

Hans Walser, [20190418]

## Oberflächengleiche Tetraeder und Würfel

Anregung: [Patrik G. K. Wiesner](#), BSc ETHZ, Davidgasse 42, A - 1100 Wien

### 1 Zerlegungsgleichheit

Nach einem Satz von Dehn (1900) sind volumengleiche Tetraeder und Würfel nicht zerlegungsgleich.

Flächengleiche ebene Polygone sind nach einem Satz von Hilbert aber immer zerlegungsgleich. Wir suchen eine gemeinsame Zerlegung der Oberflächen von Tetraeder und Würfel. Dazu arbeiten wir in den Abwicklungen dieser Körper.

### 2 Tetraeder und Würfel

Die Abbildung 1 zeigt eine Gegenüberstellung und eine Durchdringung der beiden Körper mit gleicher Oberfläche.

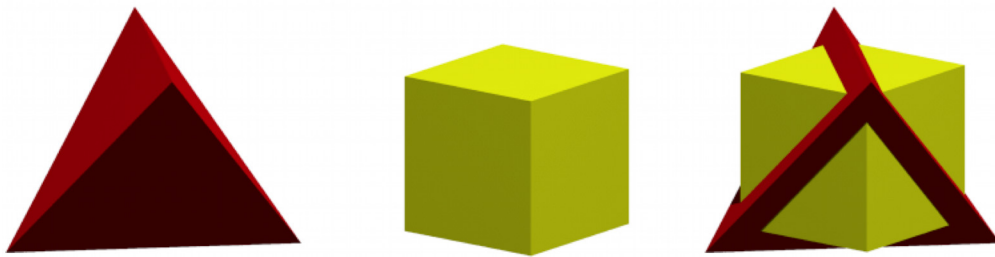
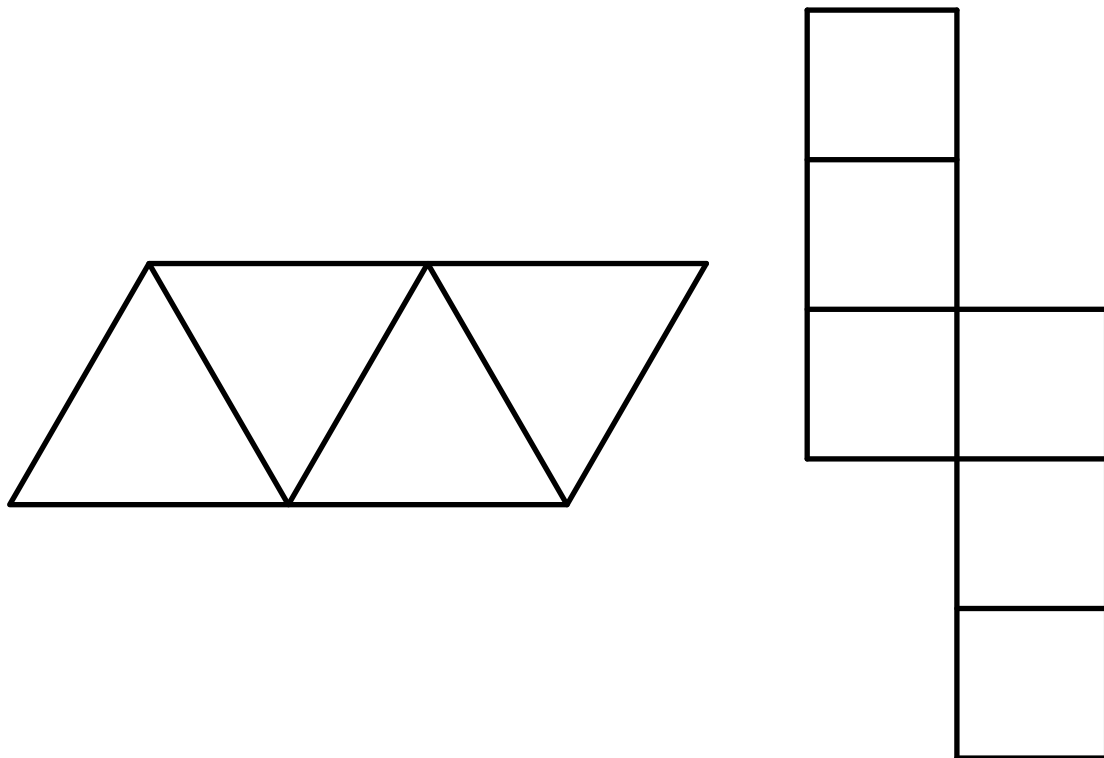


