Hans Walser, [20160631], [20181210]

Quadratsummen

Anregung: Heinz Klaus Strick, Leverkusen

1 Der Klassiker

Die Quadratgleichung

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \tag{1}$$

kann auf verschiedene Weisen illustriert werden. Die Abbildung 1 zeigt ein Beispiel im Quadratraster.

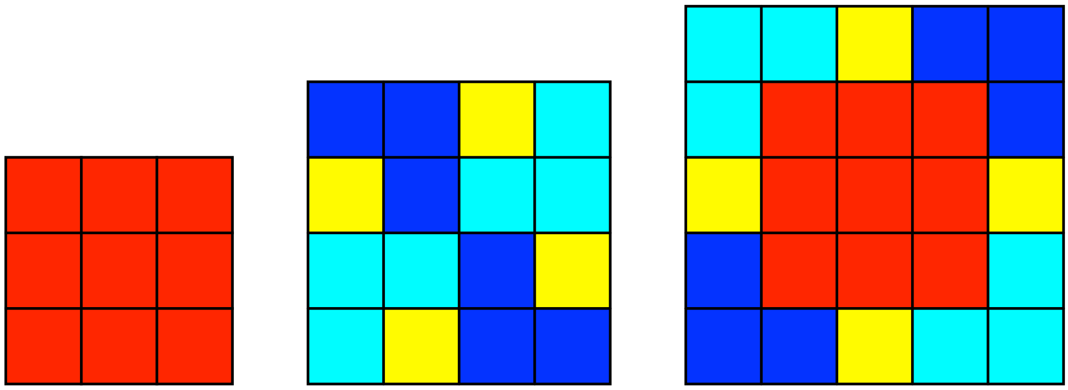

Abb. 1: Im Quadratraster

Die Abbildung 2 zeigt eine Illustration im Dreiecksraster.

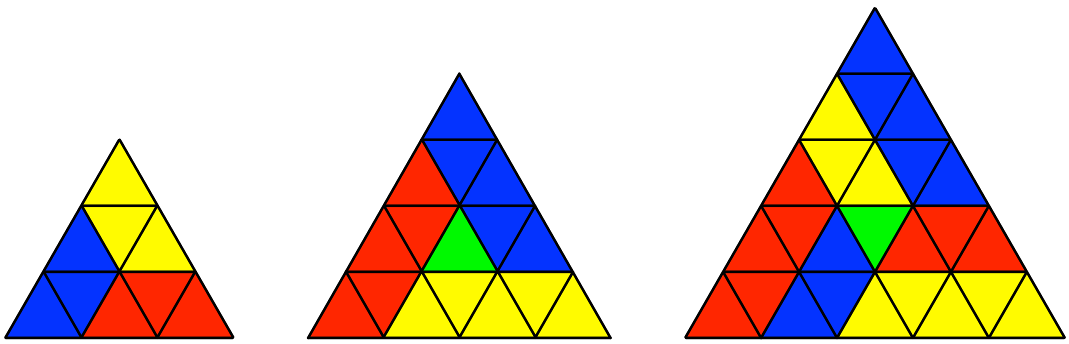

Abb. 2: Im Dreiecksraster

In der Abbildung 3 sind die Rasterlinien weggelassen.

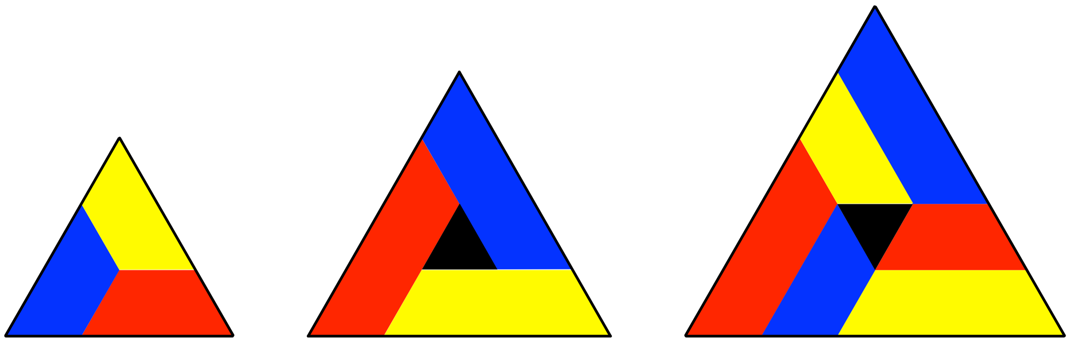

Abb. 3: Ohne Rasterlinien

2 Erweiterung

Wir illustrieren die Quadratgleichung:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 \tag{2}$$

Die Abbildung 4 zeigt eine Illustration im Quadratraster.

