Hans Walser, [20230628]

Rationales im Sechseck

1 Worum es geht

Im regelmäßigen Sechseckraster (Bienenwaben) wird bei Längenverhältnissen in der Regel eine Zahl im Kontext der irrationalen Zahl $\sqrt{3}$ erwartet.

Es werden Beispiele mit rationalen Längenverhältnissen gezeigt.

2 Grundfigur

Wir setzen eine Figur aus sieben regelmäßigen Sechsecken zusammen und zeichnen deren Umkreis (Abb. 1).

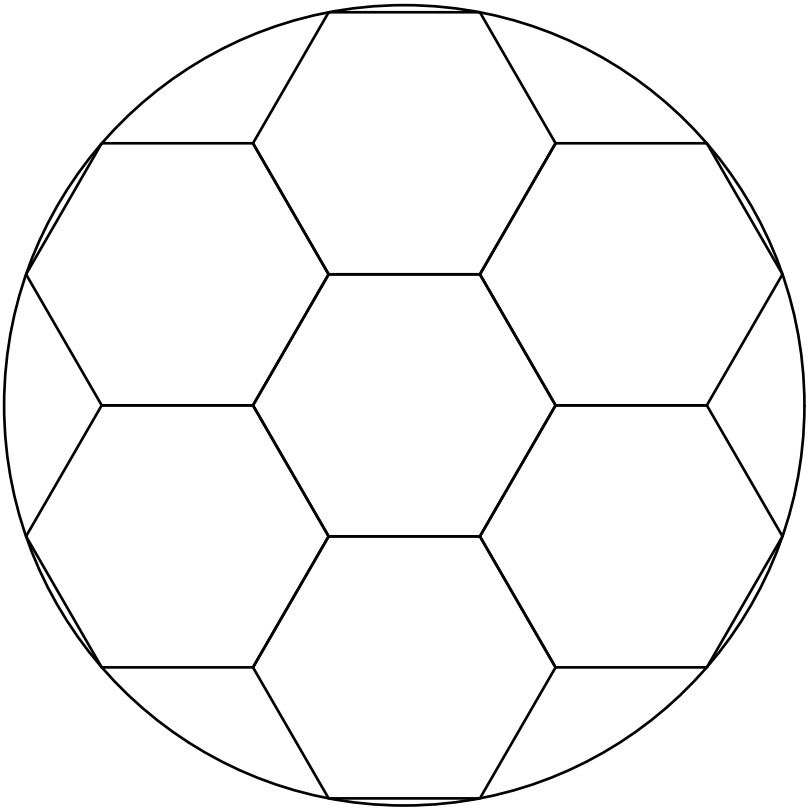

Abb. 1: Sieben regelmäßige Sechsecke und Umkreis

Zusätzlich zeichnen wir eine schräge Gerade ein (Abb. 2).

