Hans Walser, [20080419a]

Permutationen

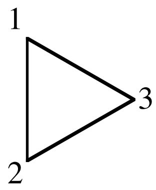
1 $n = 3$

Die Liste zeigt die 6 Permutationen. Grün die geraden, rot die ungeraden Permutationen.

123 132 213 231 312 321

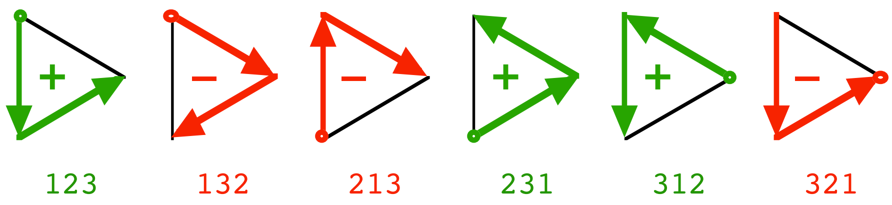
Permutationen

Diese lassen sich im Dreieck illustrieren. Wir nummerieren die Dreiecksecken:



Nummerierte Dreiecksecken

Dann zeichnen wir für jede Permutation einen Vektorzug:



Vektorzüge

Bei den geraden Permutationen (grün) haben die beiden aufeinander folgenden Vektoren einen Zwischenwinkel von $+\frac{2\pi}{3}$, es geht im positiven Drehsinn herum; bei den ungeraden Permutationen (rot) haben die beiden aufeinander folgenden Vektoren einen Zwischenwinkel von $-\frac{2\pi}{3}$ und es geht im negativen Drehsinn herum.

Alle grünen Vektorzüge lassen sich durch eine Drehung aufeinander abbilden, sie sind also gleich orientiert. Zwischen einen grünen und einem roten Vektorzug braucht es zusätzlich eine Geradenspiegelung.

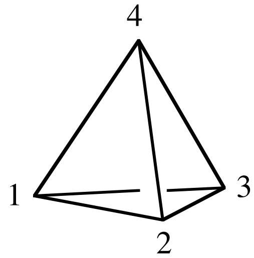
2 $n = 4$

Die Liste zeigt die 24 Permutationen.

1234	1243	1324	1342	1423	1432
2134	2143	2314	2341	2413	2431
3124	3142	3214	3241	3412	3421
4123	4132	4213	4231	4312	4321

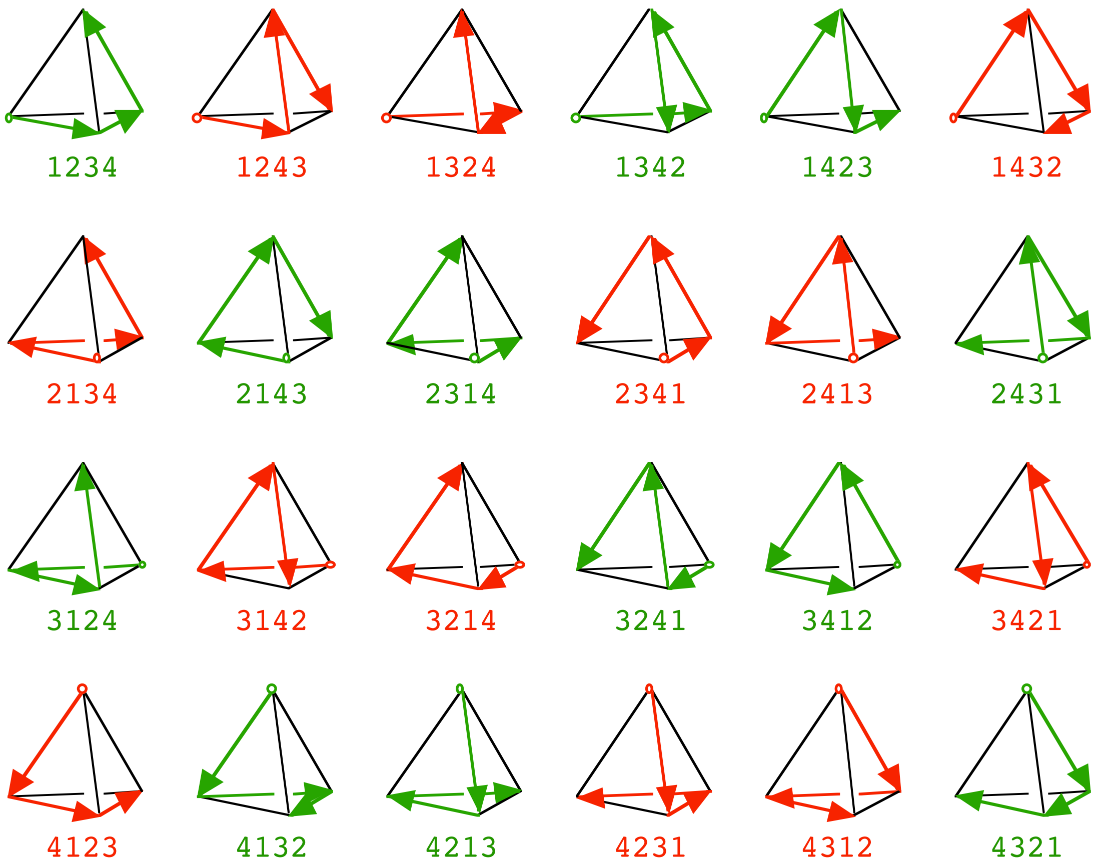
Permutationen

Zur Illustration arbeiten wir im Raum mit einem eckennummerierten Tetraeder.



Tetraeder

Dann zeichnen wir für jede Permutation einen Vektorzug:



Vektorzüge

Bei den geraden Permutationen (grün) verhält sich der jeweilige Vektorzug wie eine Rechtsschraube, bei den ungeraden Permutationen wie eine Linksschraube. Wir müssen also nicht mehr die Krümmung, sondern die Torsion beachten.

Man kann es auch so sehen: Alle grünen Vektorzüge lassen sich durch eine Bewegung aufeinander abbilden, sie sind also räumlich gleich orientiert. Wenn wir die drei Vektoren von einem Punkt aus starten, bilden sie in der gegebenen Reihenfolge ein Rechtssystem. Zwischen einem grünen und einem roten Vektorzug braucht es zusätzlich eine Ebenenspiegelung, welche die Raumorientierung ändert.