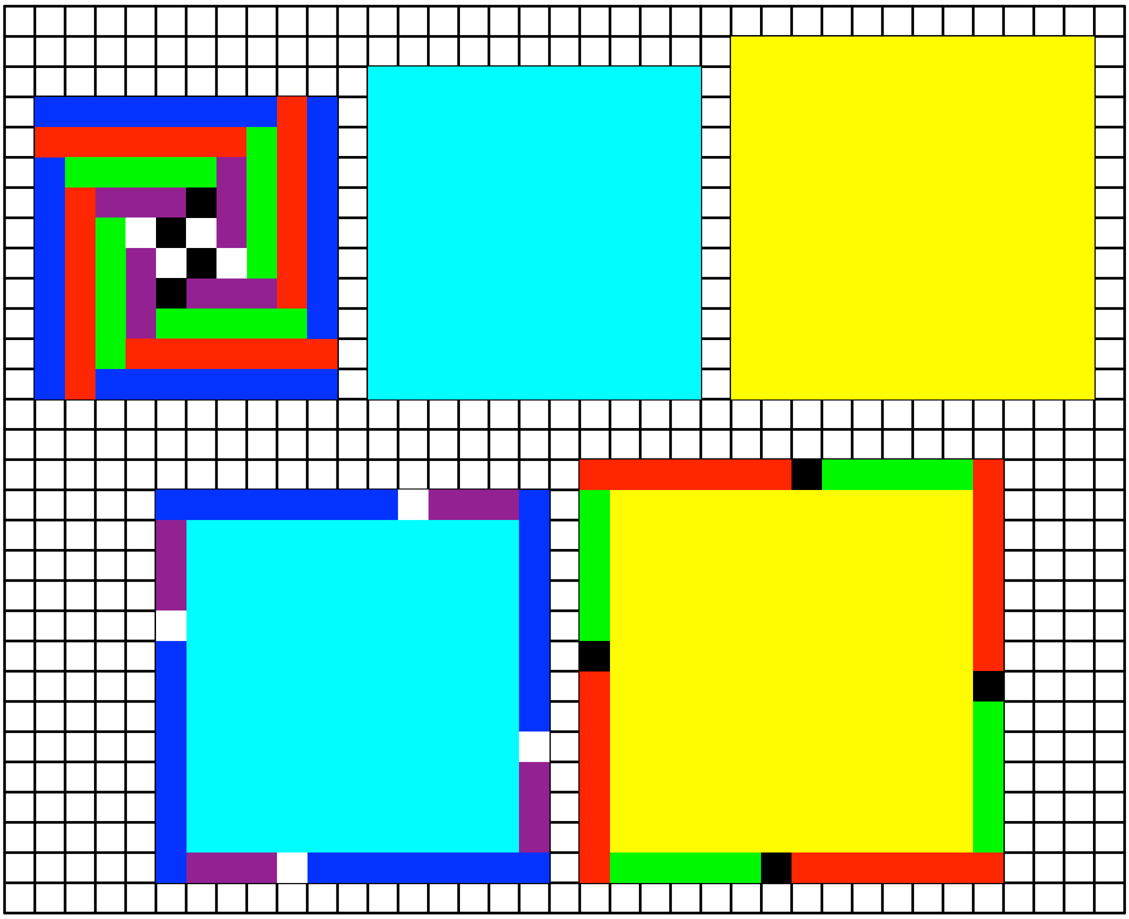

Abb. 4: Im Quadratraster

Die Abbildung 5 zeigt dasselbe im Dreiecksraster.

