

Hans Walser, [20150426]

Pascal-Dreieck variiert

1 Standard

Wir codieren die Einträge im Pascalschen Dreieck der Binomialkoeffizienten farblich gemäß Parität: rot für gerade und blau für ungerade (Abb. 1). Außerhalb des Dreieckes sei rot. Das Spitzenfeld setzen wir blau.

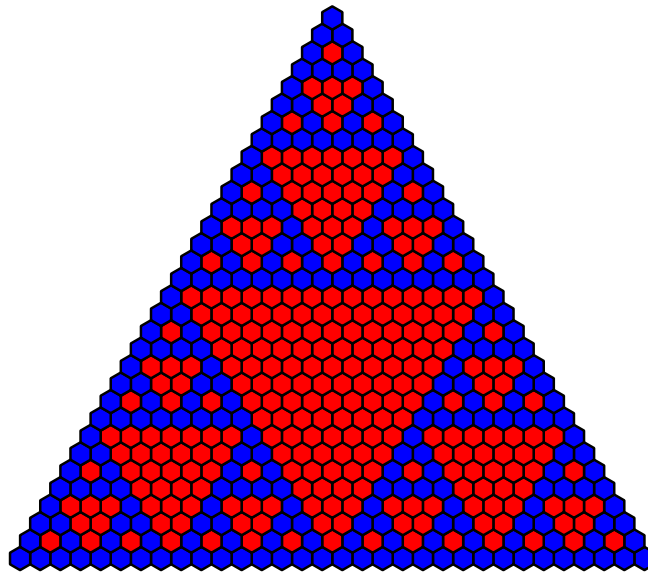


Abb. 1: Farbcodierung

Die Rekursionsformel der Binomialkoeffizienten kann in dieser Farbcodierung auf vier Fälle gemäß Abbildung 2 reduziert werden.

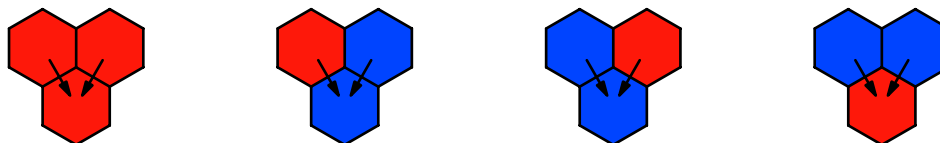


Abb. 2: Farbrekursion

Die beiden Farben links und rechts oberhalb des Feldes definieren die Farbe des Feldes.

2 Variation der Farbrekursion

Wir codieren die Farben mit 0 für gerade und 1 für ungerade. Die Farbrekursion ist also eine Funktion $f(x,y)$ von zwei Variablen, welche je den Wert 0 oder 1 haben können. Dabei stehen x für die Farbe im Feld oben links und y für die Farbe im Feld oben rechts. Wir haben vier mögliche Inputkombinationen. Da als output ebenfalls nur 0 oder 1 in Frage kommen, ergeben sich $2^4 = 16$ mögliche Farbrekursionen. Diese sind in der Tabelle 1 aufgelistet. Die Kopfzeile enthält die vier Inputkombinationen. Jede Zeile im

Tabellenkörper gibt eine Outputkombination. Die letzte Spalte gibt eine dazu passende Funktion.

0,0	0,1	1,0	1,1	$f(x,y)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	$\text{floor}\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$
0	0	1	0	$\max(x-y,0)$
0	0	1	1	x
0	1	0	0	$\max(y-x,0)$
0	1	0	1	y
0	1	1	0	$(x+y)\text{mod}2$
0	1	1	1	$\text{ceil}\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$
1	0	0	0	$\max(0,1-x-y)$
1	0	0	1	$1 - ((x+y)\text{mod}2)$
1	0	1	0	$1-y$
1	0	1	1	$1 - \max(y-x,0)$
1	1	0	0	$1-x$
1	1	0	1	$1 - \max(x-y,0)$
1	1	1	0	$1 - \text{floor}\left(\frac{1}{2}(x+y)\right)$
1	1	1	1	1

Tab. 1: Farbrekursionen

Das Beispiel der Abbildung 2 gehört zur Outputkombination (0,1,1,0).

