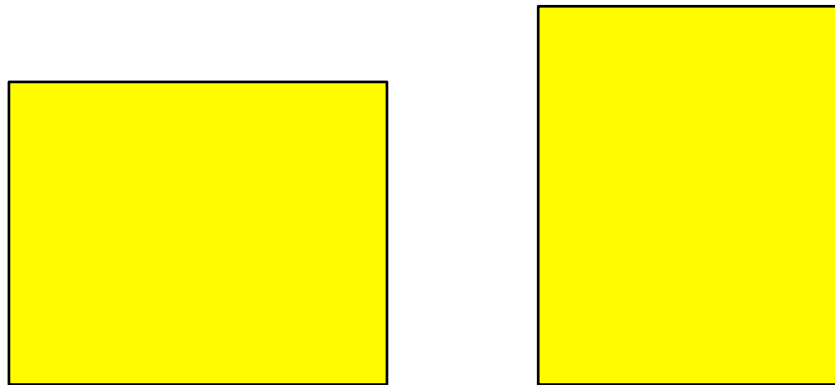


Hans Walser, [20170414]

## Querformat und Hochformat

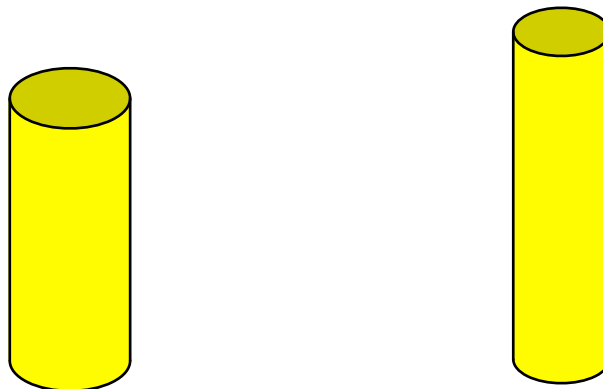
### 1 Die beiden Zylinder

Wir arbeiten mit zwei gleich großen rechteckigen Papieren, einmal im Querformat und einmal im Hochformat (Abb. 1).



**Abb. 1: Querformat und Hochformat**

Wir biegen die beiden Rechtecke je zu einem Zylinder mit dem Rechteckpapier als Mantelfläche zusammen (Abb. 2) (Dahl & Lepp 2000).



**Abb. 2: Zylinder**

In welchem Verhältnis stehen die beiden Zylindervolumina?

Vielleicht gelingt es, diese Frage durch Überlegung zu beantworten. Wenn nicht, dann halt Rechnung.

## 2 Rechnung

Das Rechteck habe die Ausmaße  $a \times b$  mit  $a \geq b > 0$ .

Für das Volumen des Querformat-Zylinders erhalten wir:

$$V_{\text{quer}} = \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 \pi b = \frac{1}{4\pi} a^2 b \quad (1)$$

Für das Volumen des Hochformat-Zylinders erhalten wir analog:

$$V_{\text{hoch}} = \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2 \pi a = \frac{1}{4\pi} ab^2 \quad (2)$$

Damit ergibt sich für das Volumenverhältnis:

$$\frac{V_{\text{quer}}}{V_{\text{hoch}}} = \frac{a}{b} \quad (3)$$

Wir sehen, dass die Kreiszahl  $\pi$  herausfällt. Das Resultat ist so einfach wie nur wünschbar. Das Volumenverhältnis der Zylinder ist gleich dem Seitenverhältnis des Papier-Rechteckes.

Der höhere Zylinder hat das kleinere Volumen.

## 3 Sonderfälle

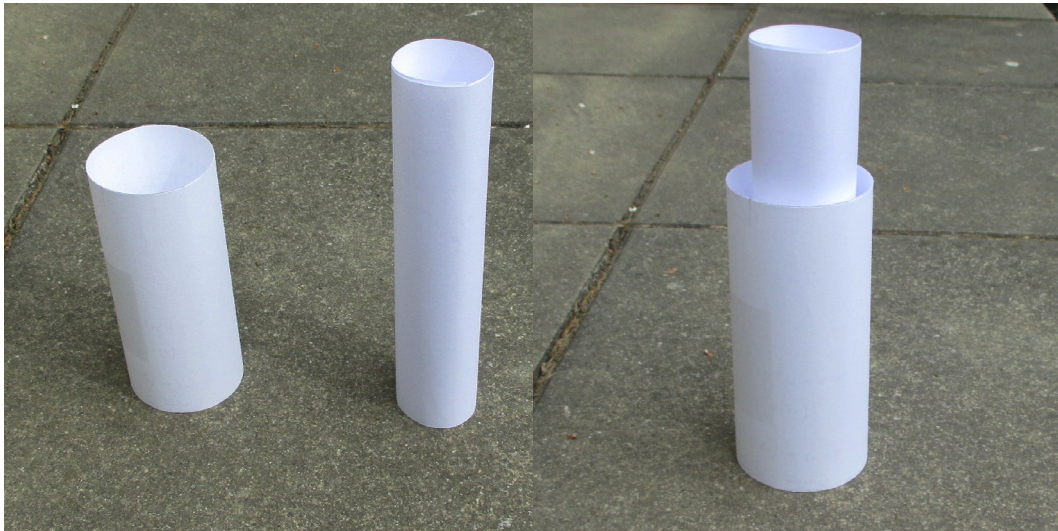
Bei Verwendung von Papier im DIN-Format (Walser 2013b und Walser 2016) ist das Verhältnis  $\sqrt{2} : 1$  (Abb. 3 und 4).

