

Hans Walser, [20190115]

Kepler-Stern-Abwicklung

Anregung: B. K., Z.

1 Welcher Körper ist das?

Die Abbildung 1 zeigt eine *Abwicklung* (in der Schule sagt man auch *Netz*) eines Körpers.

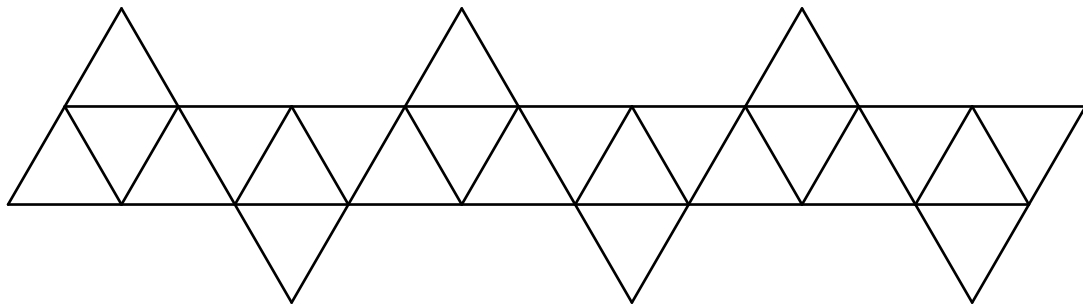


Abb. 1: Abwicklung

Um welchen Körper handelt es sich?

2 Bearbeitung

Eine heuristische Schüler-Überlegung vermutet auf Grund des Titels, dass es sich um den Kepler-Stern (Abb. 2) handelt.

Allerdings glaubte ich zunächst nicht, dass es für den Kepler-Stern eine zusammenhängende Abwicklung gibt. Der Kepler-Stern hat nämlich Ecken (sogenannte *hyperbolische* Ecken), bei denen acht gleichseitige Dreiecke zusammenstoßen. Wir hätten dann in der Abwicklung acht Winkel von 60° , zusammen also 480° . Das ist mehr als der volle Winkel von 360° , so dass es Überlappungen gäbe.

Trotzdem zeigt die Abbildung 1 eine korrekte Abwicklung.

3 Kantendifferenzierung

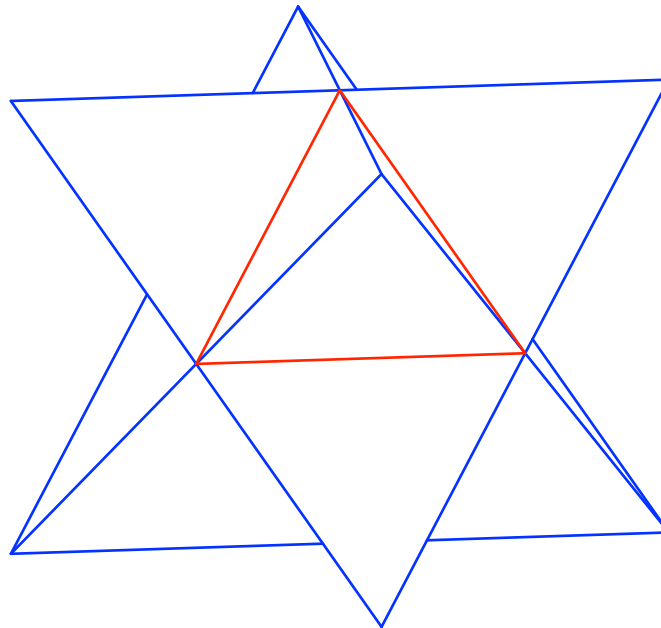


Abb. 2: Kepler-Stern

In der Abbildung 2 sind die konvexen Kanten des Kepler-Sterns blau und die Hohlkanten rot gezeichnet. In der Abbildung 3 wurde die entsprechende Färbung in die Abwicklung übernommen.

