

Hans Walser, [20160609]

## Gestalt der Erde

### 1 Worum geht es?

Im späten 17. Jahrhundert entspann sich ein wissenschaftlicher Streit um die Gestalt der Erde (Brotton 2012, S. 308): Die Anhänger von Descartes (1596-1650) befürworteten eine eiförmige längliche Form (gestrecktes Ellipsoid, Abb. 1a), die Anhänger von Newton (1643-1727) eine hamburgerförmige abgeplattete Form (abgeplattetes Ellipsoid, Abb. 1c). In der Abbildung 1 sind beide Formen stark übertrieben gezeichnet. Tatsächlich waren die vorgeschlagenen Abweichungen von der Kugelgestalt (Abb. 1b) so gering, dass eine Antwort nicht auf der Hand lag.

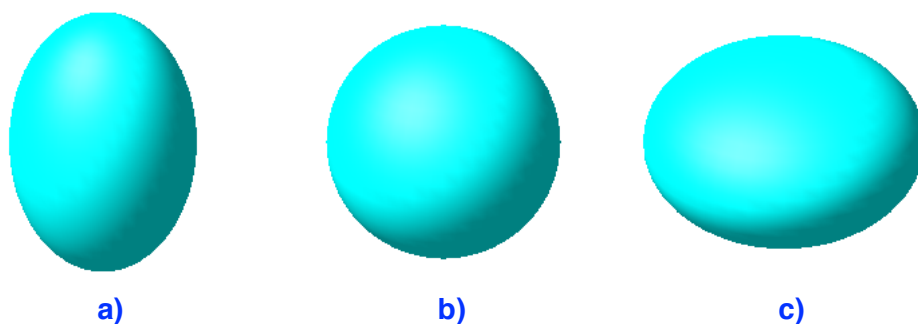


Abb. 1: Welche Gestalt ist die richtige?

Es wird versucht, die geometrischen Grundlagen zur Entscheidung dieser Frage aufzuarbeiten.

### 2 Meridiane und Breitenkreise

In der Abbildung 2 sind zusätzlich die Meridiane und Breitenkreise mit einem 15°-Raster eingezeichnet.

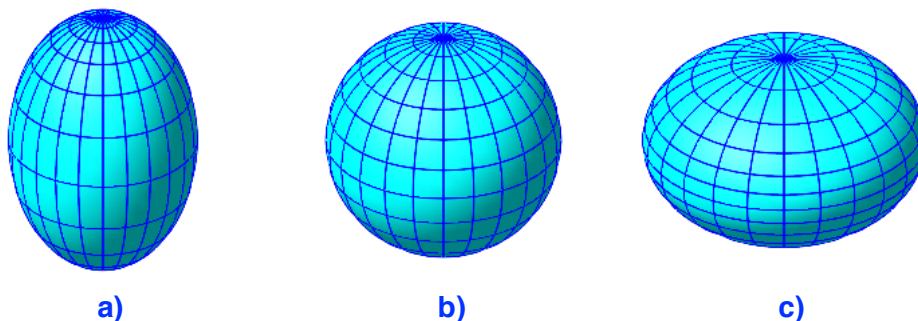


Abb. 2: Meridiane und Breitenkreise

### 3 Abstand der Breitengrade

Auf dem Weg längs eines Meridians vom Äquator zum Nordpol überschreiten wir auf einer Kugel (Abb. 2b) in regelmäßigen Abständen einen Breitengrad. Die gesamte Strecke ist 10'000 km (gemäß der historisch ersten Meterdefinition). Wir haben insgesamt 90°. Somit ist der Abstand zwischen zwei Breitengraden:

$$\frac{10'000 \text{ km}}{90} = 111.\bar{1} \text{ km} \quad (1)$$

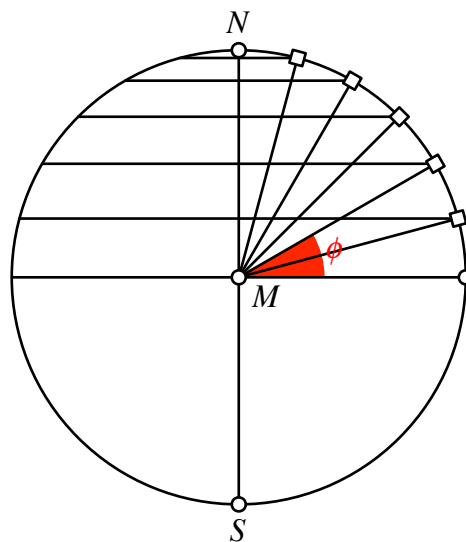
Die Kugel der Abbildung 2b ist mit einem 15°-Raster dargestellt. Der Süd-Nord-Abstand zwischen zwei gezeichneten Breitenkreisen ist somit je 1666.666... km. Selbstverständlich hängt diese Länge vom Radius der Erdkugel ab. Auf dem Mond oder dem Mars (beide kleiner als die Erde) wäre sie kleiner, auf dem Jupiter, dem größten Planeten des Sonnensystems, entsprechend größer. — Im 17. Jahrhundert wurde nicht mit dem metrischen System gearbeitet. Man verwendete andere Längenmaße. Das ist aber für unsere Überlegungen unwesentlich.

Die Ellipsoide der Abbildungen 2a und 2c sind ebenfalls mit einem 15°-Raster dargestellt. Wir haben allerdings das „Gefühl“, dass die Süd-Nord-Abstände zwischen den gezeichneten Breitenkreisen nicht alle gleich sind. Bei der Abbildung 2a werden sie gegen den Nordpol hin kürzer, bei der Abbildung 2c hingegen länger.

Das muss erklärt werden.

### 4 Wie wird die geografische Breite gemessen?

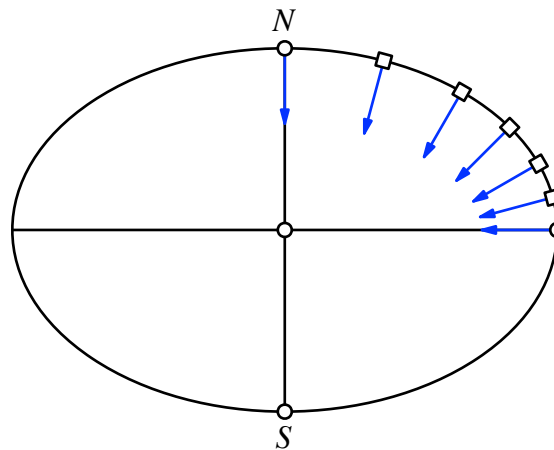
Die Abbildung 3 zeigt ebenfalls in einem 15°-Raster die Situation der Kugel in einem Achsenschnitt, wie das in der Schule gehandhabt wird. Die geografische Breite  $\phi$  ist der Winkel im Kugelmittelpunkt zwischen vom Äquator hinauf auf den Breitenkreis. In der Abbildung 3 ist exemplarisch die geografische Breite  $\phi = 30^\circ$  eingetragen.



**Abb. 3: Geografische Breite bei der Kugel**

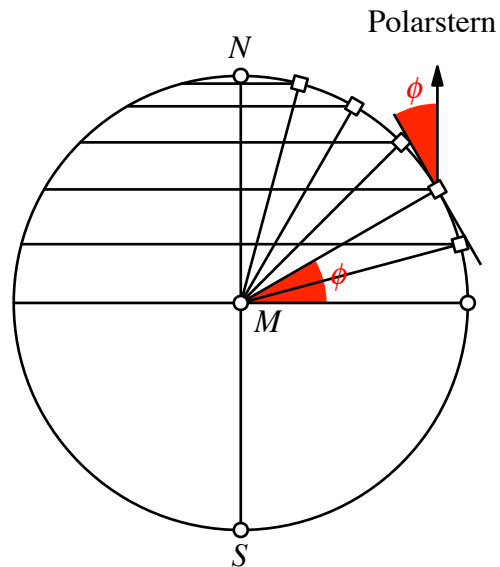
Diese Idee kann nicht auf ein reales Ellipsoid übertragen werden. Zunächst können wir auf der Erde ja gar nicht zu ihrem Mittelpunkt vordringen.

Weiter ist es so, dass die Lote auf einem Ellipsoid nicht auf seinen Mittelpunkt zeigen. Die Abbildung 4 illustriert dies für den abgeplatteten Fall.



