

Hans Walser, [20190312]

Geometrische Folge und Goldener Schnitt

Idee und Anregung: B. v. P.

1 Worum geht es?

Eine Dreiecksaufgabe mit einer geometrischen Folge führt zum Goldenen Schnitt.

2 Das Problem

Gesucht ist ein Dreieck, in welchem c, b, a, h_c in dieser Reihenfolge eine geometrische Folge bilden.

3 Bearbeitung

Wegen der Bedingung über die geometrische Folge ist

$$b = qc, \quad a = q^2c, \quad h_c = q^3c \quad (1)$$

mit einem noch unbekanntem Quotienten q .

Für den Flächeninhalt A erhalten wir:

$$2A = ch_c = cq^3c = qcq^2c = ba \quad (2)$$

Die Seiten a und b stehen daher senkrecht. Wir haben ein rechtwinkliges Dreieck. Aus dem Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (3)$$

erhalten wir:

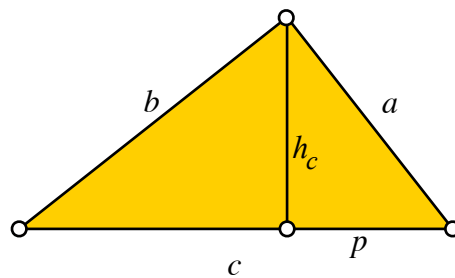
$$q^4c^2 + q^2c^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad q^4 + q^2 - 1 = 0 \quad (4)$$

Diese biquadratische Gleichung für q hat die positive reelle Lösung:

$$q = \sqrt{\frac{1}{\Phi}} \approx 0.7862 \quad (5)$$

Dabei ist $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.6180$ der Goldene Schnitt (Walser 2013).

Die Abbildung 1 zeigt das Dreieck.

**Abb. 1: Das Dreieck**

4 Bemerkungen und Ergänzungen

- Der in der Abbildung 1 eingezeichnete Hypotenusenabschnitt p ist das nächste Glied der geometrischen Folge.
- Das Dreieck erscheint in anderem Kontext in Walser 2013, S. 173 und 189.
- Die geometrische Folge wird in [1] und [3] besprochen.
- Das Dreieck erscheint auch im Kontext der Kardioide, vgl. [1] und [2].
- Das Dreieck ist eines der wenigen Beispiele, in denen die Quadratwurzel aus dem Goldenen Schnitt erscheint.

Literatur

Walser, Hans (2013): *Der Goldene Schnitt*. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.

Weblinks

[1] Hans Walser: Means, Pythagoras and Golden Section
www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/M/Means/Means.htm

[2] Hans Walser: Kardioide und Goldener Schnitt
www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kardioide/Kardioide.htm

[3] Hans Walser: Geometric Sequence and Triangles
www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/G/Geometric_Sequence/Geometric_Sequence.htm