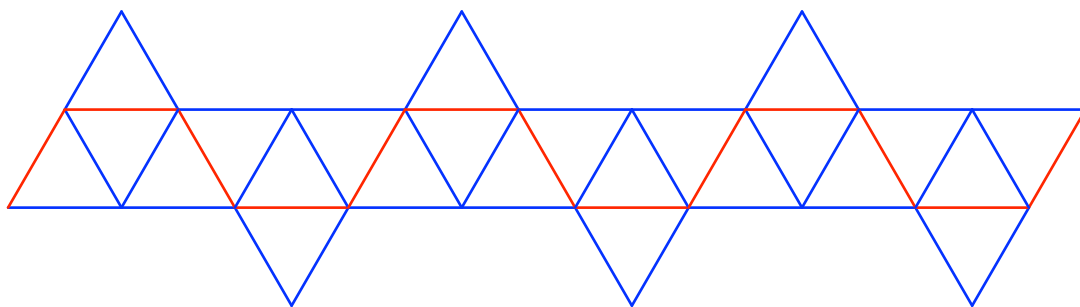


Abb. 3: Kantendifferenzierung

4 Zuordnung der Ecken

In der Abbildung 4 sind A, B, C, D, E, F, G, H die Ecken des dem Kepler-Stern umbeschriebenen Würfels. Bei ihnen stoßen je drei gleichseitige Dreiecke zusammen. Die

Ecken I, K, L, M, N, O sind die hyperbolischen Ecken des Kepler-Sterns. Bei ihnen stoßen je acht gleichseitige Dreiecke zusammen. Diese Ecken, für sich allein genommen, bilden zusammen mit den roten Kanten ein regelmäßiges Oktaeder.

