

Hans Walser, [20170219]

Geometrische Folgen mit Kreisen

1 Worum geht es?

Es werden zwei Beispiele von Kreisfolgen besprochen, deren Radien im Sinne einer geometrischen Folge abnehmen.

Beweise rechnerisch.

2 Halbieren

Wir beginnen mit dem Einheitskreis und halbieren sukzessive die Radien (Abb. 1).

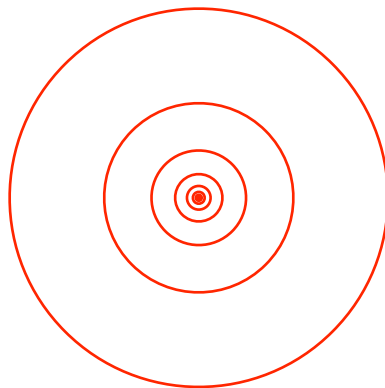


Abb. 1: Halbieren der Radien

Die Kreise können linear aneinandergereiht werden (Abb. 2).

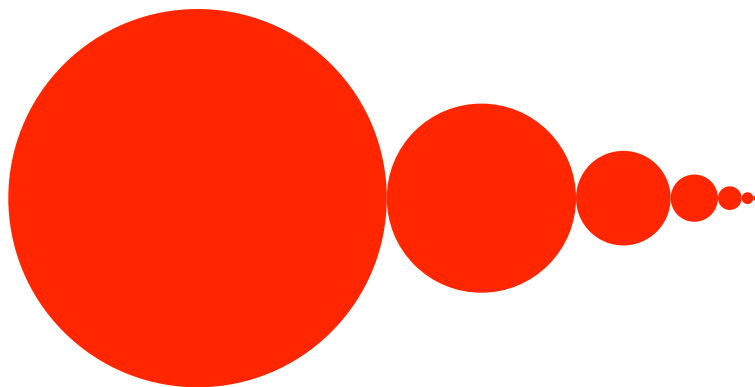


Abb. 2: Reihe

Die Reihe ab dem zweiten Glied passt in einen Kreis der Größe des ersten Kreises (Abb. 3).

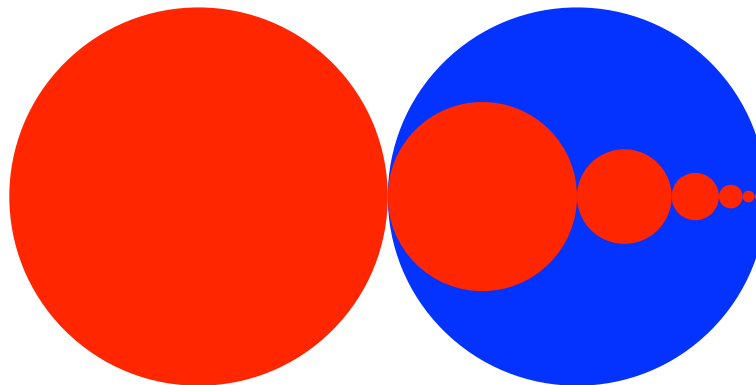


Abb. 3: Einpassen

Die Abbildung 4 zeigt eine symmetrische Darstellung der Situation.

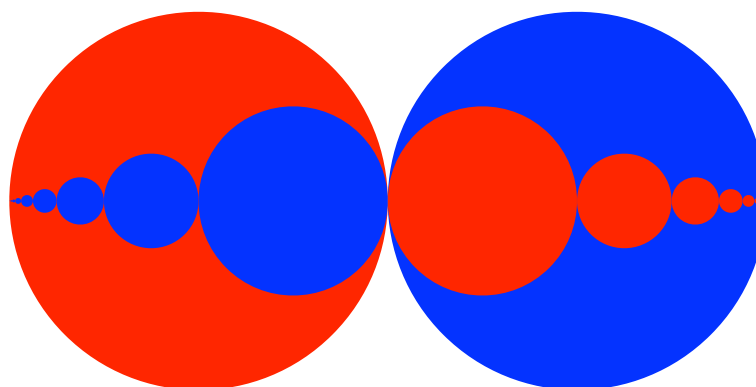


Abb. 4: Symmetrische Darstellung

Die Kreisfiguren können so angeordnet werden, dass die zweitgrößten Kreise sich berühren (Abb. 5).

