

Hans Walser, [20170417]

Kollineare Punkte

1 Worum geht es?

Es werden drei Beispiele von kollinearen Punkten im Kontext des Inkreises eines Dreiecks vorgestellt. Die Beispiele wurden mit DGS verifiziert, mit einer Ausnahme fehlen aber Beweise im klassischen Sinn.

2 Inkreis

Zu einem beliebigen Dreieck zeichnen wir den Inkreis. Weiter zeichnen wir die Schnittpunkte des Inkreises mit den Verbindungsstrecken des Inkreis-Mittelpunktes zu den Dreiecksseiten (Abb. 1). Diese Verbindungsstrecken liegen auf den Winkelhalbierenden.

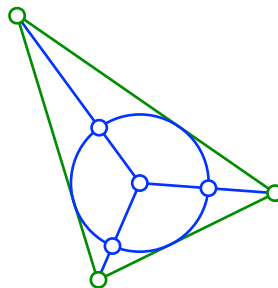
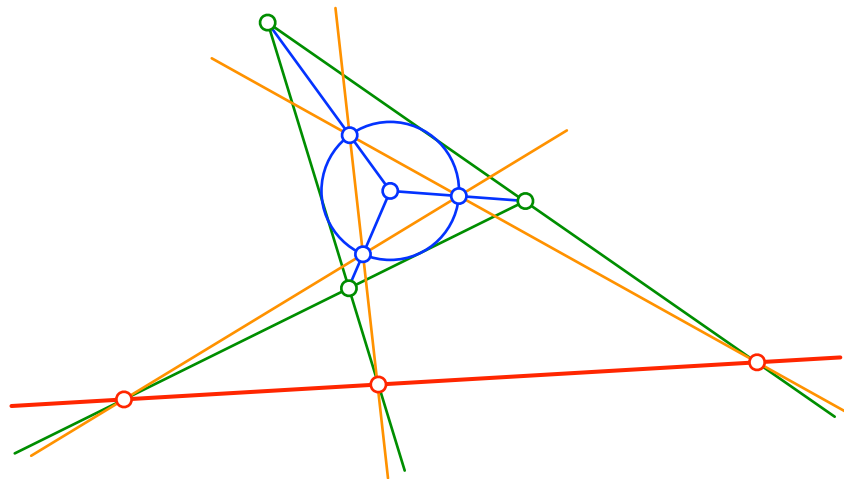


Abb. 1: Inkreis und Schnittpunkte auf den Winkelhalbierenden

3 Inkrissekanten

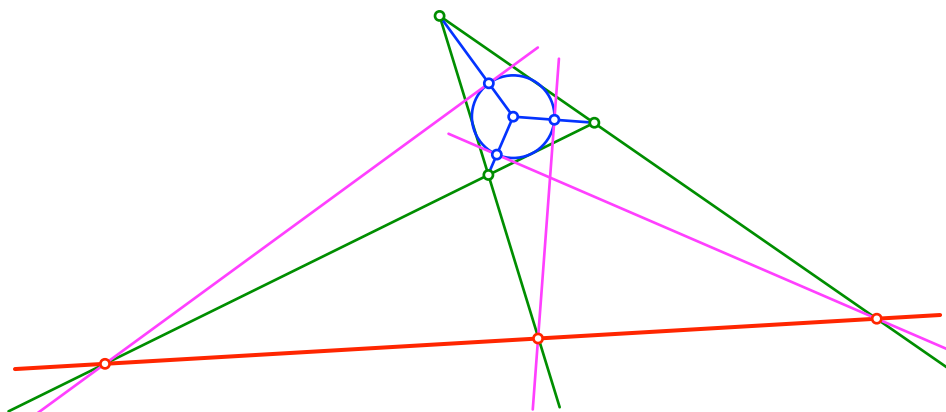
Wir zeichnen die drei durch diese drei Schnittpunkte definierten Sekanten und schneiden sie mit den Verlängerungen der Dreiecksseiten gemäß Abbildung 2.

So erhalten wir drei kollineare Punkte.