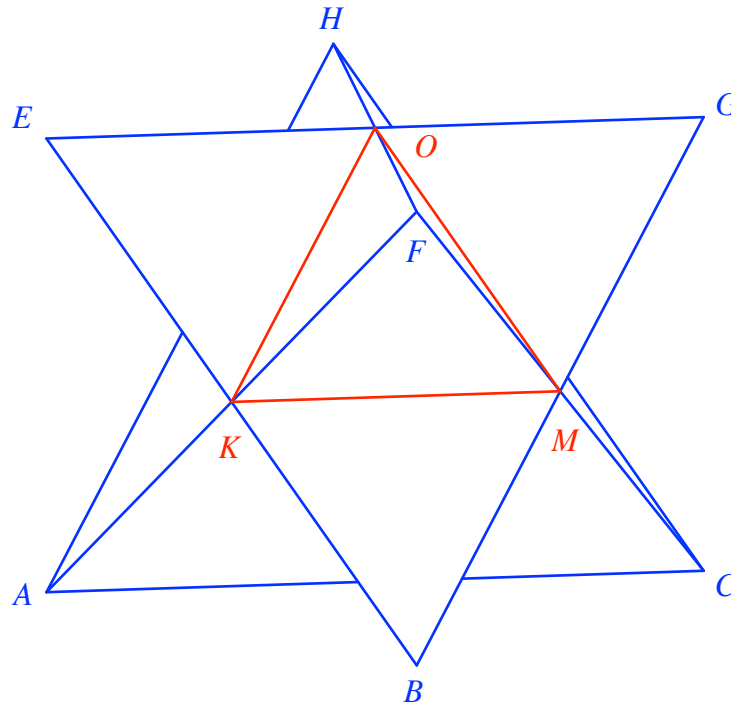


Abb. 4: Bezeichnung der Ecken

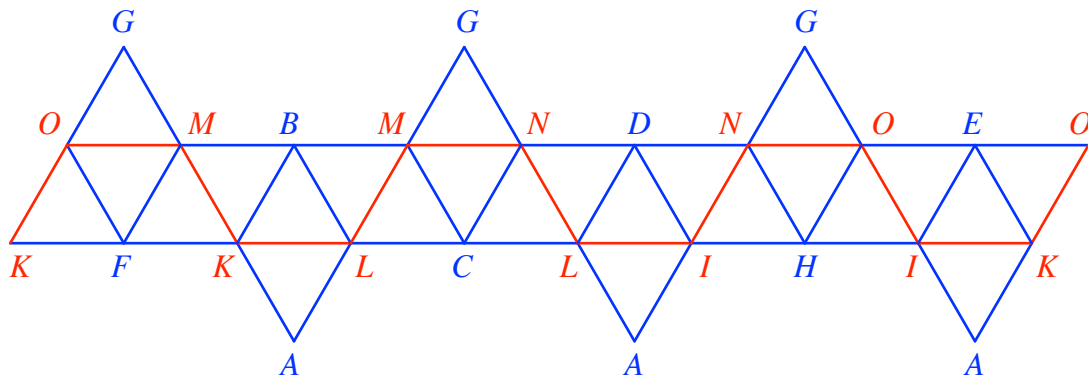


Abb. 5: Bezeichnung der Ecken in der Abwicklung

Ganz links in der Abbildung 5 kommt zweimal der Punkt K vor. Diese beiden Punkte sind zu identifizieren. So erhalten wir ein gleichseitiges Dreieck KMO . Dieses bildet das Bodendreieck des Tetraeders mit der Spitze F . Dieses Tetraeder ist in der Abbildung 5 gut erkennbar.

5 Flächenfarben

Der Kepler-Stern kann als Durchdringungsfigur zweier regelmäßiger Tetraeder gesehen werden. Damit sind insgesamt acht Ebenen im Spiel. Diese sind in den Abbildungen 6 und 7 je mit einer Farbe gekennzeichnet. Für das eine Tetraeder wurden die Farben rot, grün, blau und hellgrau verwendet, für das zweite Tetraeder die Farben hellblau (zyan), magenta, gelb und dunkelgrau.

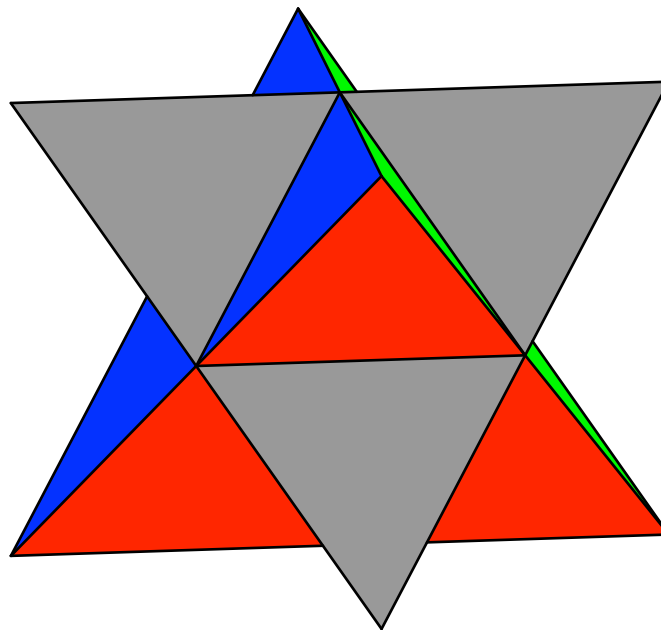


Abb. 6: Farbige Ebenen

Die Abwicklung der Abbildung 7 ist entsprechend gefärbt.

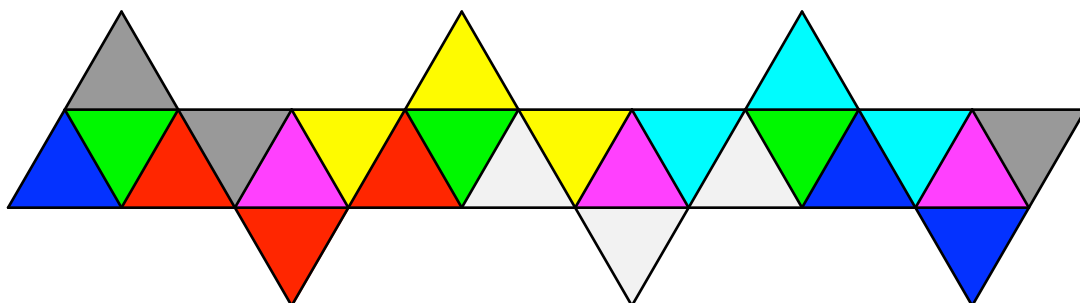


Abb. 7: Farben in der Abwicklung

6 Spiel mit Schnittmustern

Die Abbildung 8 gibt das prinzipielle Schnittmuster für den Keplerstern. Es führt allerdings bei Verwendung von DIN A4 Papier zu einem recht kleinen Modell.