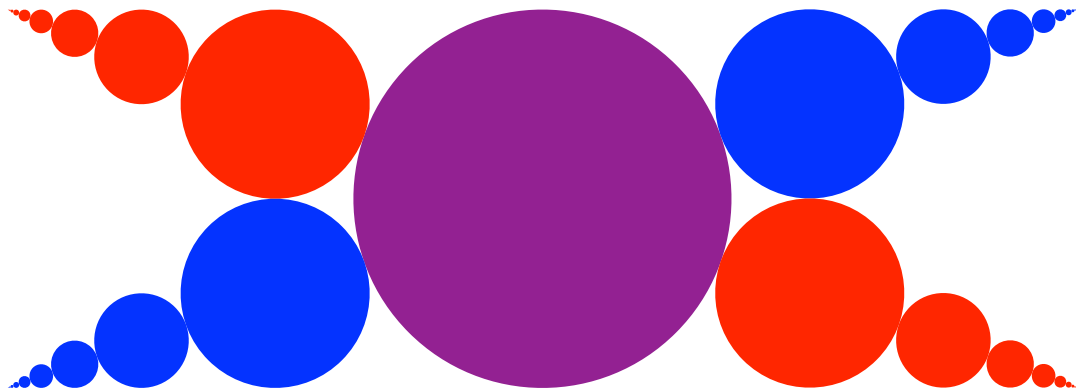


Abb. 5: Die zweitgrößten Kreise berühren sich

Die Figur lässt sich in ein Rechteck einpassen (Abb. 6).

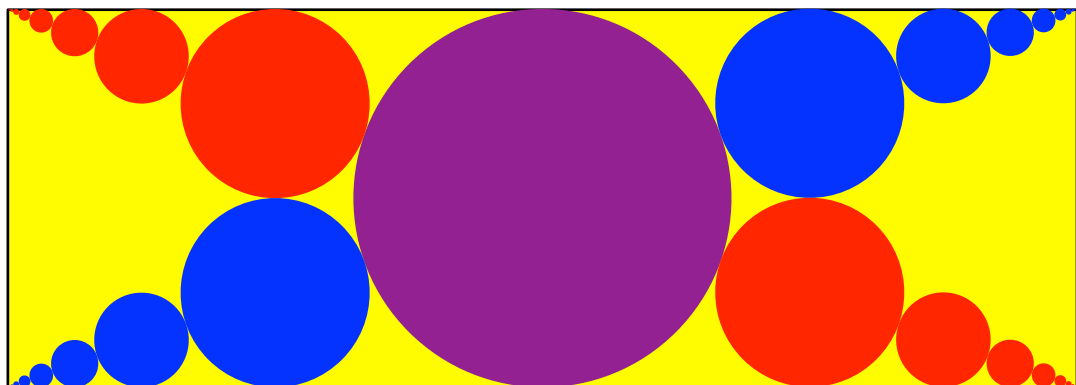


Abb. 6: Einpassen ins Rechteck

Dieses Rechteck setzt sich aus zwei im Querformat aneinandergfügten Rechtecke im DIN-Format zusammen (Abb. 7). Die Diagonalen der DIN-Rechtecke schneiden sich in den Berührungspunkten der zweitgrößten Kreise. Zum DIN-Format siehe (Walser, 2013a).

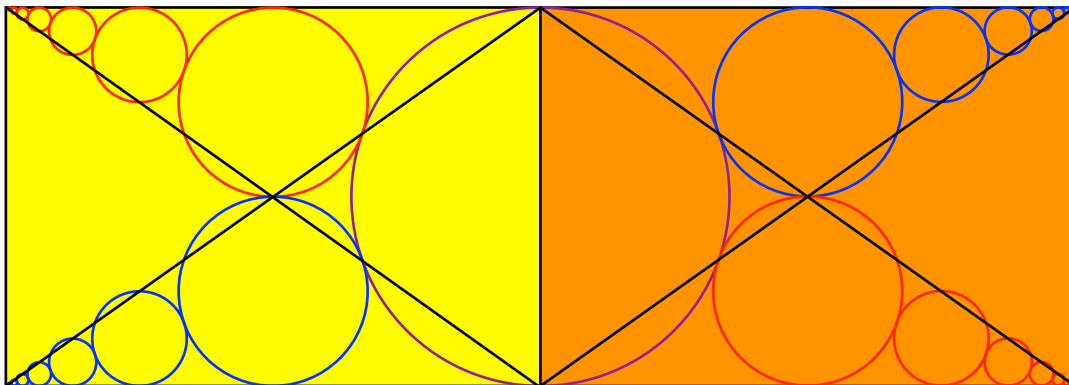


Abb. 7: Link zum DIN-Format

Umgekehrt können zwei Figuren der Abbildung 5 in ein großes DIN-Rechteck eingepackt werden (Abb. 8).