Abb. 1: Tetraeder und Würfel mit gleicher Oberfläche

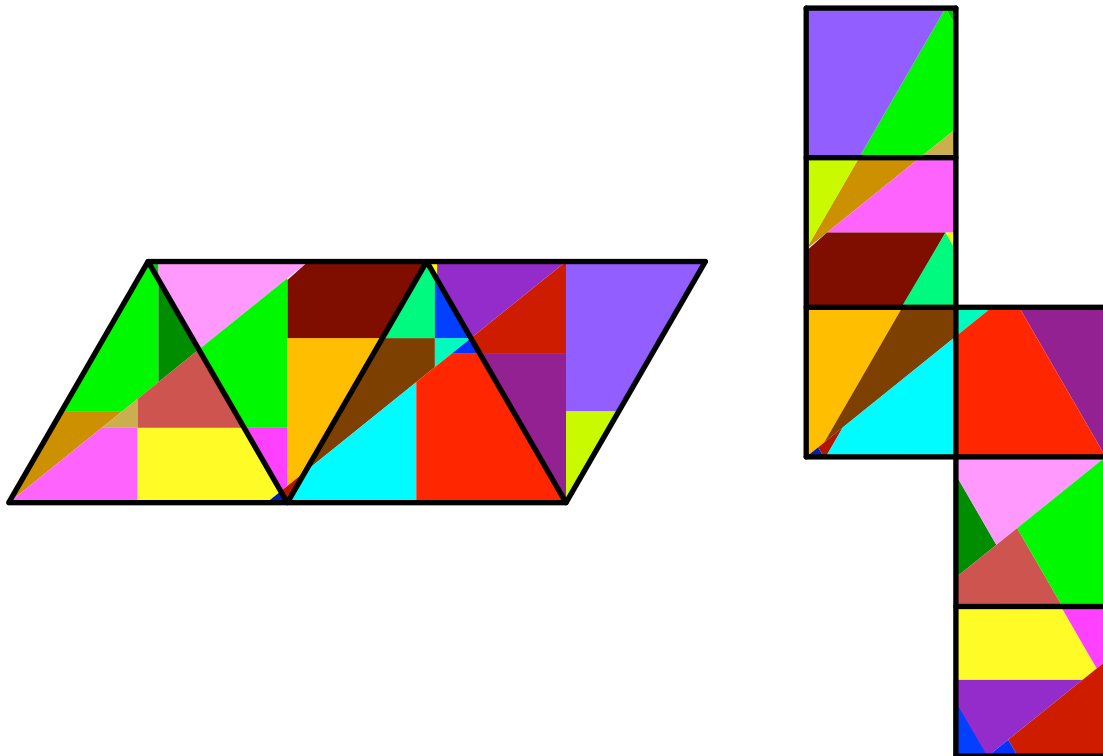
### 3 Flächengleiche Abwicklungen



**Abb. 2: Flächengleiche Abwicklungen**

Die Abbildung 2 zeigt exemplarisch je eine Abwicklung von Tetraeder und Würfel mit gleicher Gesamtfläche.

#### 4 Zerlegungsgleiche Abwicklungen



**Abb. 3: Zerlegungsgleiche Abwicklungen**

In den beiden Zerlegungen der Abbildung 3 haben entsprechende Teile dieselbe Farbe und sind gleich orientiert. Sie können also durch eine Translation von der einen Abwicklung in die andere gebracht werden. Jedes Teil wird genau einmal verwendet. Die Abbildung 4 zeigt eine andere Lösung. Die Teile werden mehrfach verwendet.

