

Hans Walser, [20150439]

Exponentieller Zerfall und periodischer Nachschub

1 Problemstellung

Die Wirkstoffe eines Medikamentes werden im Körper im Sinne eines exponentiellen Zerfalls abgebaut.

Wie verhält sich die Wirkstoffmenge im Körper wenn das Medikament in regelmäßigem Abstand eingenommen wird?

2 Beispiel

Die Wirkstoffmenge habe im Körper die Halbwertszeit 1. Pro Tablette werde die Wirkstoffmenge 1 eingenommen.

Bei einmaliger Tabletteneinnahme verhält sich die Wirkstoffmenge im Körper gemäß Abbildung 1. Wir haben einen klassischen exponentiellen Zerfall.

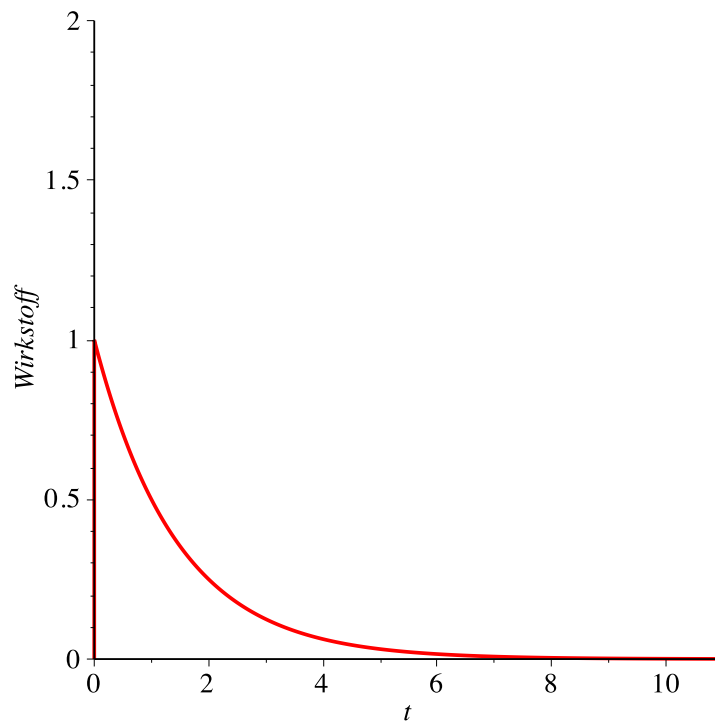
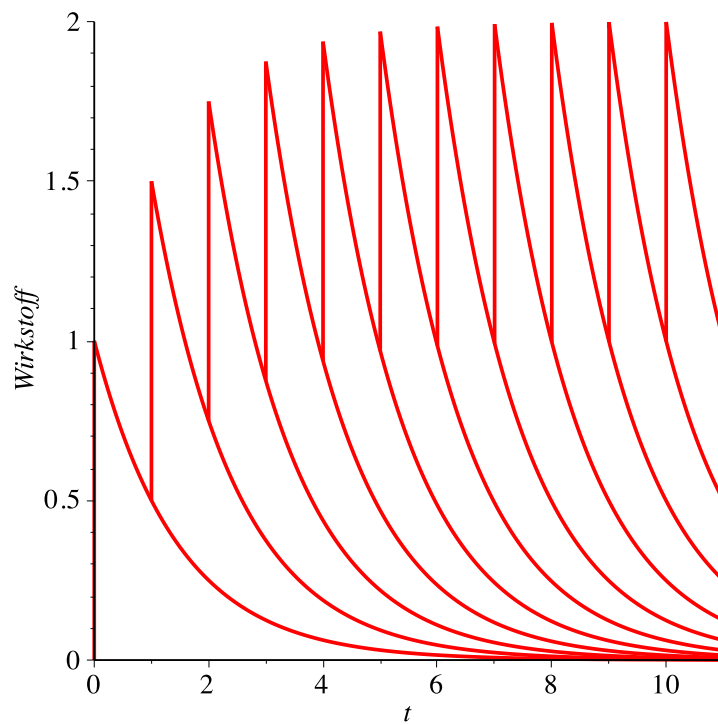
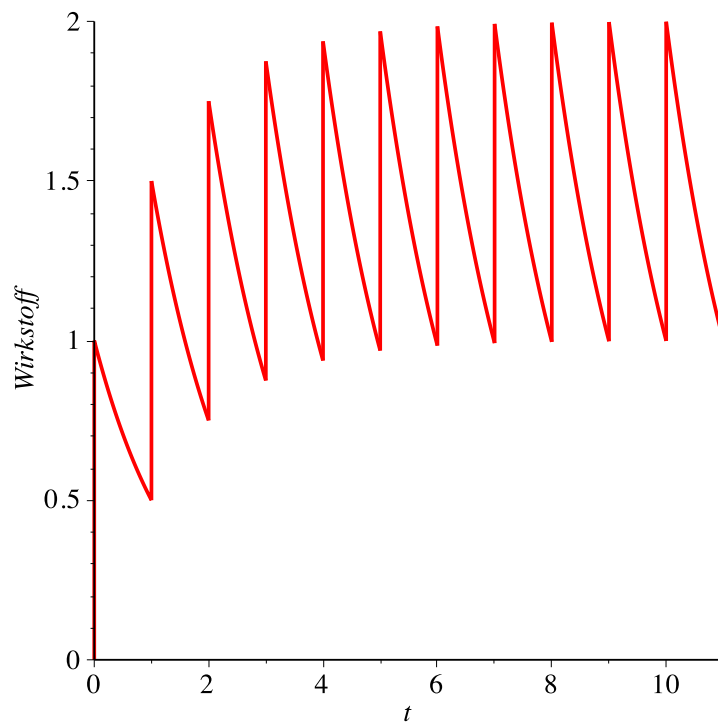