Wenn wir mit dem Goldenen Rechteck arbeiten (Walser 2013a, S. 53f), erhalten wir ein Volumenverhältnis im Goldenen Schnitt

## 4 Handwerkliches und Didaktisches

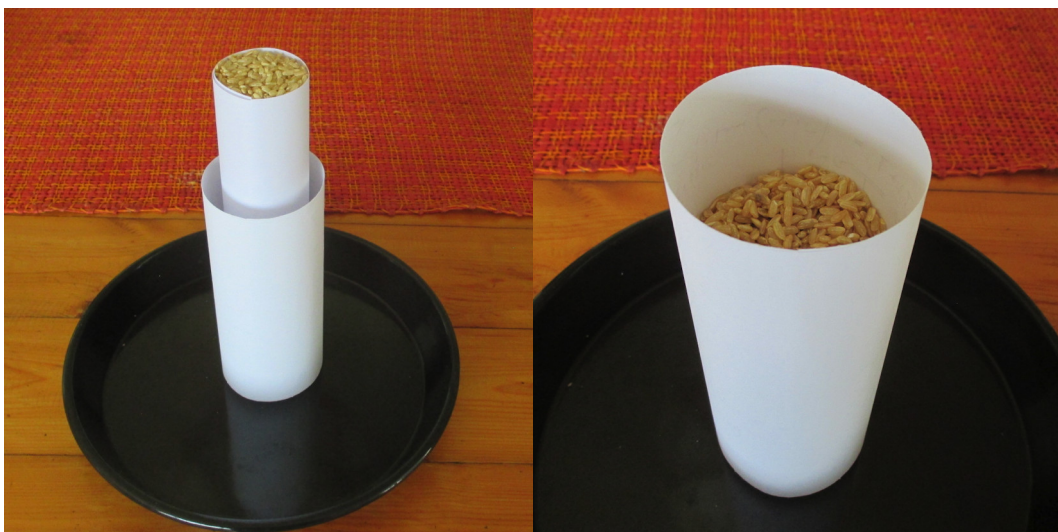
Die Papiere müssen längs zweier gegenüberliegender Seiten zu einer Mantellinie auf Stoß zusammengefügt werden. Bei Verwendung von Transparent-Klebeband kann bei der Mantellinie eine Kante entstehen. Um dies zu vermeiden, ummanteln wir den Zylinder mit einem zweiten Zylinder, dessen Klebe-Mantellinie der ersten gegenüber liegt. Wir brauchen dann also zwei Papierrechtecke pro Zylinder.

Die beiden Zylinder der Abbildung 3 sind aus DIN A5-Papieren hergestellt.



**Ab. 3: Zylinder aus DIN A5-Papieren**

Zur empirischen Volumenbestimmung eignet sich ein Schüttgut aus der Küche, zum Beispiel Böhnchen oder der längst abgelaufene Vollkornreis (Abb. 4).



**Abb. 4: Volumenvergleich**

Zunächst wird der hohe Zylinder auf Strichmaß gefüllt. Dabei empfiehlt es sich, mit einem extra angefertigten Trichter aus Papier zu arbeiten, dessen untere Öffnung kaum kleiner als der Deckkreis des hohen Zylinders ist. Der übliche Küchentrichter hat eine zu kleine Öffnung. Zur Feinabstimmung am Schluss kann mit einem Teelöffel gearbeitet werden.

Dann ziehen wir den hohen Zylinder heraus und sehen, wie das Volumen scheinbar zusammensackt.

Das Kuchenblech dient zur Rückgewinnung des Schüttgutes.

## **Literatur**

Dahl, Kristin & Lepp, Mati (2000): Wollen wir Mathe spielen? Aus dem Schwedischen von Dagmar Brunow. Hamburg: Oetinger. ISBN 978-3-7891-3305-3.

Walser, Hans (2013): Der Goldene Schnitt. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Edition am Gutenbergplatz, Leipzig. ISBN 978-3-937219-85-1.

Walser, Hans (2013b): DIN A4 in Raum und Zeit. Silbernes Rechteck – Goldenes Trapez – DIN-Quader. Edition am Gutenbergplatz, Leipzig 2013. ISBN 978-3-937219-69-1.

Walser, Hans (2016): Spielereien im DIN-Format. MU, Der Mathematikunterricht. Jahrgang 62. Heft 5-2016. S. 3-13.