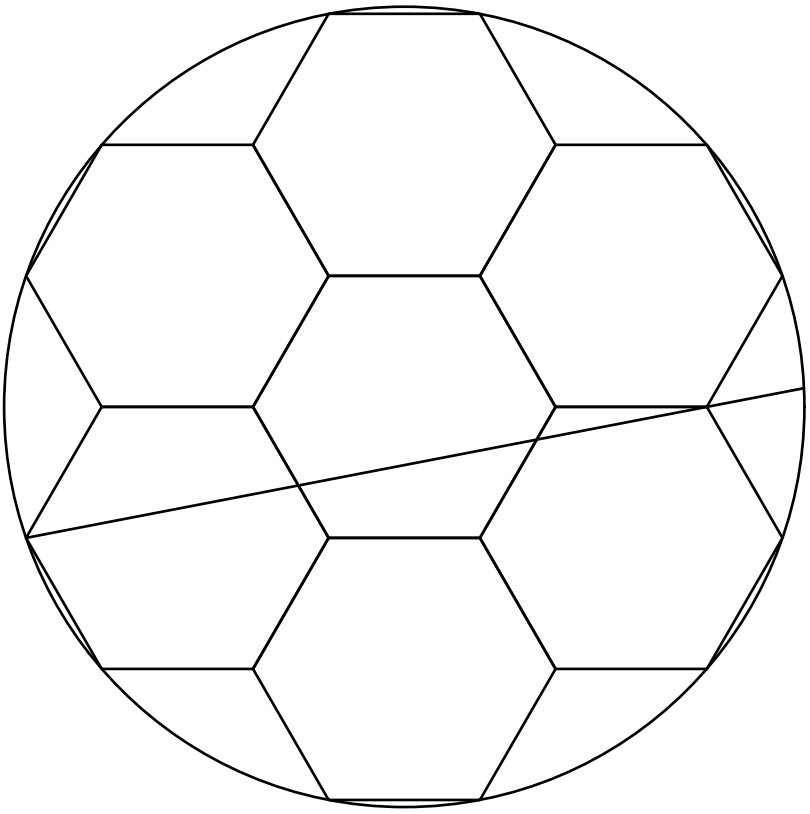

Abb. 2: Schräge Gerade

3 Rationale Längenverhältnisse

In den folgenden Beispielen ist jeweils das längere Teilstück rot und das kürzere blau gezeichnet. Die dazu angegebenen Zahlen sind aufeinander bezogene Verhältniszahlen (keine Längen).

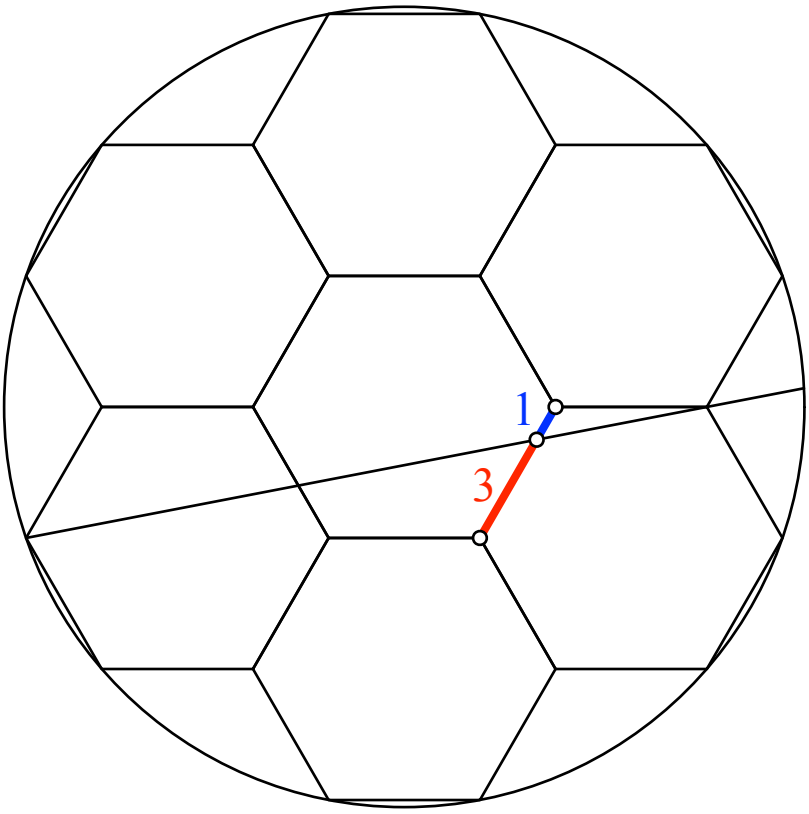

Abb. 3: 3:1

Dieses Beispiel folgt aus Strahlensätzen und Ähnlichkeit (Abb. 4).

