Hans Walser, [20180108a]

Rhomben

1 Worum geht es?

Auf der Basis eines Rhombus konstruieren wir mit Hilfe kongruenter rechtwinkliger Dreiecke einen neuen Rhombus.

2 Die Figur

Wir setzen einem Rhombus kongruente rechtwinklige Dreiecke zyklisch an (Abb. 1).

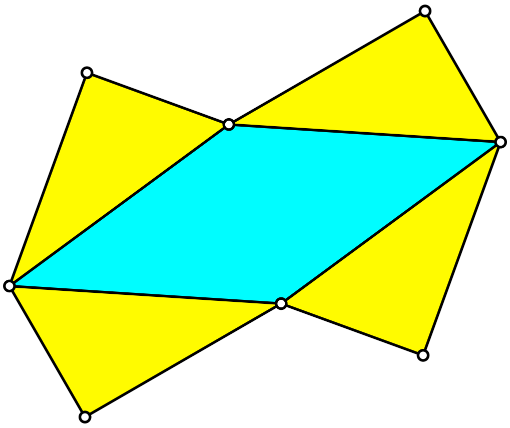

Abb. 1: Rhombus mit rechtwinkligen Dreiecken

Dann bilden die vier Ecken mit den rechten Winkeln ihrerseits einen Rhombus (Abb. 2).

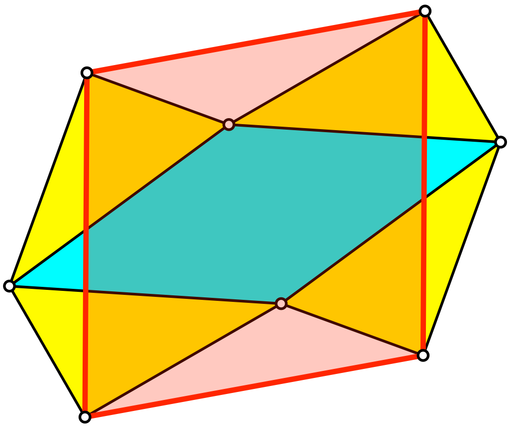

Abb. 2: Zweiter Rhombus

3 Beweis

Wir bezeichnen die Dreiecke wie in der Schule üblich mit den Katheten *a* und *b* und den Winkeln α und β. Es ist $\alpha + \beta = 90°$. Weiter sei δ der spitze Winkel des Startrhombus (Abb. 3).

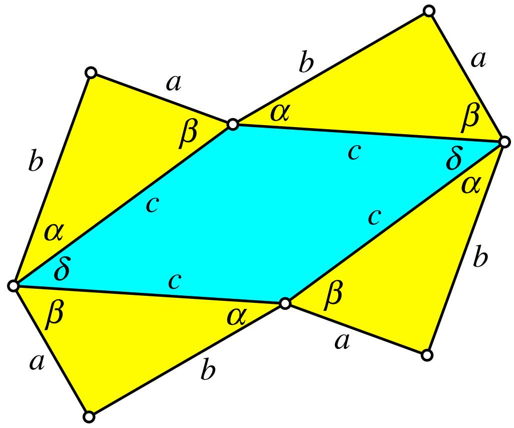

Abb. 3: Bezeichnungen

Damit haben die beiden orangen Dreiecke in der Abbildung 4 zwei Seiten *a* und *b* und dazwischen den Winkel $\alpha + \delta + \beta = \delta + 90°$.

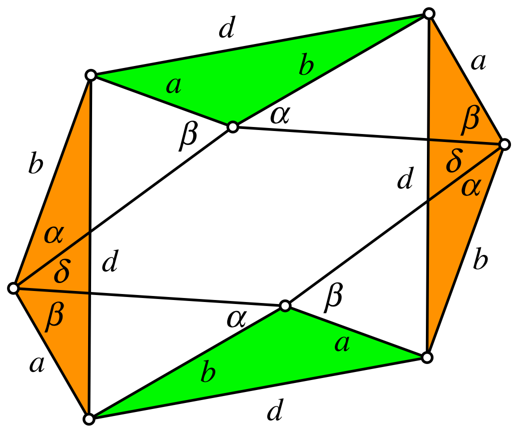

Abb. 4: Beweisfigur

Die beiden grünen Dreiecke haben ebenfalls zwei Seiten *a* und *b*. Der Winkel dazwischen ist:

$$360° - (180° - \delta + \alpha + \beta) = 360° - (180° - \delta + 90°) = 90° + \delta \qquad (1)$$

Damit sind die orangen und die grünen Dreiecke kongruent. Das Viereck hat vier gleich lange Seiten und ist daher ein Rhombus.

Für die Seitenlänge *d* des neuen Rhombus erhalten wir:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\delta + 90°)} = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\sin(\delta)} > \sqrt{a^2 + b^2} = c \qquad (2)$$