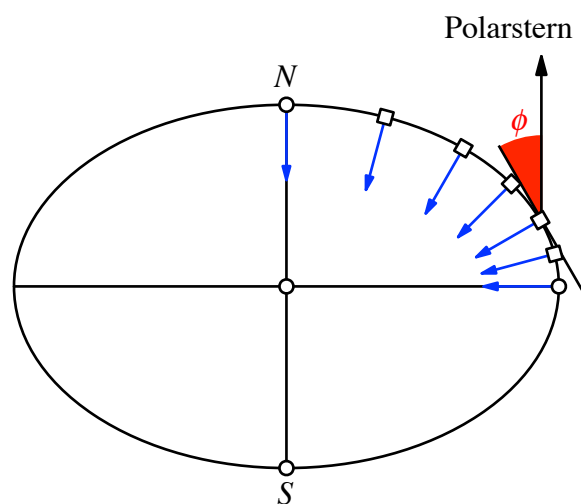
**Abb. 4: Lote beim Ellipsoid**

Wir können auf der Kugel aber die geografische Breite auch mit der Richtung zum Polarstern bestimmen (exemplarisch für  $\phi = 30^\circ$  in Abb. 5). Diese Richtung ist parallel zur Erdachse.



**Abb. 5: Geografische Breite mit Hilfe des Polarsterns**

Analog können wir auf dem Ellipsoid vorgehen (exemplarisch für  $\phi = 30^\circ$  in Abb. 6).



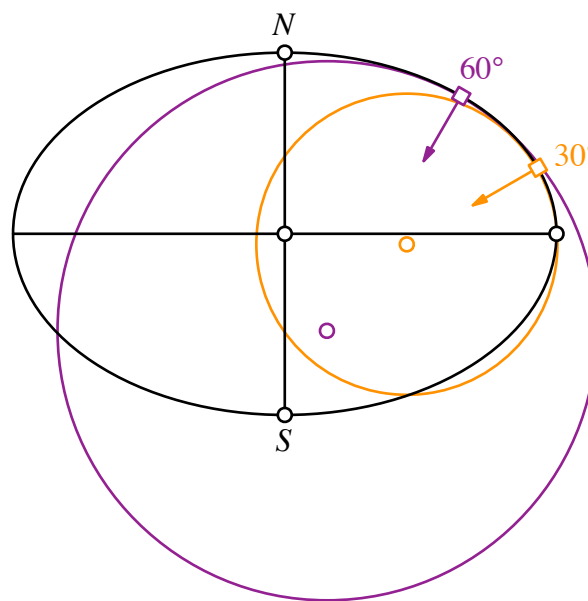
**Abb. 6: Geografische Breite mit Hilfe des Polarsterns**

In der Abbildung 6 sind die Punkte mit den geografischen nördlichen Breiten  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$  eingezeichnet, der  $15^\circ$ -Raster also. Wir sehen, dass sich die Abstände zwischen zwei solchen Punkten gegen den Nordpol zu vergrößern. Um das zu verstehen, benötigen wir den Begriff des Krümmungskreises.

## 5 Krümmungskreis

Der Krümmungskreis in einem Punkt einer Kurve, in unserem Fall der Meridianellipse, ist derjenige Kreis, der sich der Kurve am besten anschmiegt. Er ist also sozusagen eine kreisförmige Tangente.

Die Abbildung 7 zeigt die Krümmungskreise an die Meridianellipse für die geografischen Breiten  $30^\circ$  (orange) und  $60^\circ$  (lila).



**Abb. 7: Krümmungskreise**

Da die Krümmung der Ellipse gegen den Pol zu abnimmt, wird er Krümmungskreis entsprechend größer.

Lokal, das heißt in einer Umgebung eines bestimmten Punktes, unterscheidet sich die Ellipse kaum vom Krümmungskreis. Für die Frage der Bogenlänge von einem Breitengrad zum nächsten können wir also näherungsweise auf den Kreis abstellen. Da diese Bogenlänge aber vom Kreisradius abhängt, ist sie für einen Punkt in der Nähe des Pols größer als für einen Punkt in der Nähe des Äquators.

Dies gilt für ein abgeplattetes Ellipsoid (Abb. 2c). Für ein gestrecktes Ellipsoid (Abb. 2a) verhält es sich umgekehrt.

## 6 Entscheidungskriterium

Es gilt nun, die Länge von einem Breitengrad zum nächsten einerseits in Äquatornähe und andererseits in Polnähe zu messen. Solche Messungen wurden 1735-1744 im heuti-

gen Ecuador und 1736-1737 in Lappland durchgeführt. Sie bestätigten die Annahme Newtons über die Abplattung der Erde.

### **Literatur**

Brotton, Jerry (2012): *A History of the World in Twelve Maps*. Penguin Books. ISBN 978-0-141-03494-5.