

Hans Walser, [20180726]

Flächenvergleich

Anregung: Muottas Muragl

1 Worum geht es?

Flächenvergleich im Quadratraster.

2 Die Figur

In ein 2×2 -Quadratraster zeichnen wir vier gleichseitige Dreiecke gemäß Abbildung 1a.

Den Rest färben wir gemäß Abbildung 1b.

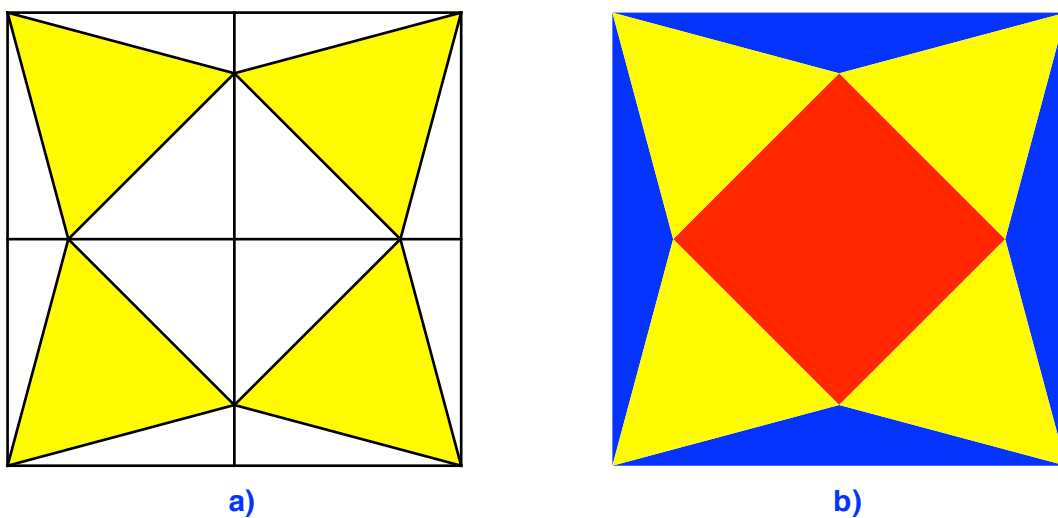


Abb. 1: Basisfigur. Rot = blau

Das rote Quadrat ist flächenmäßig gleich der Summe der vier blauen Dreiecke.

3 Beweise

3.1 Rechnerischer Beweis

Wir setzen die Rasterlänge 1.

Für das rote Quadrat erhalten wir:

$$A_{\text{rotes Quadrat}} = \frac{4}{2} \left(1 - \underbrace{\tan(15^\circ)}_{2-\sqrt{3}} \right)^2 = 4(2 - \sqrt{3}) \approx 1.072 \quad (1)$$

Das rote Quadrat ist also etwas größer als ein Rasterquadrat.

Für die Summe der vier blauen Dreiecke erhalten wir:

$$A_{\text{blaue Dreiecke}} = 4 \underbrace{\tan(15^\circ)}_{2-\sqrt{3}} = 4(2-\sqrt{3}) \quad (2)$$