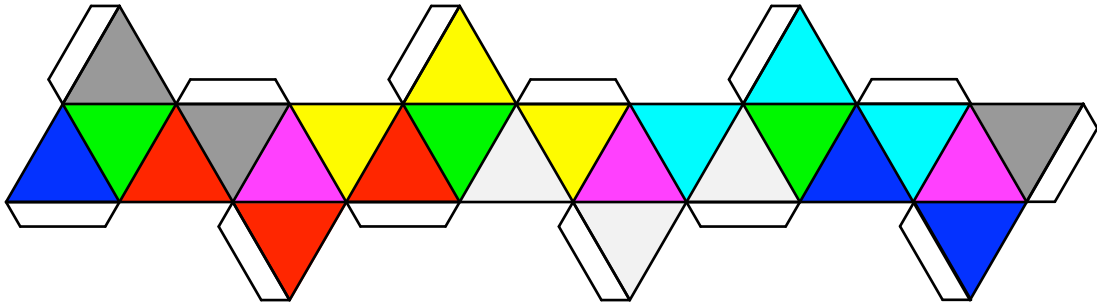


Abb. 8: Schnittmuster

Wir können das Schnittmuster aber auch aus mehreren Teilen zusammensetzen.

6.1 Drittel des Schnittmusters

Die Abbildung 9 gibt einen Drittel des Schnittmusters, ohne Farbe.