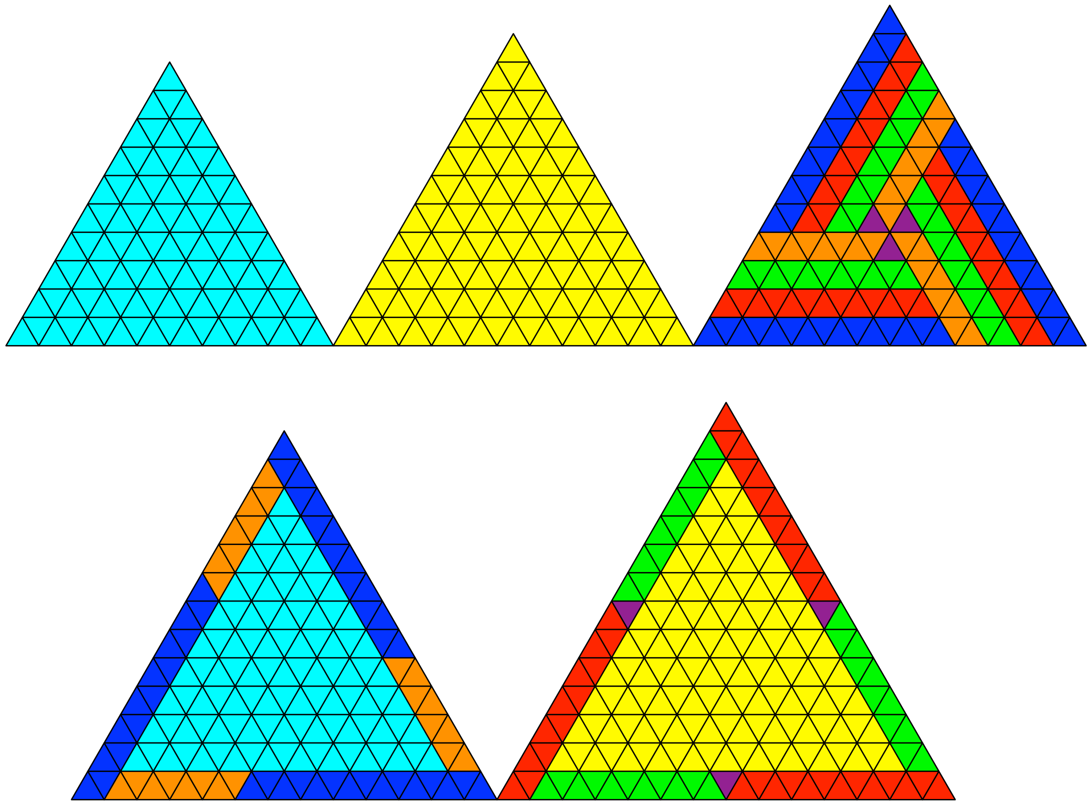

Abb. 5: Im Dreiecksraster

Die Abbildung 6 zeigt eine leicht modifizierte Lösung.