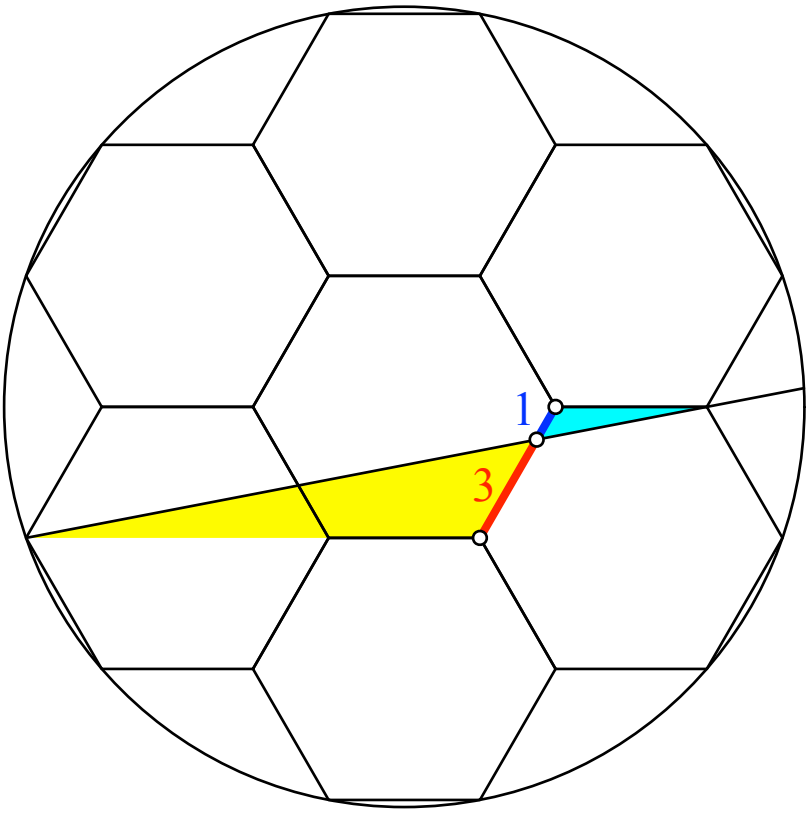

Abb. 4: Beweisfigur

Im Folgenden sind die Beweise weggelassen.