3 Variation der Dreiecke

Es werden die 16 Beispiele durchexerziert, wobei Beispiele mit gleichem Bild zusammengefasst werden. Verschiedene Beispiele sind eher langweilig.

3.1 Blaue Spitze

Die Outputkombinationen $(0,0,0,0)$, $(0,0,0,1)$ ergeben je das Beispiel der Abbildung 3. Wir sehen viel rot.

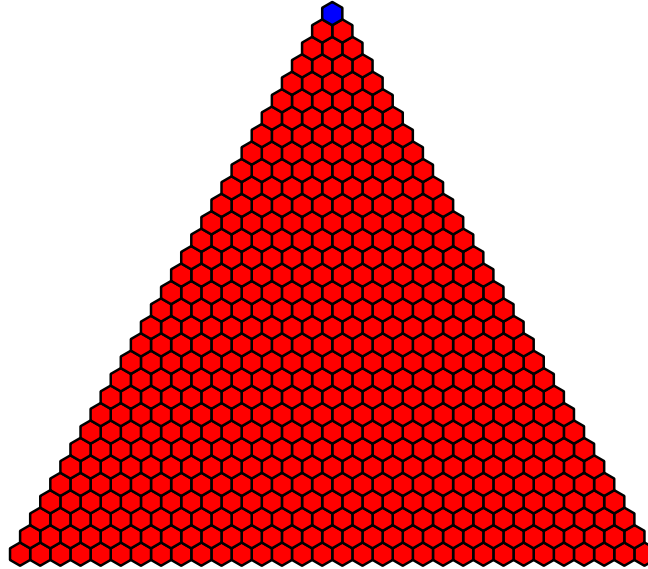


Abb. 3: $(0,0,0,0)$, $(0,0,0,1)$

3.2 Blaue Schräge rechts

Die Outputkombinationen $(0,0,1,0)$, $(0,0,1,1)$ ergeben je das Beispiel der Abbildung 4.

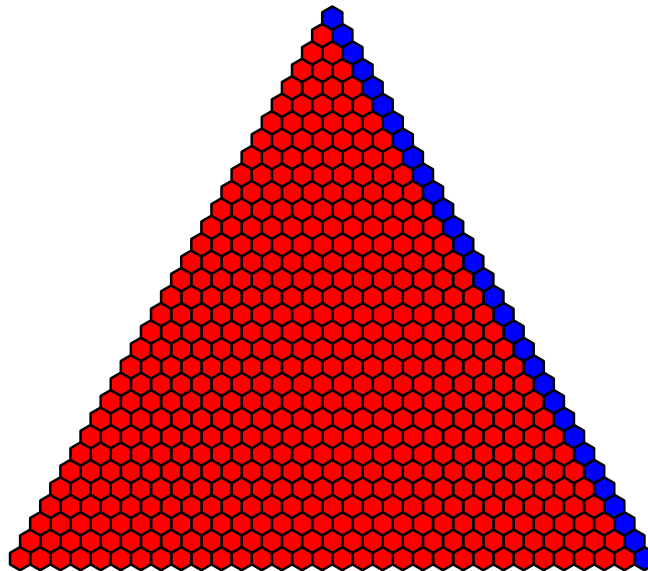


Abb. 4: $(0,0,1,0)$, $(0,0,1,1)$

3.3 Blaue Schräge links

Die Outputkombinationen $(0,1,0,0)$, $(0,1,0,1)$ ergeben je das Beispiel der Abbildung 5.