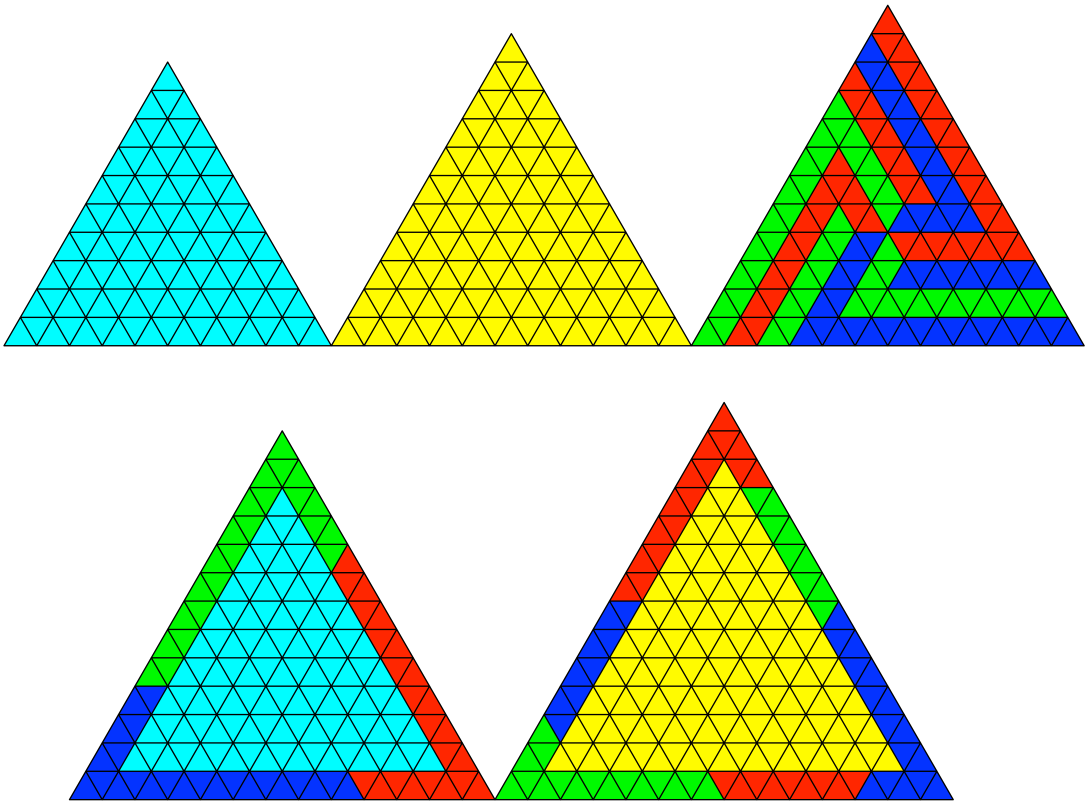

Abb. 6: Modifizierte Lösung

3 Nächster Schritt

Wir illustrieren die Quadratgleichung:

$$21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2 \tag{3}$$

Die Abbildungen 7 und 8 zeigen zwei Lösungen.