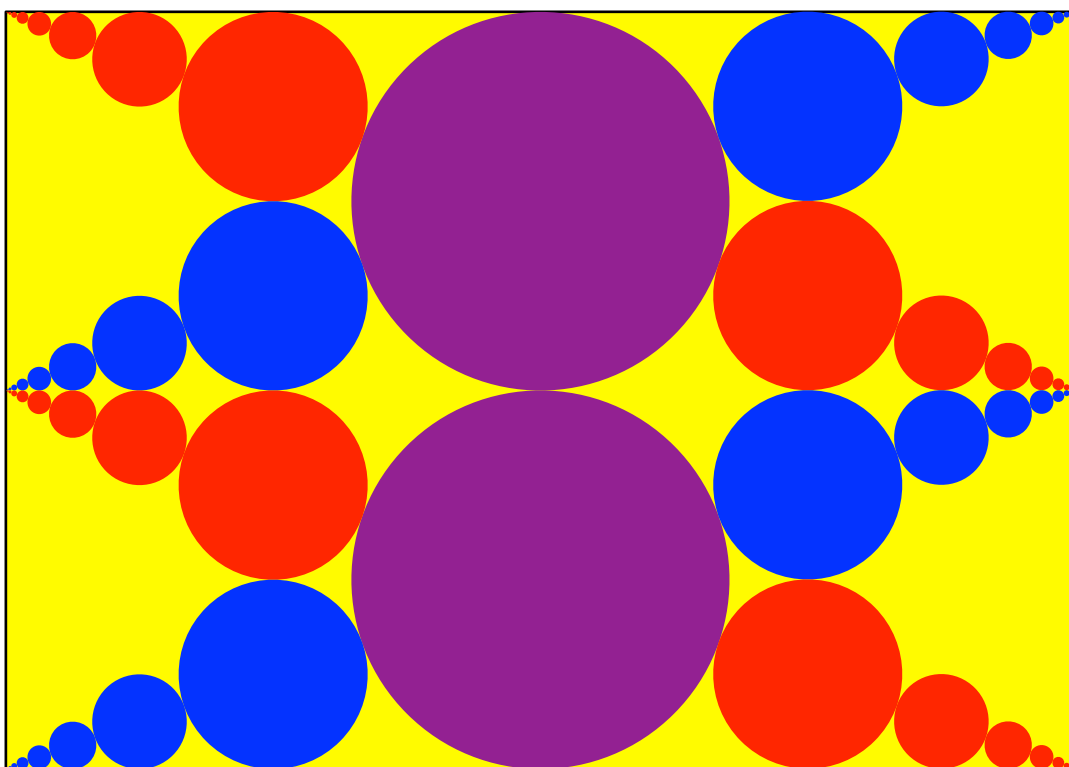


Abb. 8: Nochmals Link zum DIN-Format

3 Goldener Schnitt

Es sei (Goldner Schnitt, siehe Walser, 2013b):

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 \quad (1)$$

Wir arbeiten nun mit einer Folge von Kreisen mit den Radien:

$$1, \phi^{-1}, \phi^{-2}, \phi^{-3}, \dots \quad (2)$$

Die Abbildung 9 zeigt die Kreise.

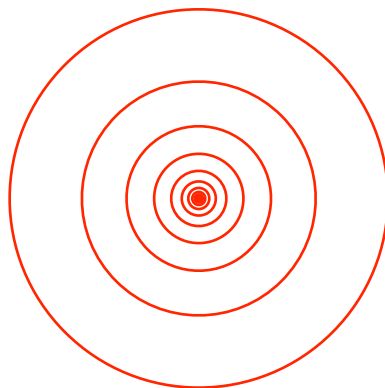


Abb. 9: Abnahme im Goldenen Schnitt

Die Kreise können linear angeordnet werden (Abb. 10).