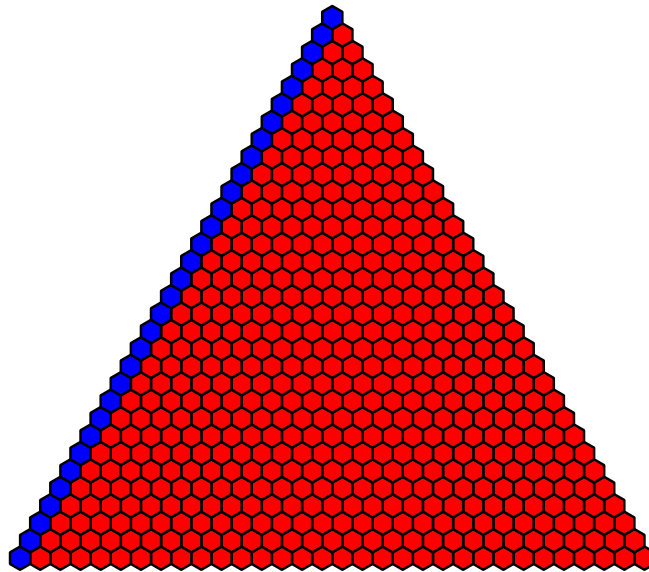


Abb. 5: $(0,1,0,0)$, $(0,1,0,1)$

3.4 Standard

Die Outputkombination $(0,1,1,0)$ ergibt das schon bekannte Standardbild (Abb. 6).

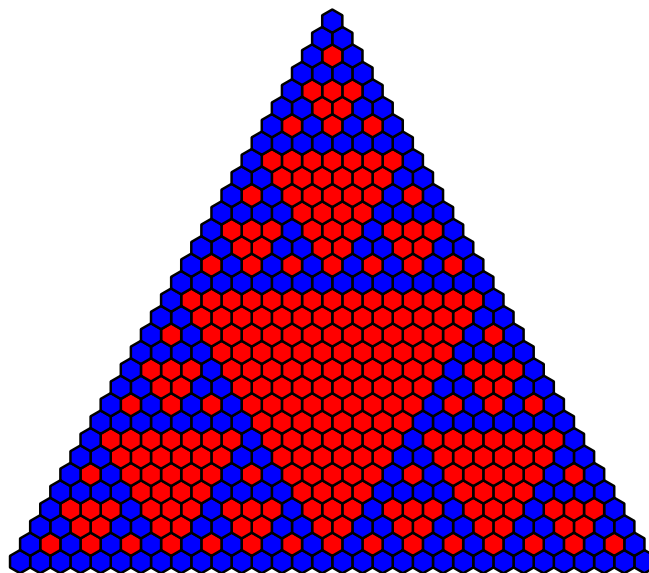


Abb. 6: $(0,1,1,0)$

3.5 Ganz in Blau

Die Outputkombiantionen (0,1,1,1) und (1,1,1,1) ergibt ein völlig blaues Dreieck (Abb. 7).

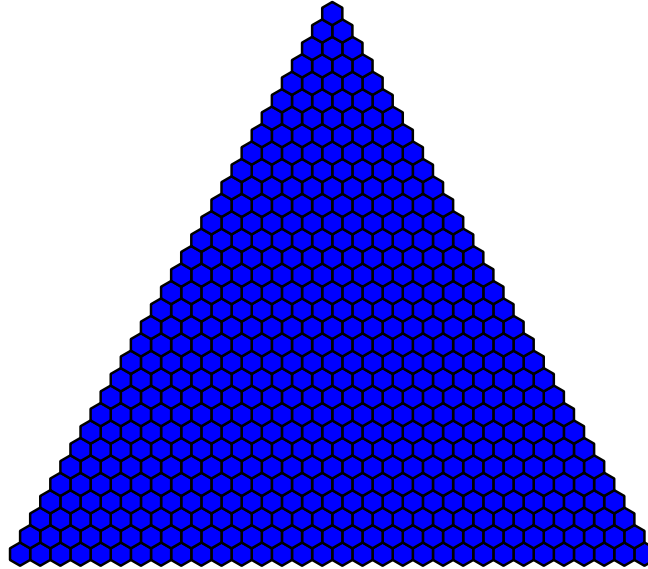


Abb. 7: (0,1,1,1)

3.6 Waagerechte Streifen

Die Outputkombiantion (1,0,0,0) ergibt horizontale Streifen (Abb. 8).