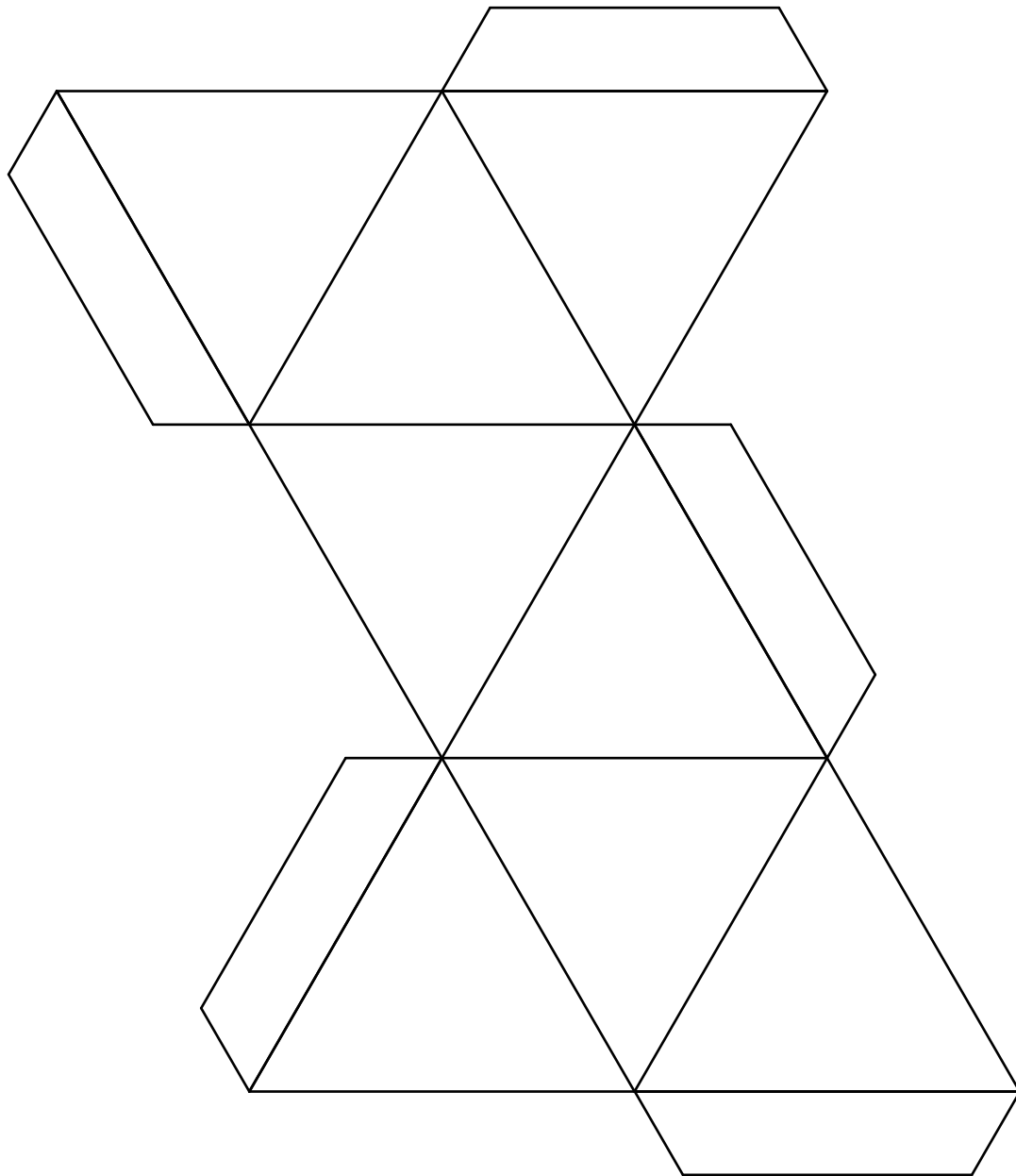


Abb. 9: Drittel-Schnittmuster

Ein solcher Drittel, für sich allein genommen, ist ein Schnittmuster des regelmäßigen Oktaeders.

Wir schneiden drei Kopien der Abbildung 9 aus, kleben sie passend zusammen, so dass das Schnittmuster der Abbildung 8 entsteht und färben entsprechend. Dann falten wir gemäß der Kantendifferenzierung der Abbildung 3.

6.2 Sechstel des Schnittmusters

Für ein noch größeres Modell können je drei Teilschnittmuster der Abbildungen 10a und 10b verwendet werden.

