerung der „Möndchen des Hippokrates“ darstellt. Der Flächensatz gestattet einen Zerlegungsbeweis.

2 Abänderung der Pythagoras-Ikone

In der Regel werden bei der Pythagoras-Ikone die drei Quadrate nach außen angesetzt. Wir setzen nun das Hypotenusenquadrat nach innen an (Abb. 1).

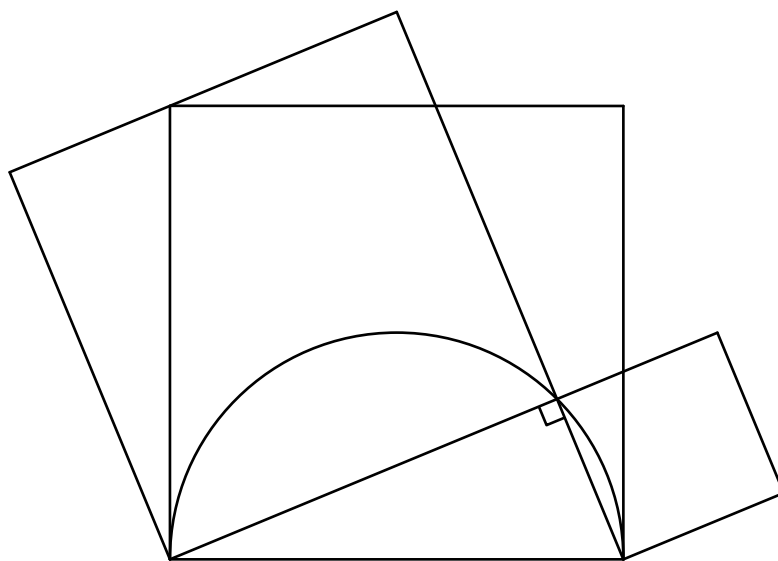


Abb. 1: Abgeänderte Pythagoras-Ikone

Die linke obere Ecke des Hypotenusenquadrates liegt tatsächlich auf einer Seite des linken Kathetenquadrates.

3 Ein Flächensatz

Die rot bemalten Flächen sind zusammen gleich groß wie die blau bemalten Flächen (Abb. 2).

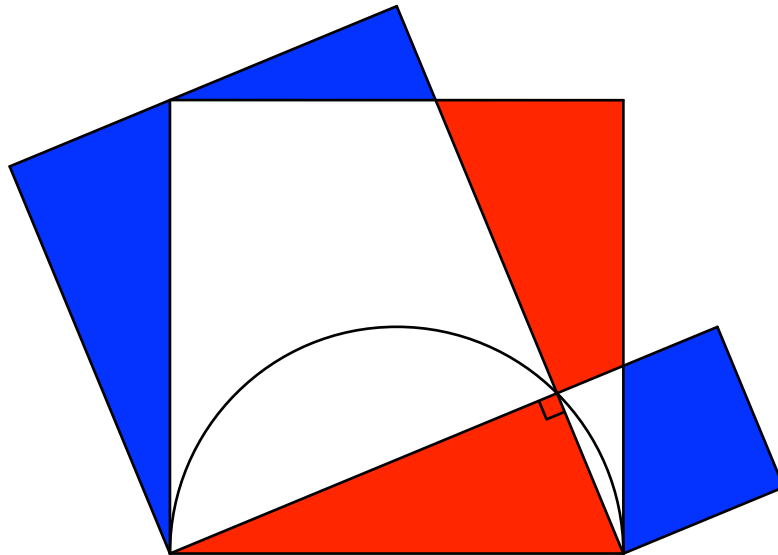


Abb. 2: Rot = Blau

Beweis: Es ist:

$$\begin{aligned} \text{Hypotenusenquadrat} &= \text{Weiß plus Rot} \\ \text{Kathetenquadrate zusammen} &= \text{Weiß plus Blau} \end{aligned}$$

Da nach dem Satz des Pythagoras die Kathetenquadrate zusammen gleich groß sind wie das Hypotenusenquadrat, ist Rot gleich Blau.

Für Verallgemeinerungen siehe (Heinrich / Schmitz / Walser, 1999).

4 Zerlegungsbeweis

Wir zeigen hier einen einfachen Zerlegungsbeweis (Abb. 3).