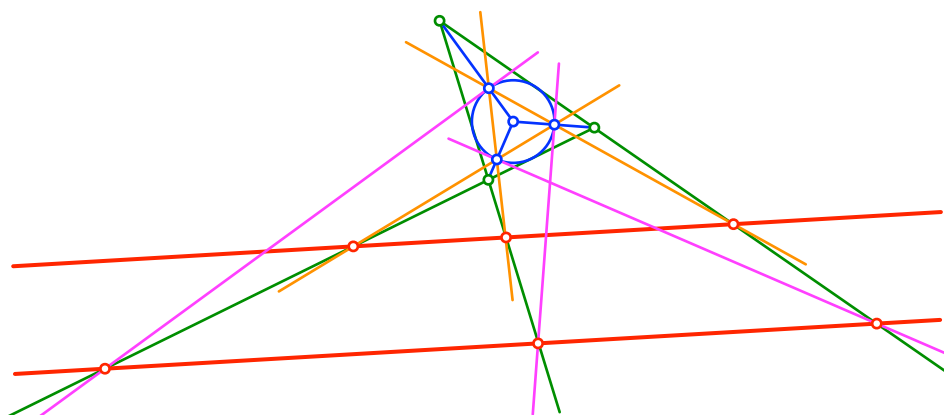
**Abb. 2: Sekanten**

4 Inkreistangenten

Wir zeichnen in den drei Schnittpunkten die Tangenten an den Inkreis (Abb. 3). Die Schnittpunkte mit den Dreieckseiten sind wiederum kollinear.

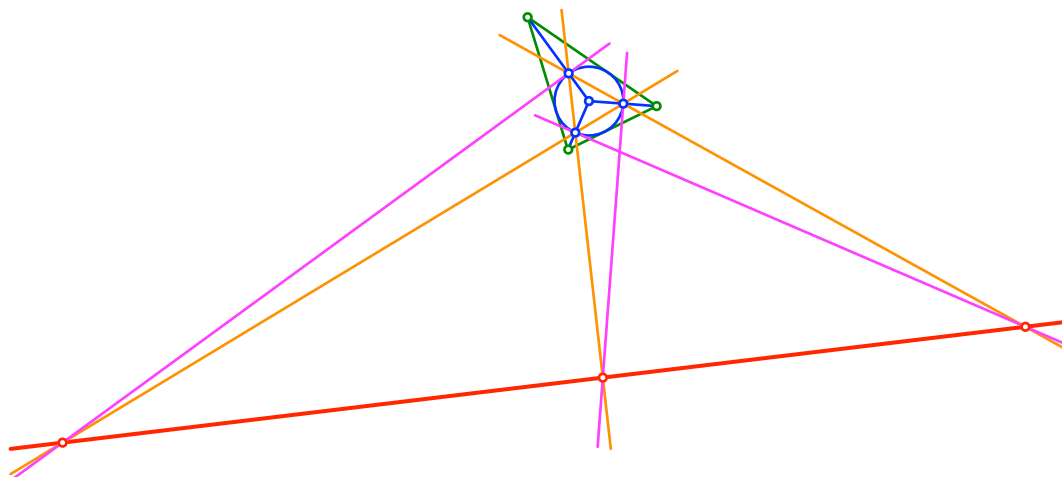
**Abb. 3: Tangenten**

Die beiden roten Geraden durch die drei kollinearen Punkte der Abbildungen 2 und 3 sind parallel (Abb. 4).

**Abb. 4: Parallele Geraden**

5 Sekanten und Tangenten

Mit den Sekanten und Tangenten finden wir ein drittes Tripel von kollinearen Punkten (Abb. 5).

**Abb. 5: Drittes Tripel von kollinearen Punkten**

Allerdings ist diese dritte rote Gerade nicht mehr parallel zu den beiden anderen roten Geraden (Abb. 6).

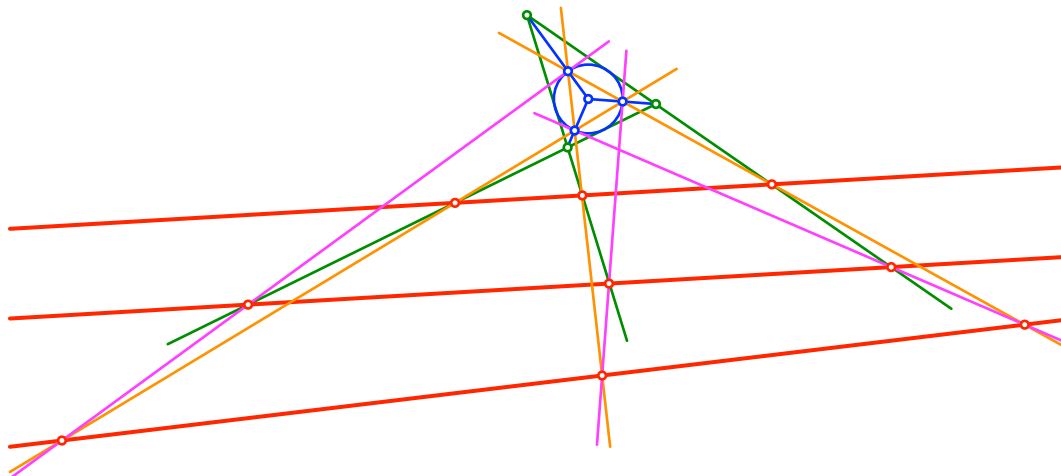


Abb. 6: Übersicht

6 Beweise

Für die ersten beiden Tripel kollinearere Punkte (Abb. 2 und 3) habe ich keinen Beweis gefunden.