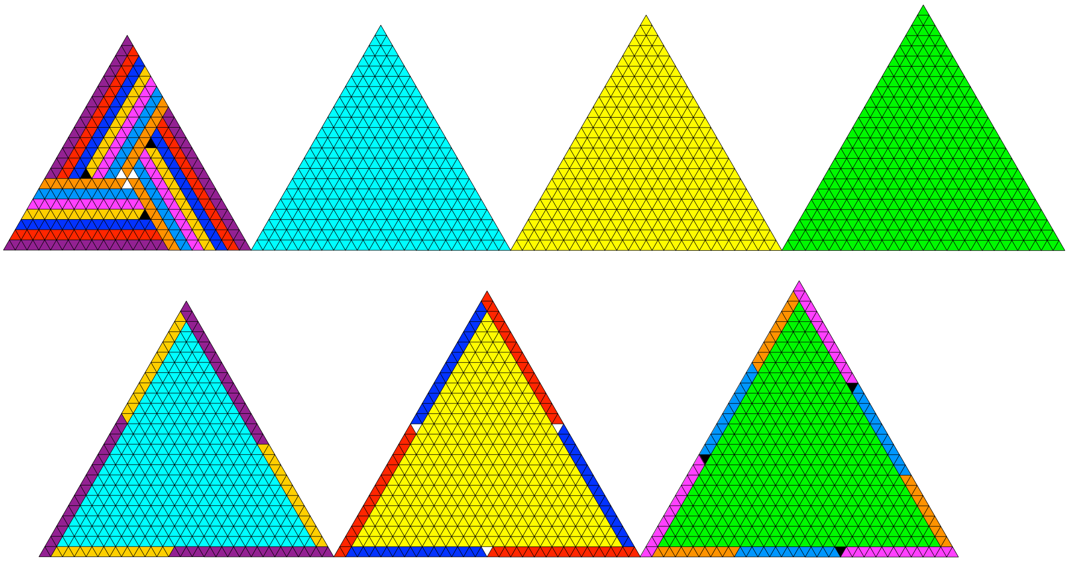

Abb. 7: Quadratsummen

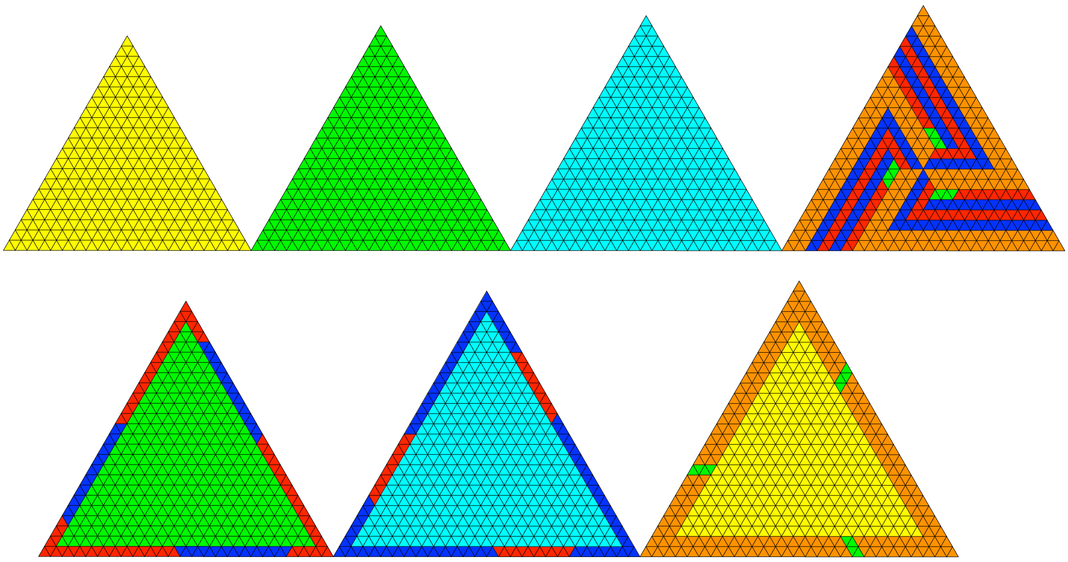

Abb. 8: Variante

4 Rechtwinklige Dreiecke

Bei der Gleichung (1)

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \tag{1}$$

denken wir an ein rechtwinkliges Dreieck und den Satz des Pythagoras (Abb. 9).

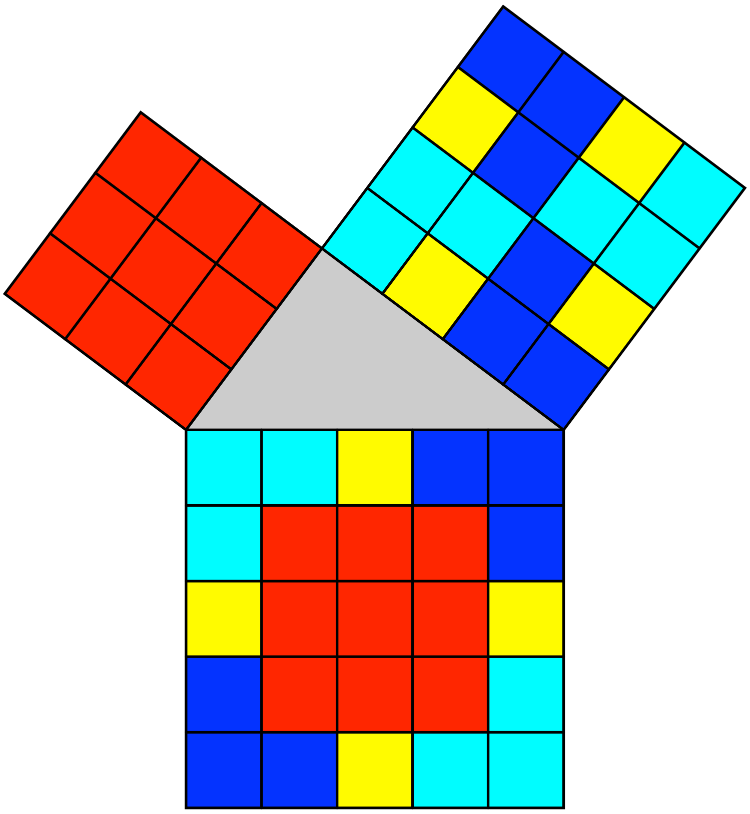

Abb. 9: Pythagoras

Natürlich geht es auch mit Dreiecken (Abb. 10).