Abb. 1: Exponentielle Abnahme

Nun nehmen wir an, dass in Intervallen der Halbwertszeit je eine Tablette eingenommen wird. Die Wirkstoffmenge im Körper kumuliert sich gemäß Abbildung 2.

**Abb. 2: Kumulierung**

Die Abbildung 3 zeigt die gesamte Wirkstoffmenge im Körper.

**Abb. 3: Gesamte Wirkstoffmenge**

Die Spitzen (Maxima unmittelbar nach der Tabletteneinnahme) nähern sich dem Grenzwert 2 (das ist das Doppelte der Tablettendosis), die Minima unmittelbar vor der

Tabletteneinnahme nähern sich dem Grenzwert 1. Nach einer kurzen Startphase haben wir ein annähernd periodisches Sägezahnmuster.

Die Abbildung 4 zeigt eine polygonale Approximation.

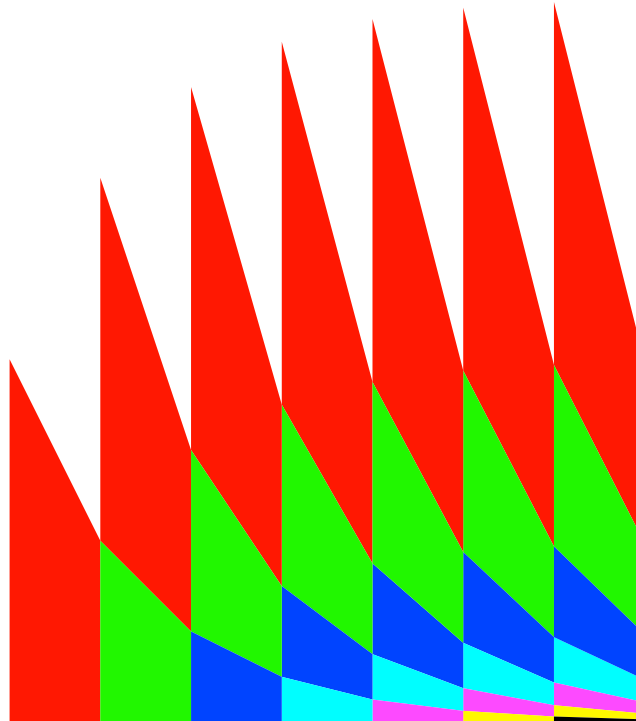


Abb. 4: Polygonale Approximation

Trapeze gleicher Farbe haben auch gleichen Flächeninhalt.