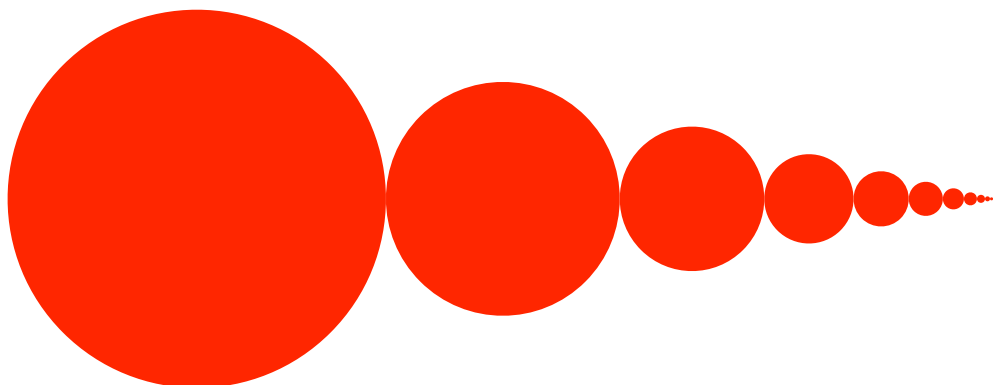


Abb. 10: Reihe

Die Reihe ab dem dritten Glied passt in einen Kreis der Größe des ersten Kreises (Abb. 11).

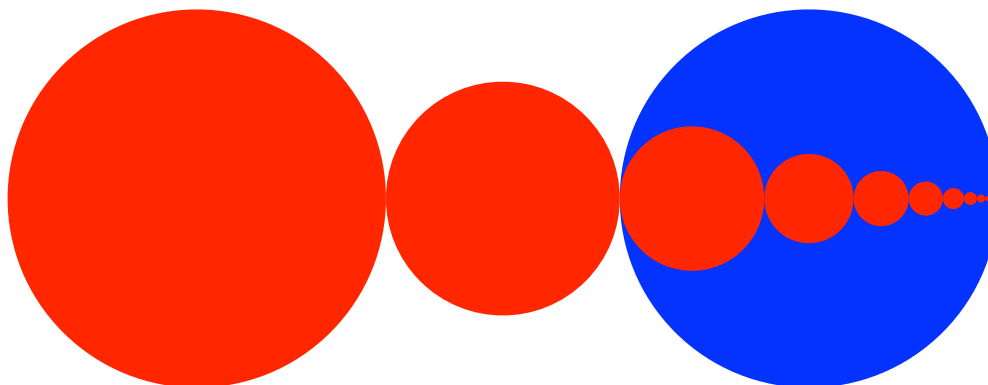


Abb. 11: Einpassen

Die Abbildung 12 zeigt eine symmetrische Darstellung.

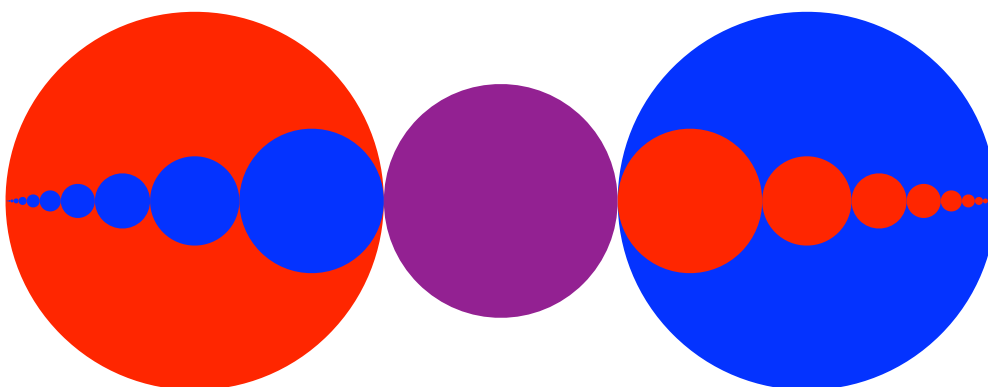


Abb. 12: Symmetrische Darstellung

Literatur

Walser, Hans (2013a): DIN A4 in Raum und Zeit. Silbernes Rechteck – Goldenes Trapez – DIN-Quader. Edition am Gutenbergplatz, Leipzig 2013. ISBN 978-3-937219-69-1.

Walser, Hans (6. Auflage). (2013b). Der Goldene Schnitt. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.