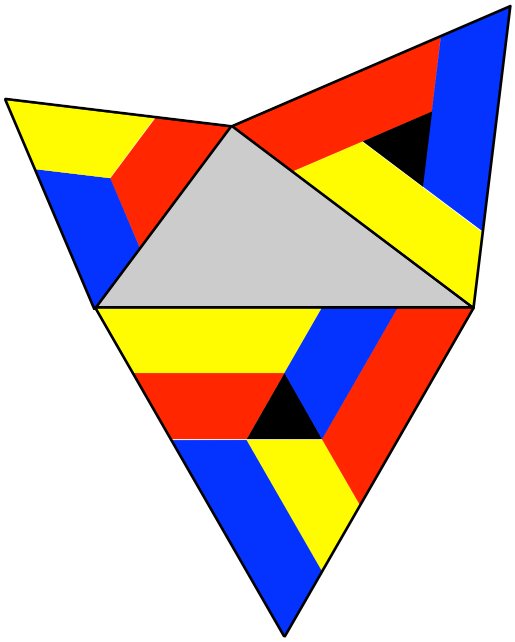

Abb. 10: Dreiecke

Beim Beispiel der Gleichung (2)

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2 \tag{2}$$

müssen wir den Satz des Pythagoras mehrfach anwenden (Abb. 11 und 12).