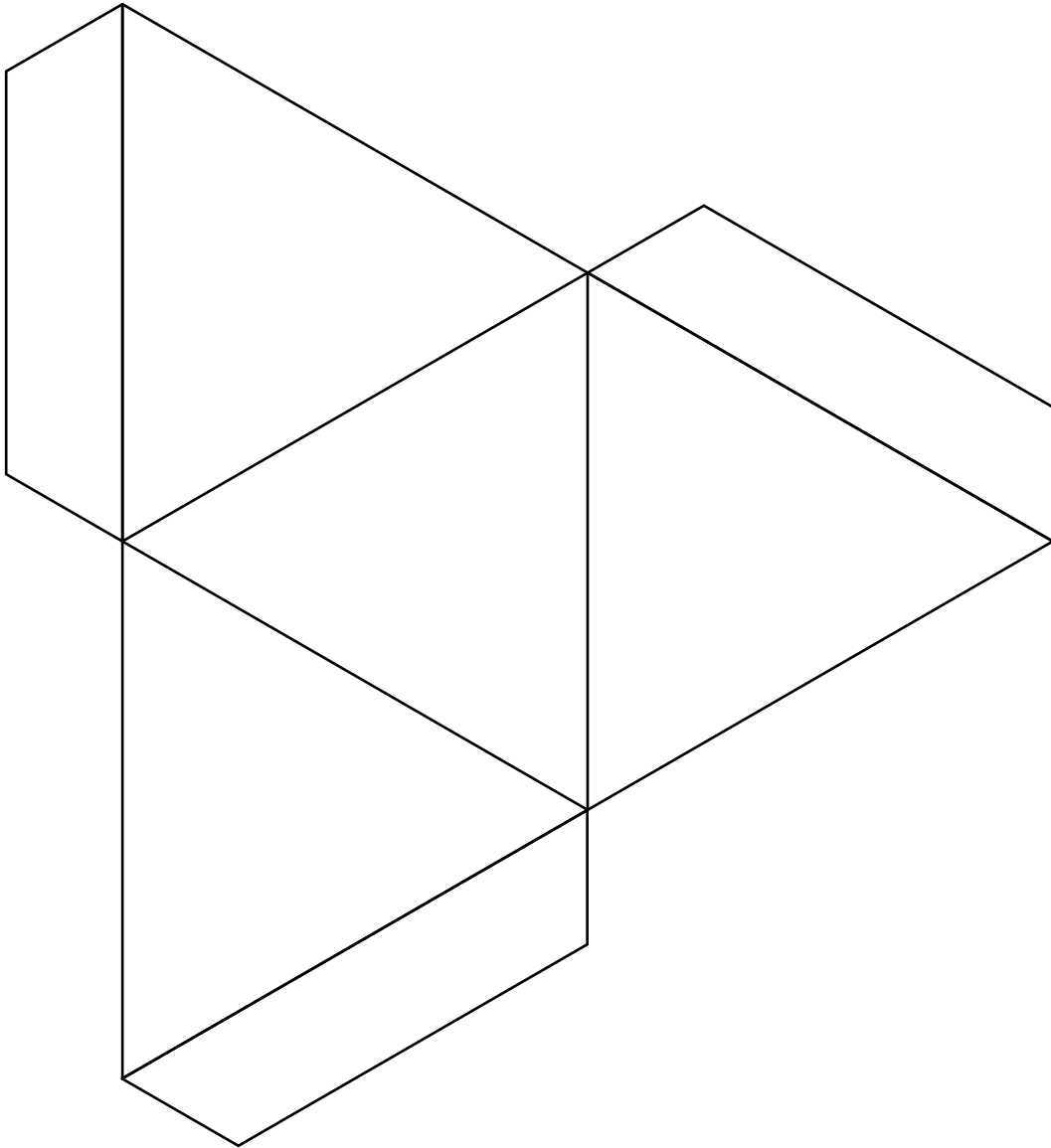


Abb. 10a: Sechstel-Schnittmuster

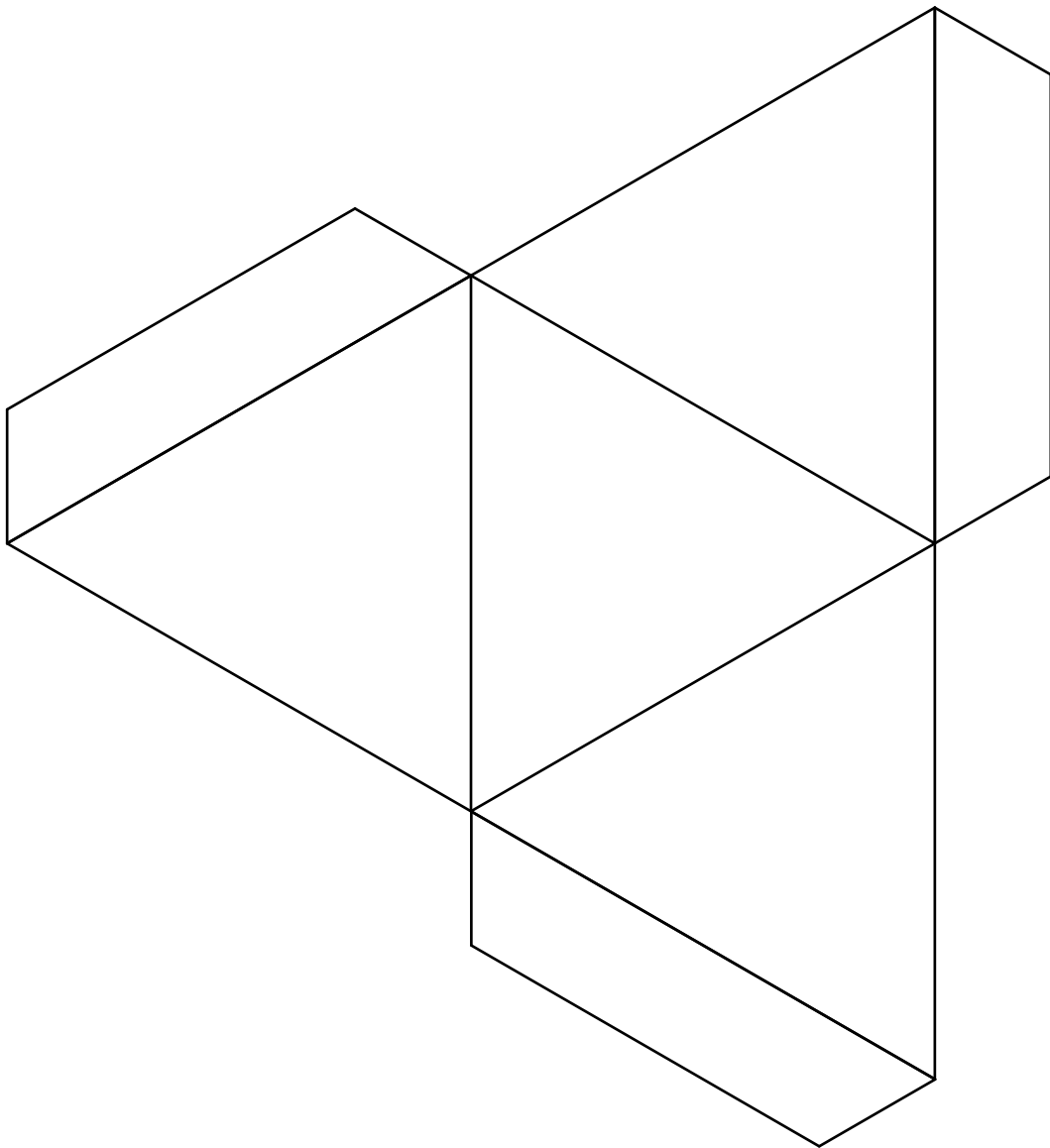


Abb. 10b: Sechstel-Schnittmuster

Diese beiden Schnittmuster sind bezüglich der Anordnung der Klebelaschen spiegelbildlich, sonst aber gleich. Für sich allein genommen ist es je ein Schnittmuster des regelmäßigen Tetraeders.

7 Zusammenbau

Beim Zusammenkleben bin ich vorgegangen wie folgt. Zunächst habe ich aus den Dreiecken des Mittelbandes der Abbildung 8 eine Folge von Tetraedern ohne Boden geklebt. Die Abbildungen 11 und 12 zeigen diesen Zwischenschritt.