3.2 Zerlegungsbeweis

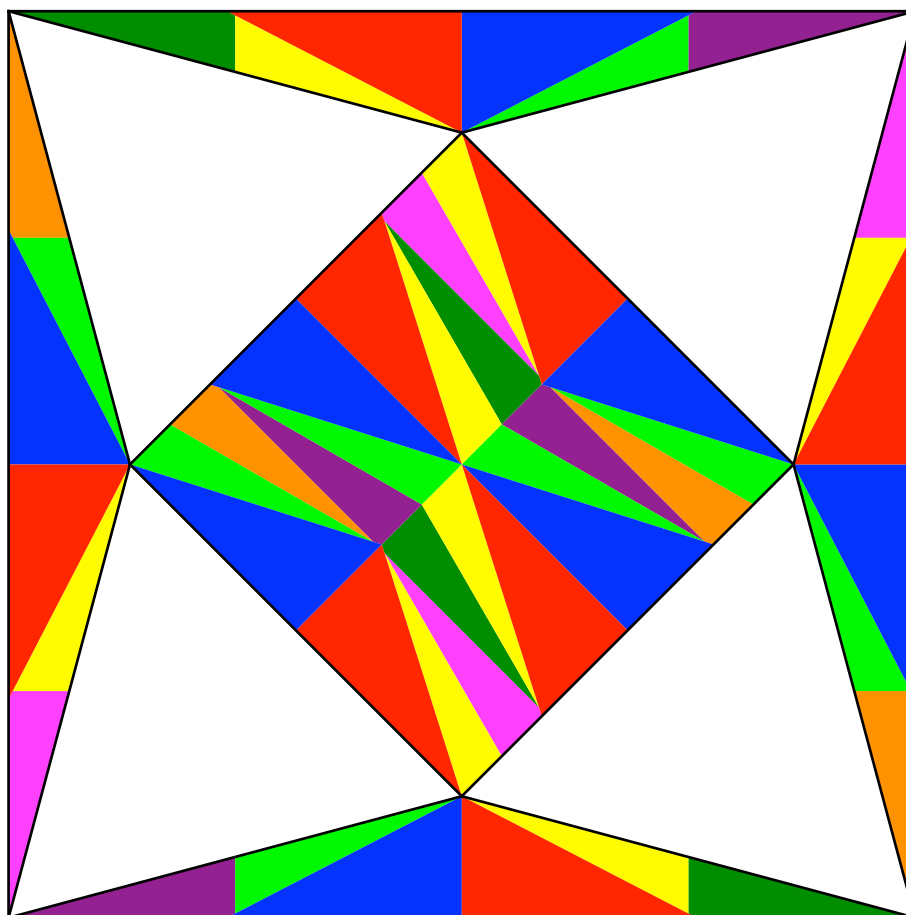


Abb. 2: Zerlegungsbeweis

Der Zerlegungsbeweis enthält Subtilitäten. So ist etwa die lange Kathete des roten rechtwinkligen Dreieckes ein bisschen länger als die halbe Rasterlänge.

4 Parkett

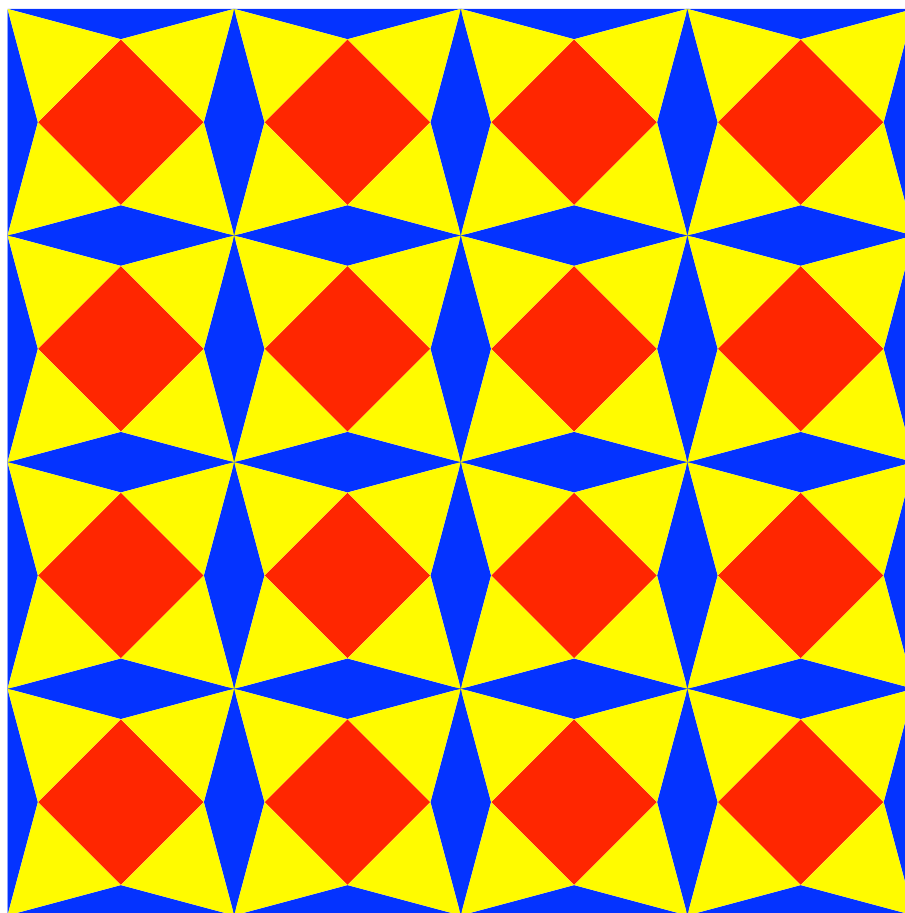


Abb. 3: Rot = blau