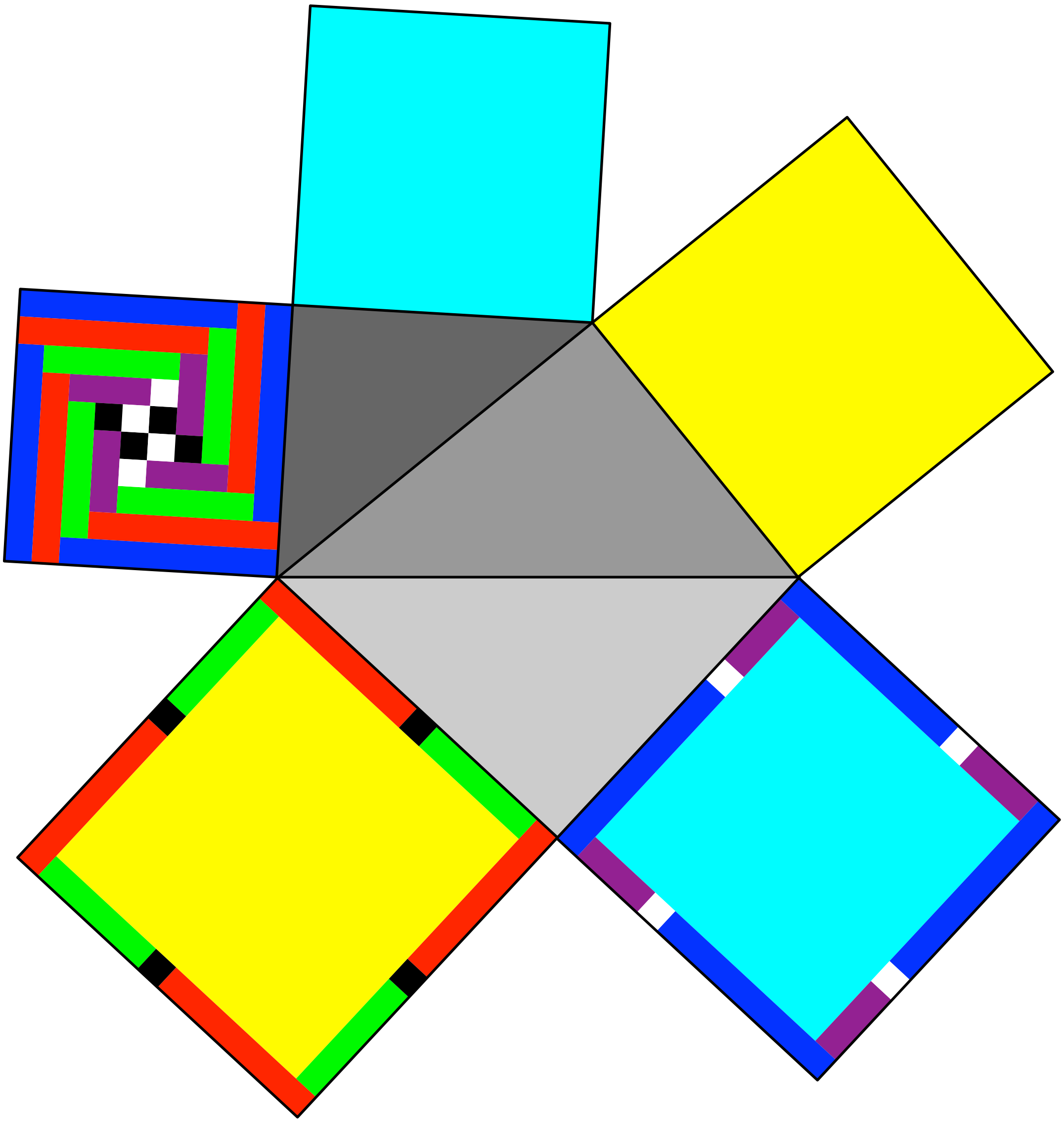

Abb. 11: Potenzierter Pythagoras

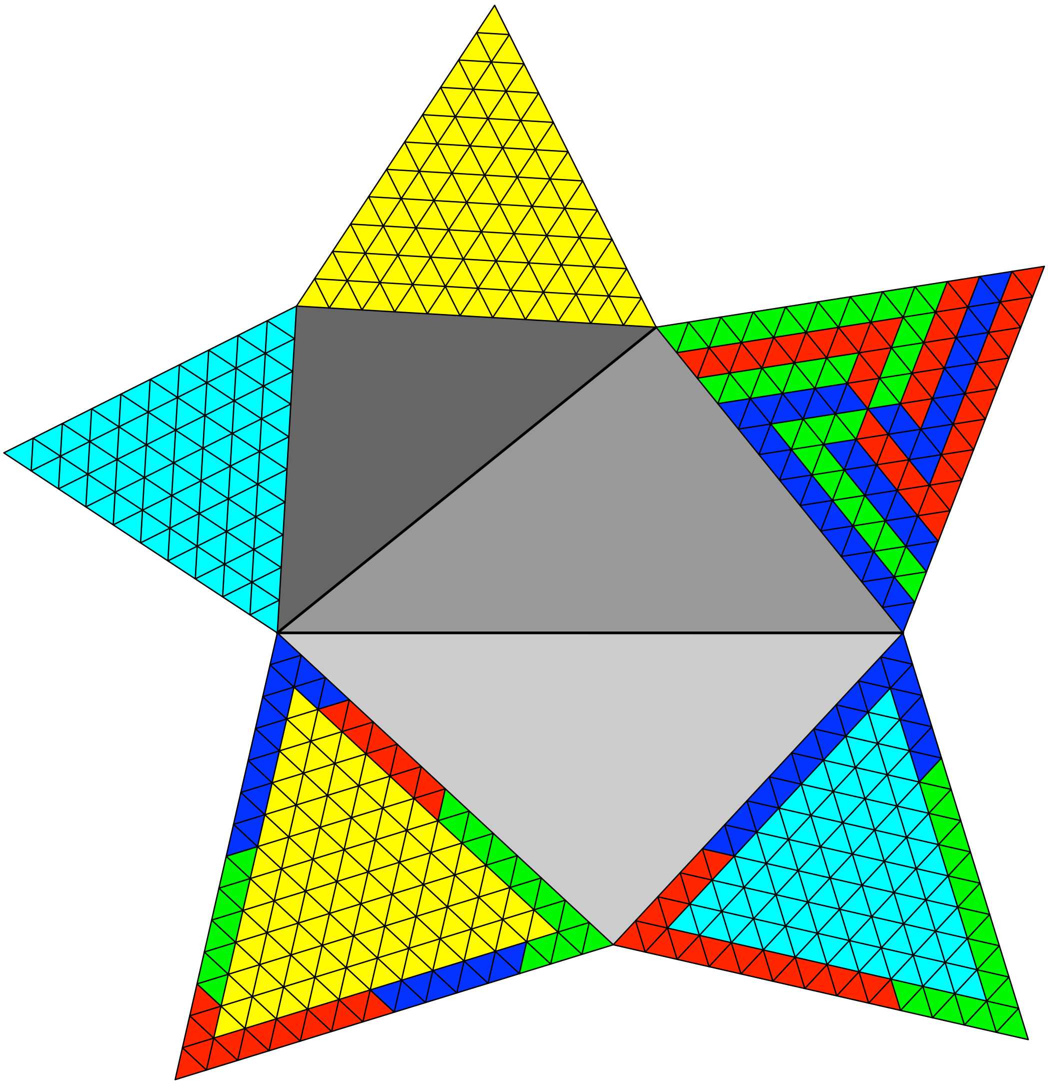

Abb. 12: Dreiecke

Die Gleichung (3)

$$21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2 \quad (3)$$

führt zur Figur der Abbildung 13.