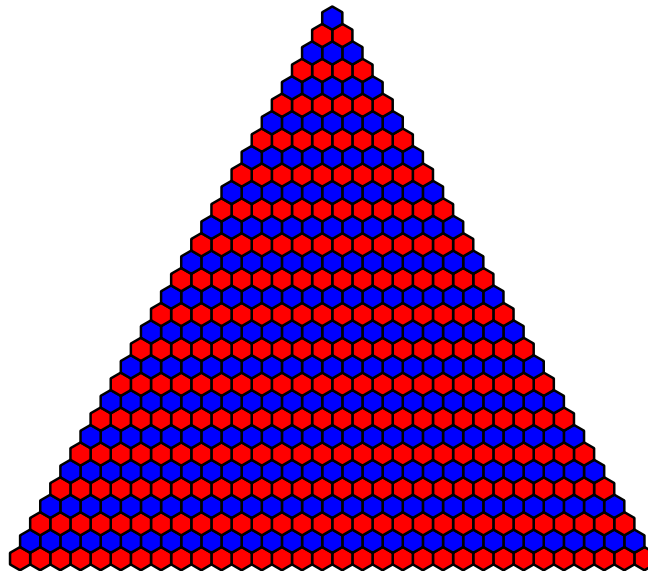


Abb. 8: (1,0,0,0)

3.7 Tausendundeine Nacht

Für $(1,0,0,1)$ erhalten wir etwas, das an den Standardfall erinnert (Abb. 9).

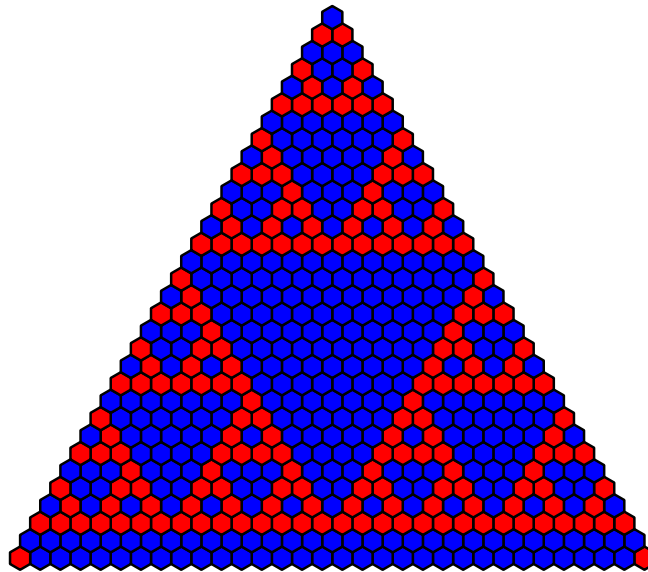


Abb. 9: $(1,0,0,1)$

3.8 Schräge Streifen

Für $(1,0,1,0)$ und $(1,0,1,1)$ erhalten wir schräge Streifen (Abb. 10).