Das letzte Tripel (Abb. 5) ist ein Sonderfall des Satzes von Pappos-Pascal. Dies kann eingesehen werden wie folgt. Siehe dazu auch [1].

Die Abbildung 7 zeigt die übliche Konfiguration des Satzes von Pappos-Pascal. Als Kegelschnitt wurde eine Ellipse gezeichnet. In unserem Sonderfall ist es ein Kreis, der Inkreis.

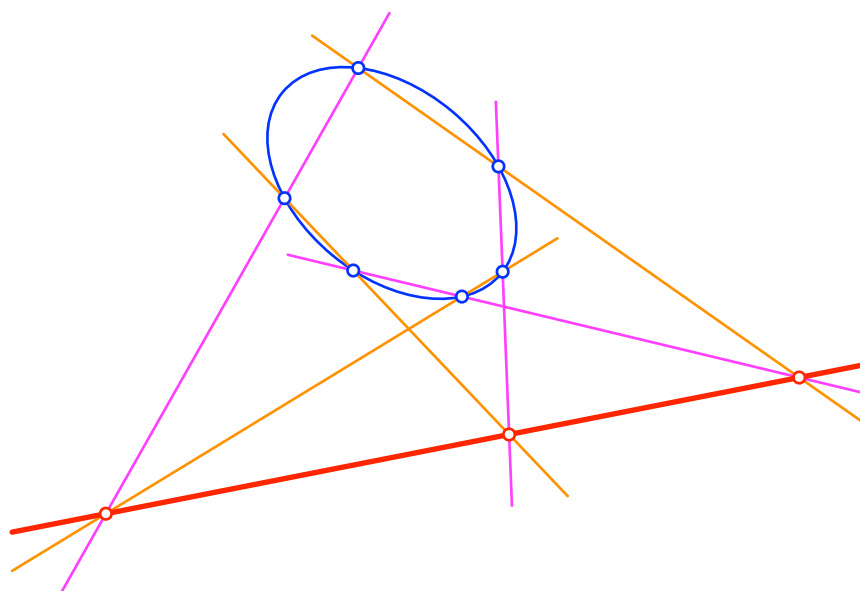


Abb. 7: Satz von Pappos-Pascal

Nun schieben wir die in der Abbildung 8 durch Doppelpfeile markierten Punkte zusammen.

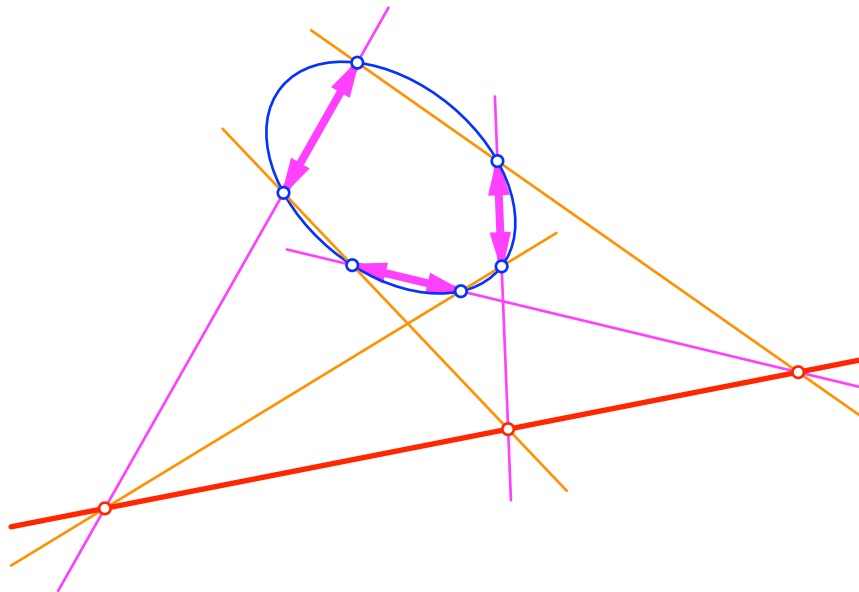


Abb. 8: Punkte zusammenschieben

Dadurch werden die magenta Sekanten zu Tangenten, und wir erhalten die Situation der Abbildung 5.

Das grüne Ausgangsdreieck und dessen Winkelhalbierende sind in diesen Überlegungen irrelevant.

Websites

[1] Hans Walser: Kollineare Punkte (19. 04. 2017):

www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kollineare_Punkte1/Kollineare_Punkte1.htm