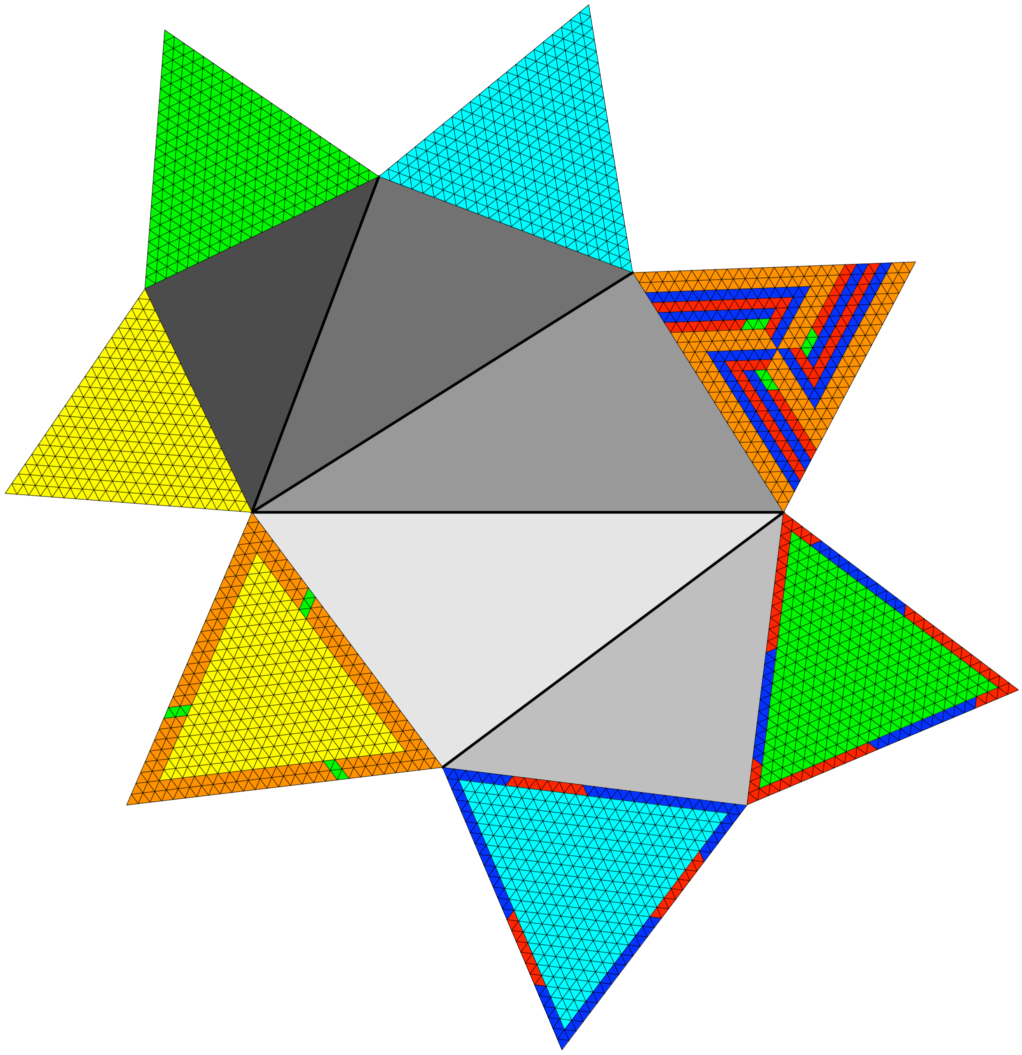

Abb. 13: Pythagoras-Gefüge

Literatur

Nelsen, Roger B. (2000): Proofs without Words. MAA, The Mathematical Association of America. ISBN 978-0883857007