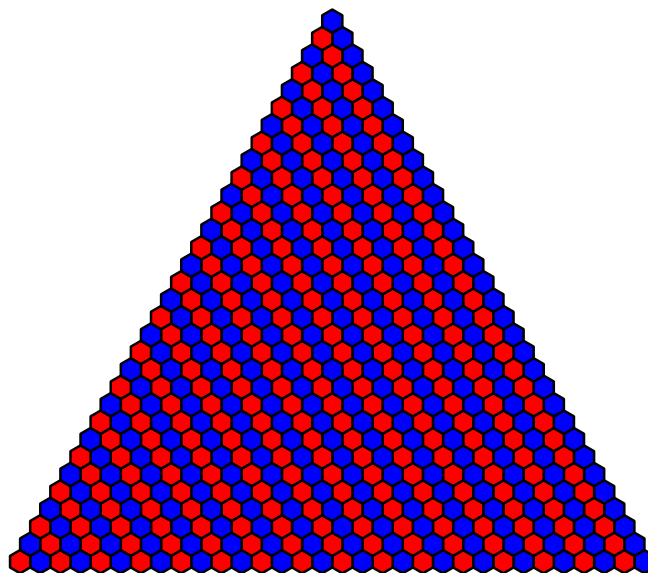


Abb. 10: $(1,0,1,0)$, $(1,0,1,1)$

Für $(1,1,0,0)$ und $(1,1,0,1)$ erhalten wir ebenfalls schräge Streifen, aber auf die andere Seite schräg (Abb. 11).

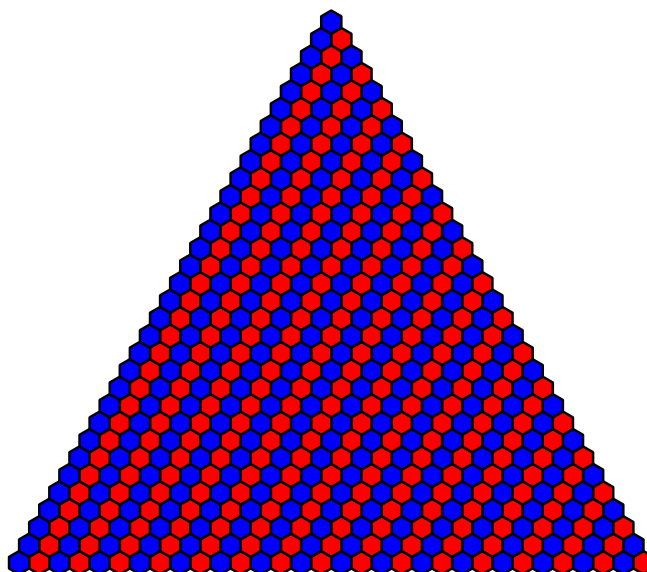


Abb. 11: $(1,1,0,0)$, $(1,1,0,1)$

3.9 Nochmals horizontale Streifen

Für $(1,1,1,0)$ erhalten wir horizontale Streifen in blauem Rahmen (Abb. 12).

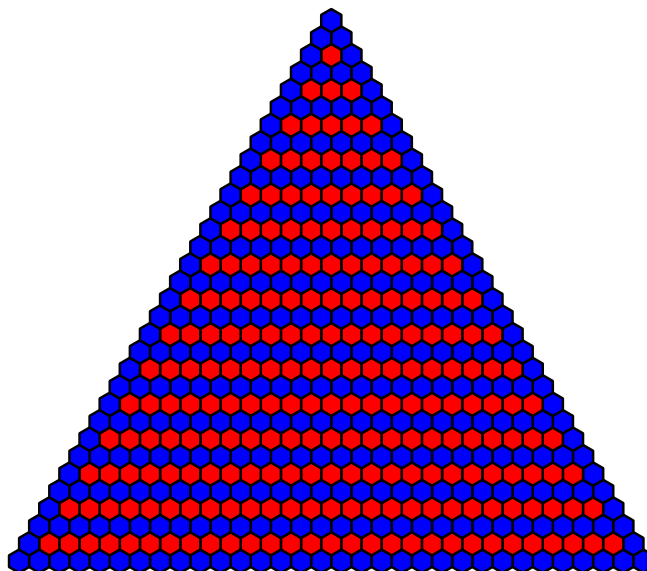


Abb. 12: $(1,1,1,0)$