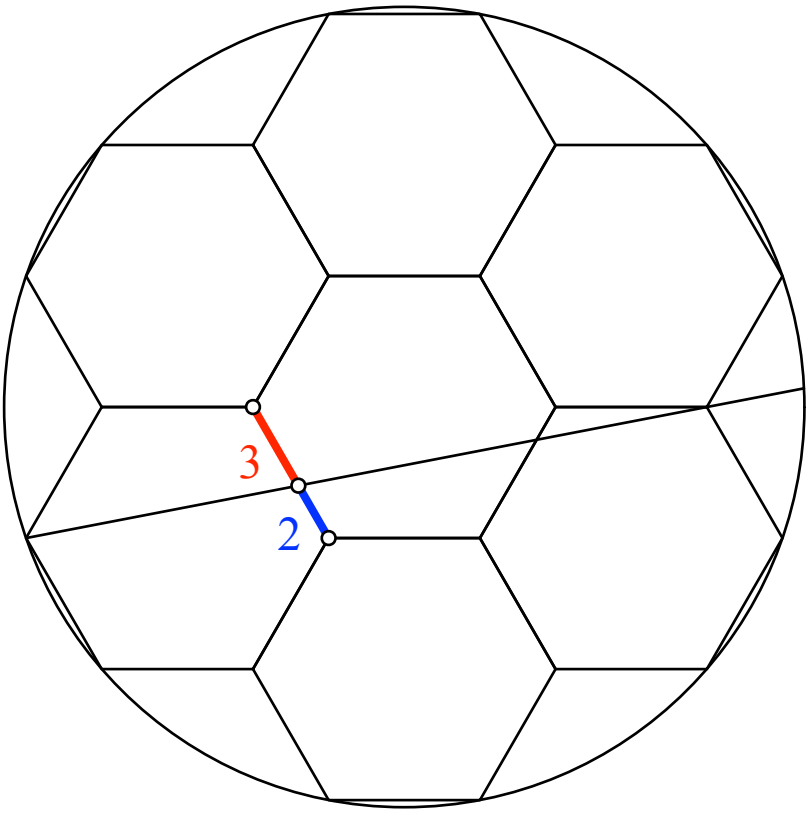

Abb. 5: 3:2

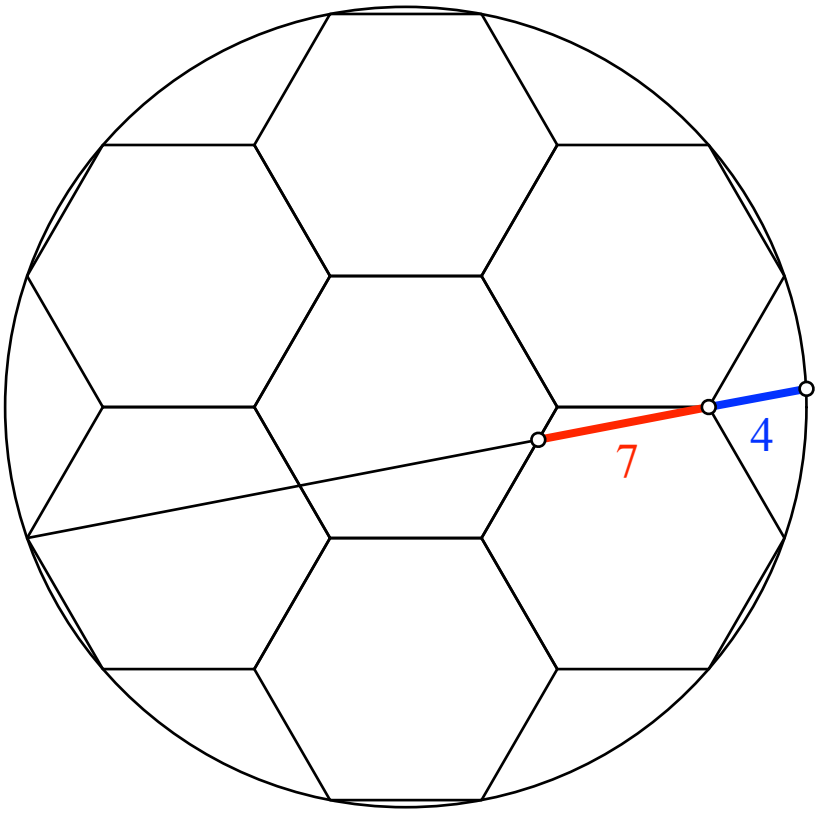

Abb. 6: 7:4

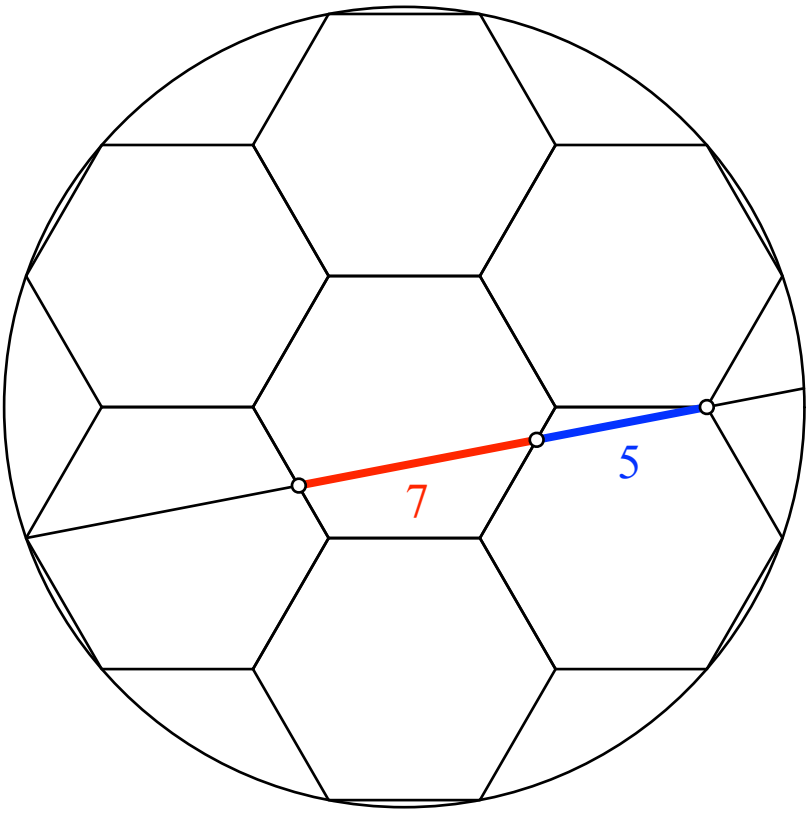

Abb. 7: 7:5

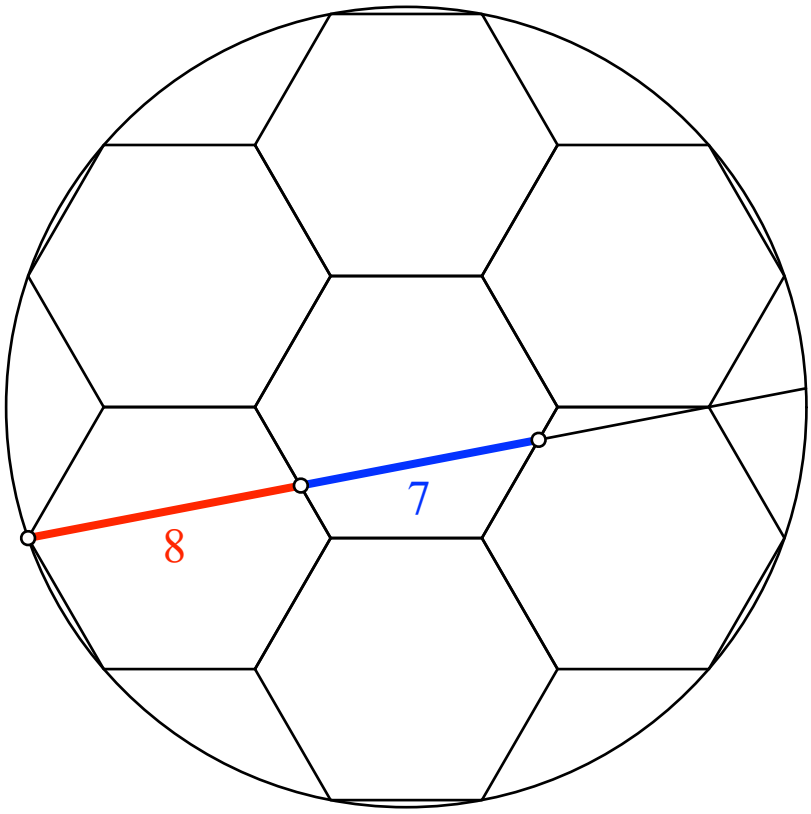

Abb. 8: 8:7

Wir können nun kombinieren. Die Abbildung 9 zeigt ein Beispiel.

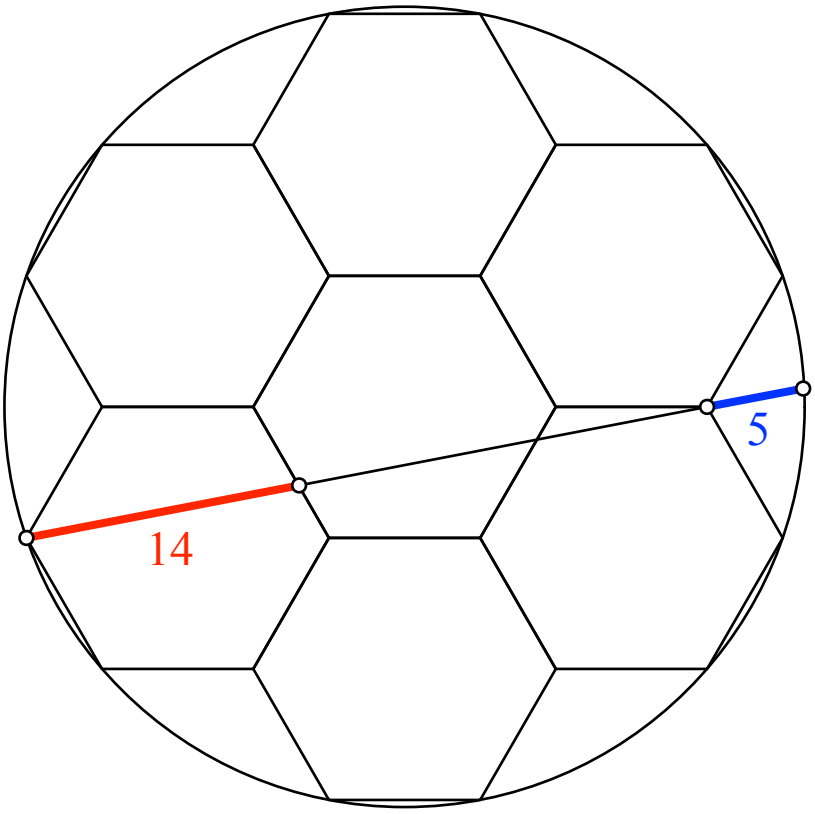

Abb. 9: 14:5

4 Beweistipp

Die Figur kann so verzerrt werden, dass sie in ein Quadratraster passt (Abb. 10). Die Längenverhältnisse bleiben bei dieser Verzerrung erhalten. Sie können nun viel einfacher bestimmt werden. Einzig der Punkt auf dem Umkreis kann nicht so bearbeitet werden. Der Umkreis wird zu einer Ellipse verzerrt (nicht gezeichnet).