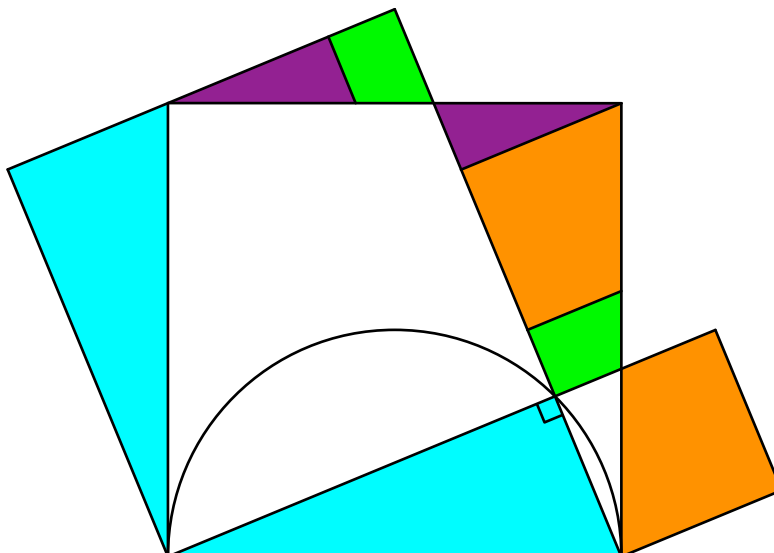


Abb. 3: Zerlegungsbeweis

5 Fünfecke

Anstelle von Quadraten setzen wir regelmäßige Fünfecke an (Abb. 4).

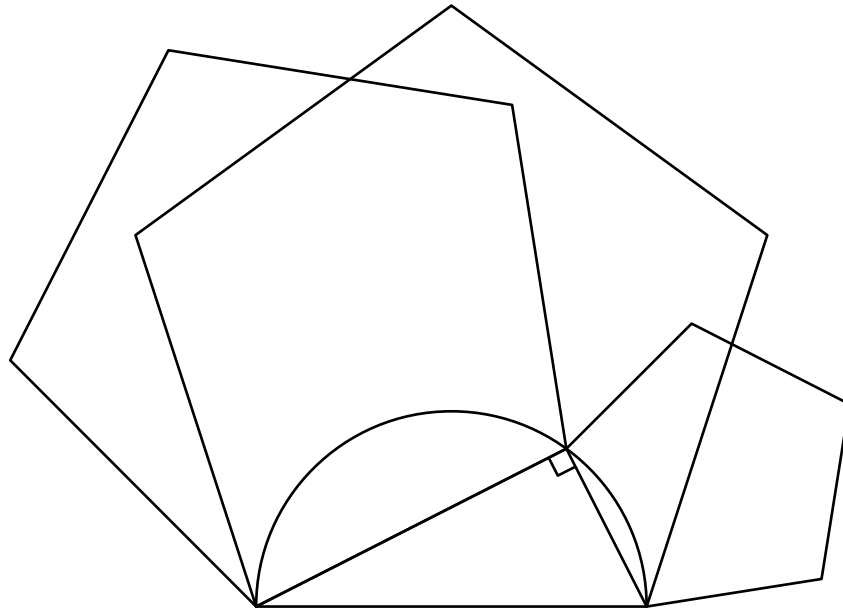


Abb. 4: Regelmäßige Fünfecke

Wieder entsteht nach (Heinrich / Schmitz / Walser, 1999) ein Flächensatz (Abb. 5).

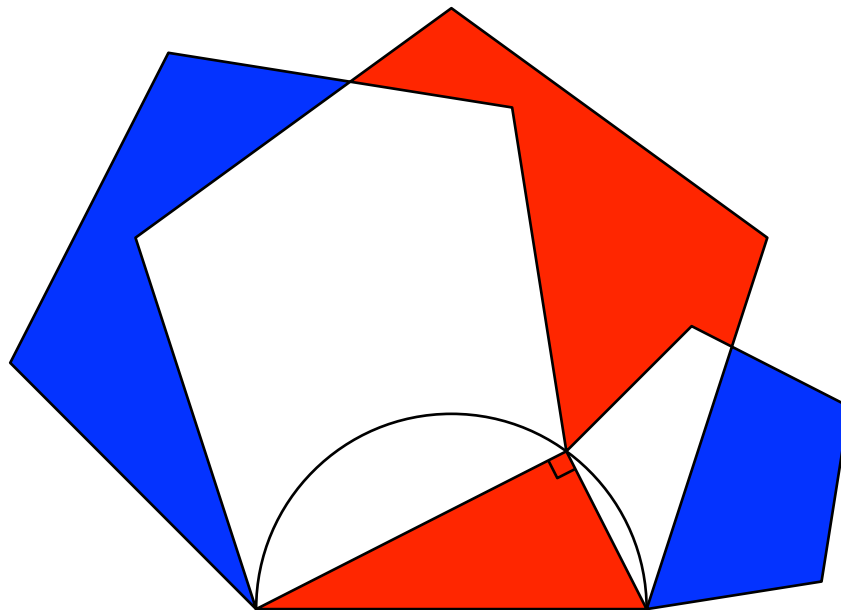


Abb. 5: Rot = Blau

Wir können wieder wie oben mit den Quadraten argumentieren, da der Satz des Pythagoras auch für angesetzte regelmäßige Fünfecke gilt.

Ich habe keinen schönen Zerlegungsbeweis gefunden.

Literatur

Heinrich, Frank / Schmitz, Michael / Walser, Hans (1999): Verallgemeinerungen der "Möndchen des Hippokrates". MNU Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 52/5, 1999, 264-270.