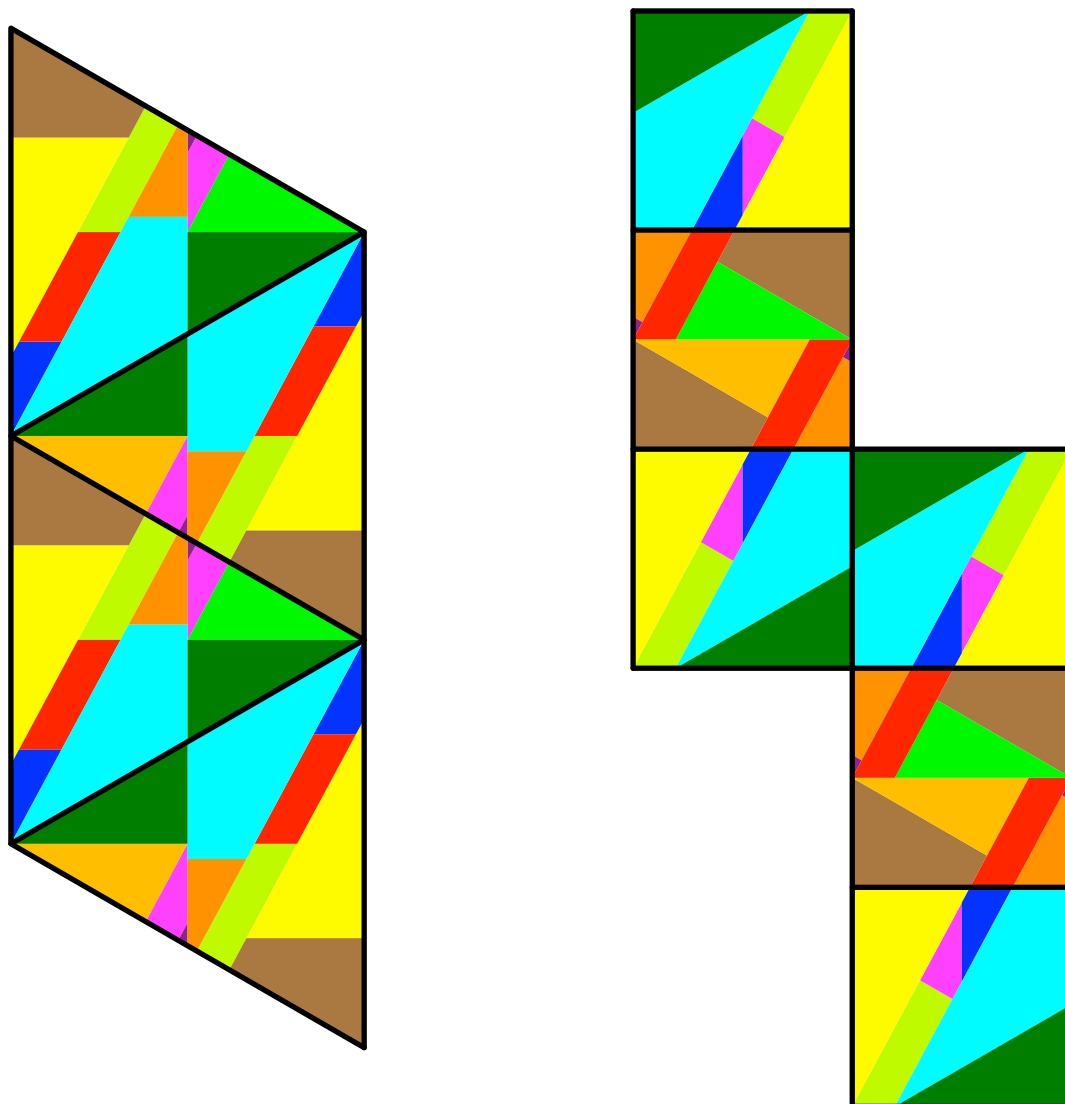


Abb. 4: Andere Lösung

## 5 Daten

Wir gehen aus von einem Würfel der Kantenlänge 1. Seine Oberfläche ist daher 6. Für die Oberfläche des Tetraeders mit der Kantenlänge  $s$  finden wir:

$$S = 4 \frac{s^2 \sqrt{3}}{4} = s^2 \sqrt{3} \quad (1)$$

Aus  $S = 6$  ergibt sich:

$$s = \sqrt[4]{12} \approx 1.8612 \quad (2)$$

## **Weblink**

Patrick Wiesner, Homepage

<https://www.ditoh.com>