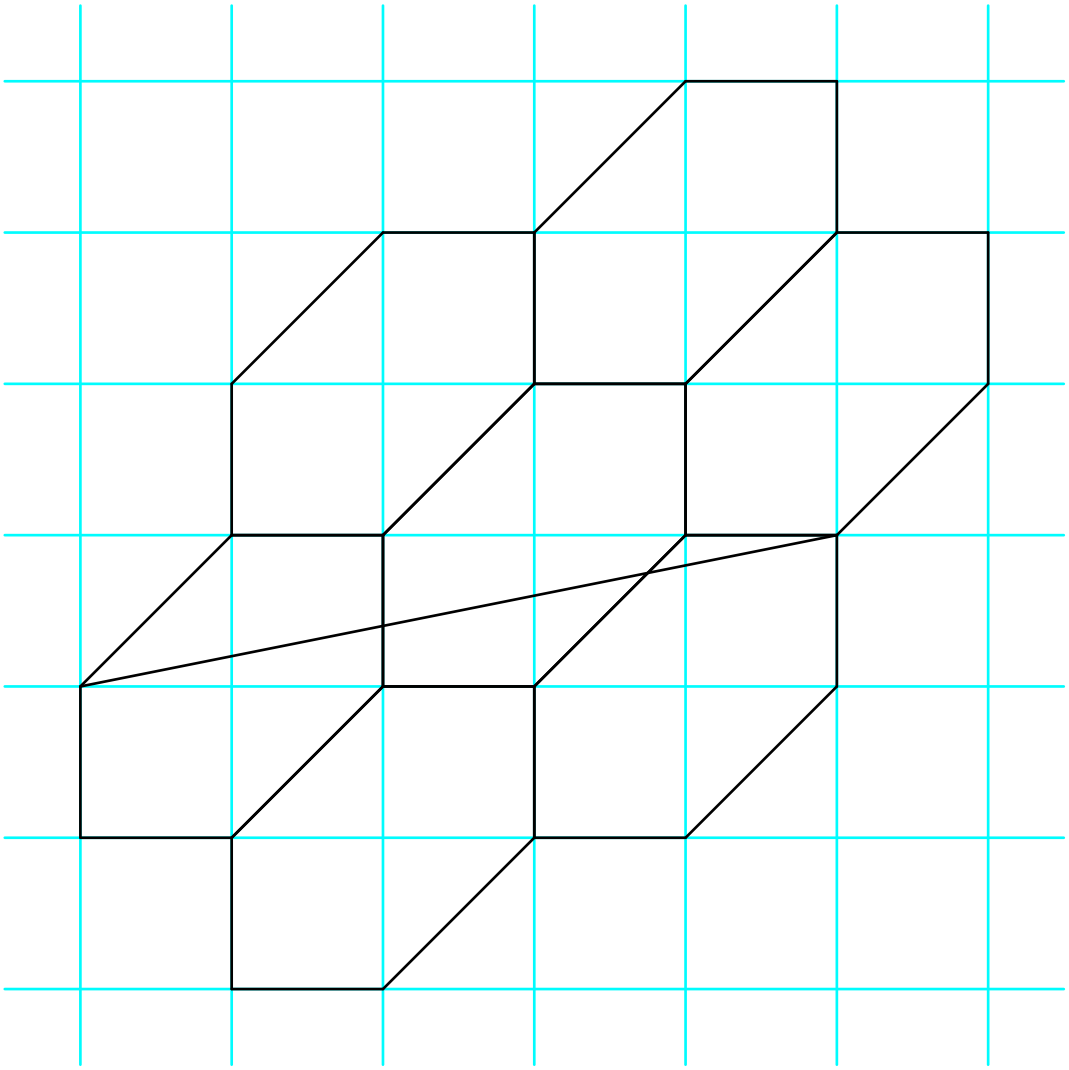

Abb. 10: Verzerrung