Von oben nach unten entwickelt sich die Reihe:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$$

So erklärt sich der Grenzwert für die Spitzenhöhe.

3 Variation des Beispiels

Wir nehmen nun nur in Abständen von zwei Halbwertszeiten eine Tablette (Abb. 5 und 6).

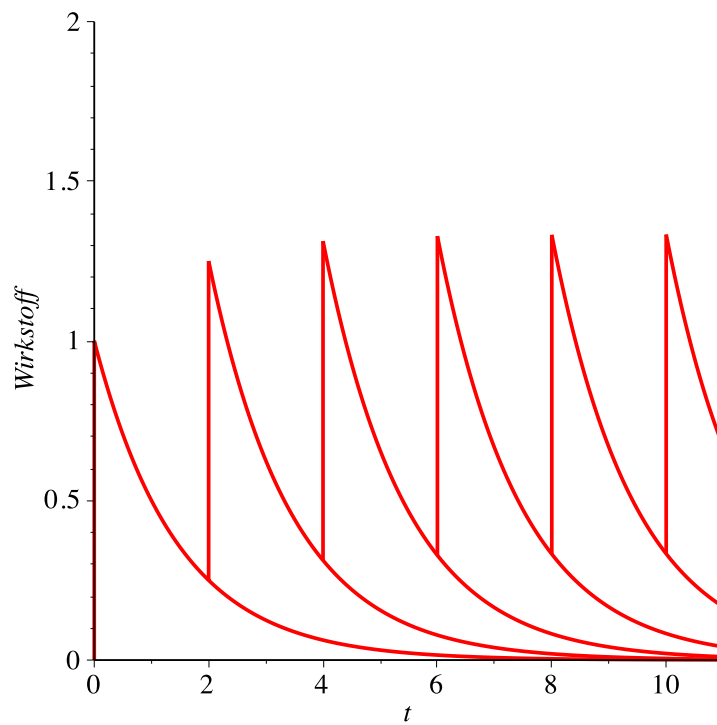


Abb. 5: Zwei Halbwertszeiten als Intervall

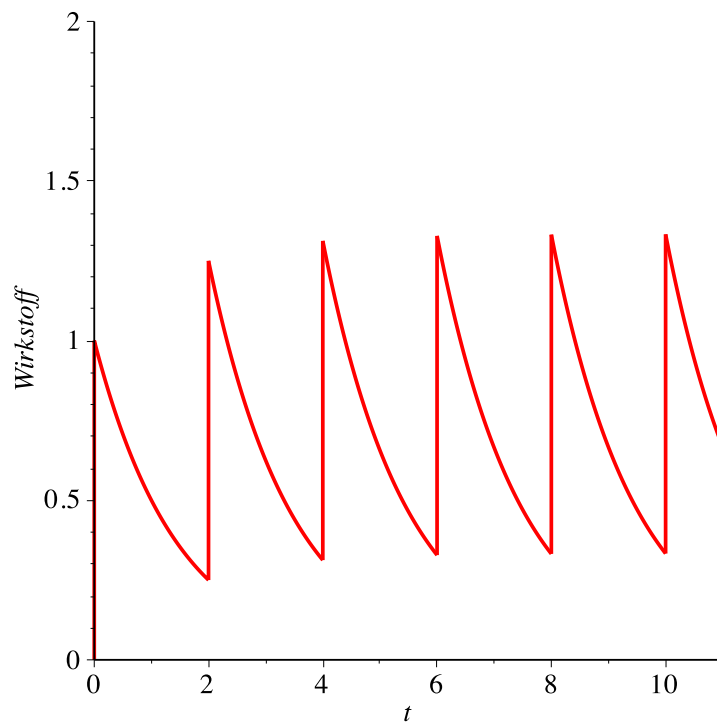


Abb. 6: Kumuliert

Für die Spitzen erhalten wir den Grenzwert $\frac{4}{3}$, für die Minima den Grenzwert $\frac{1}{3}$.