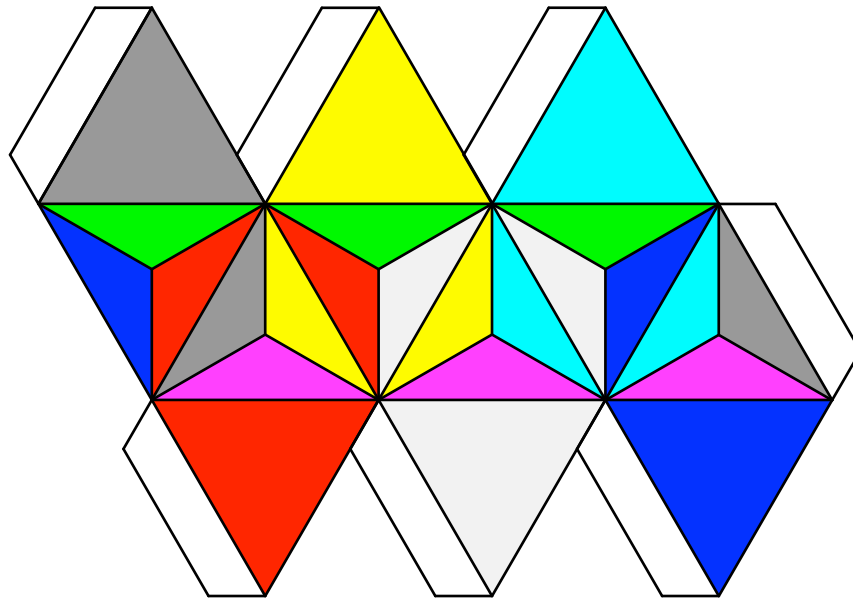


Abb. 11: Zwischenschritt

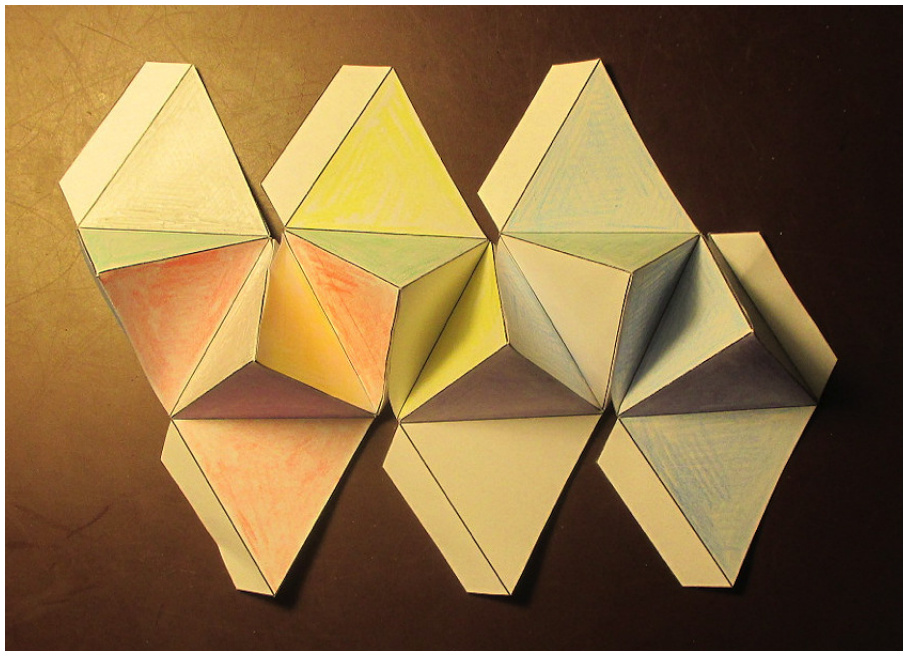


Abb. 12: Realer Zwischenschritt

Die Abbildung 13 zeigt das Papiermodell des Kepler-Sterns.

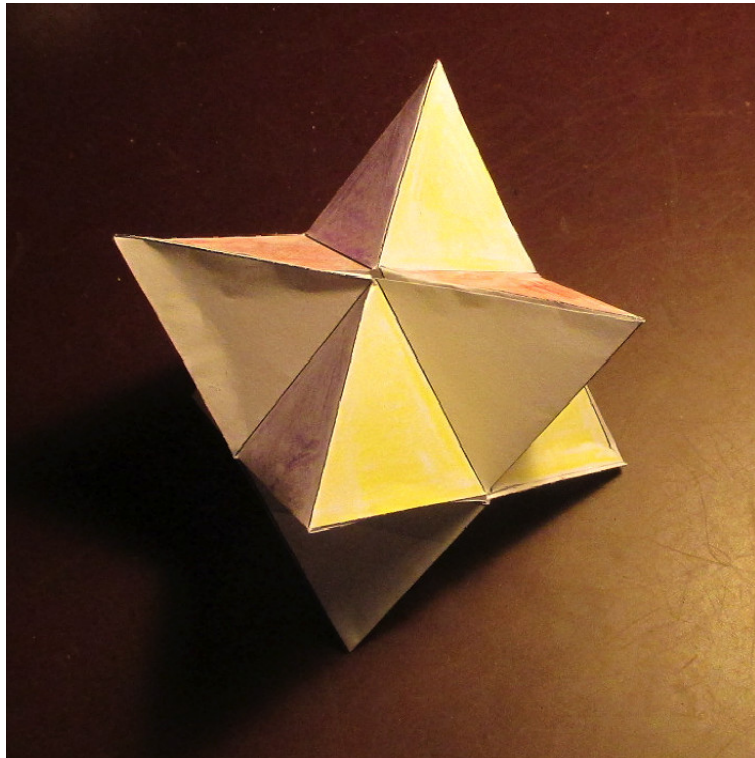


Abb. 13: Papiermodell