

Hans Walser, [20190523]

## Rollkurven und Evolute

### 1 Worum geht es?

Verallgemeinerung der Kardioide und der zugehörigen Evolute. Illustrationen.

### 2 Kardioide als Rollkurve

Wird auf einem Kreis ein gleich großer Kreis abgerollt, beschreibt ein Peripheriepunkt des rollenden Kreises relativ zum Koordinatensystem des Standkreises eine Kardioide (Abb. 1). Siehe auch Animation „A1\_Kardioide“.

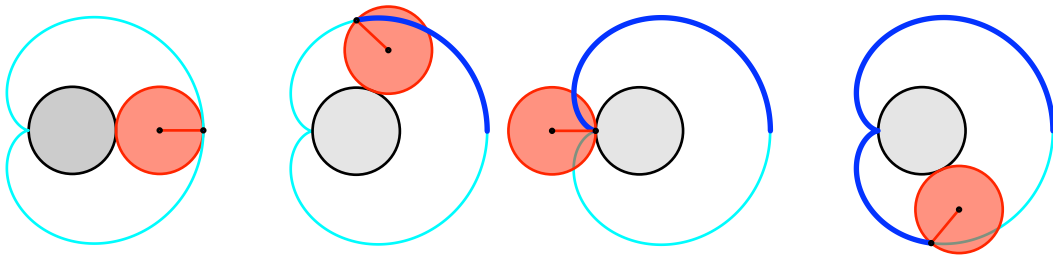


Abb. 1: Kardioide

### 3 Evolute der Kardioide

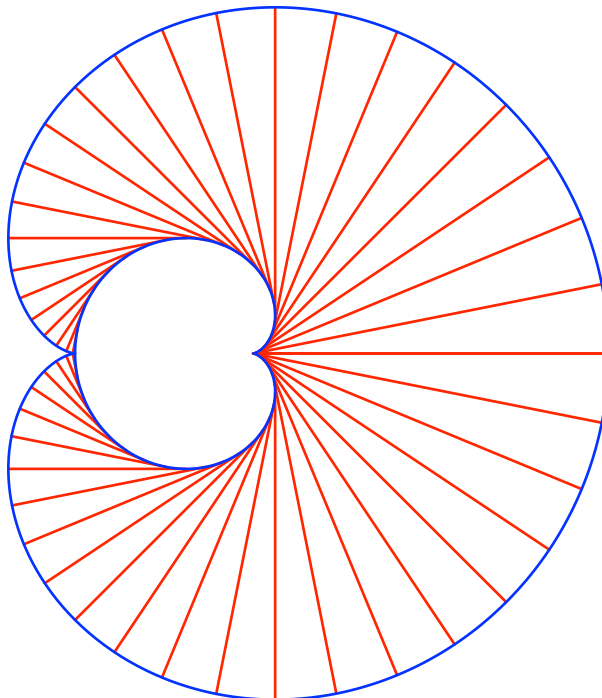
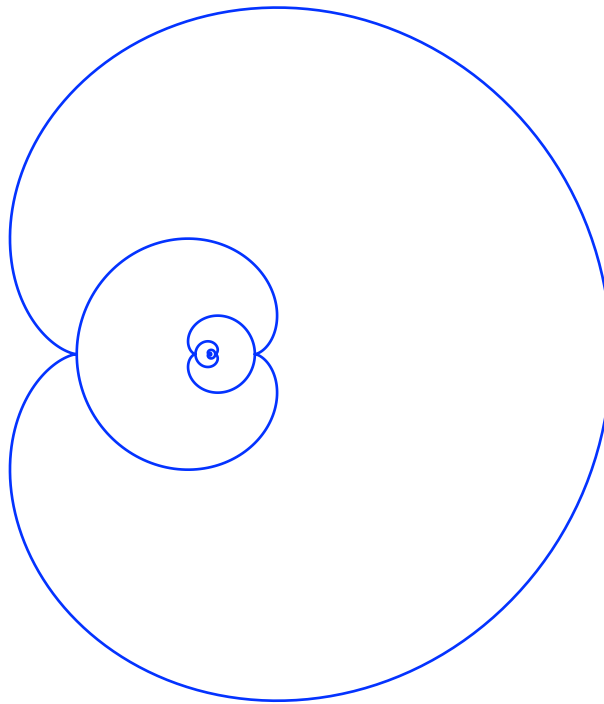


Abb. 2: Evolute der Kardioide

In der Abbildung 2 sind die Kurvennormalen der Kardioide eingezeichnet. Diese hüllen die Evolute der Kardioide ein. Die Animation „A2\_Evolute“ illustriert den Sachverhalt. Die Evolute ist ebenfalls eine Kardioide, gegenüber der ursprünglichen Kardioide mit dem Faktor ein Drittel verkleinert und um  $180^\circ$  gedreht.

#### 4 Folge von Evoluten

Wir können den Prozess des Evolutenbildens iterieren (Abb. 3).

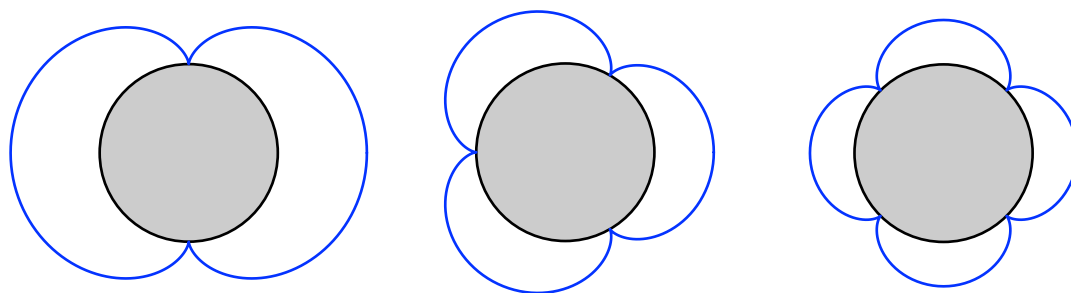


**Abb. 3: Folge von Evoluten**

#### 5 Kleinere Rollradien

Wenn wir den Radius des Rollkreises halbieren, ergeben sich zwei Spitzen nach innen, weil der Rollkreis doppelt so viele Drehungen braucht, um auf dem Standkreis abzurollen. Bei Dritteln des Rollradius ergeben sich drei Spitzen usw. (Abb. 4).

In der Animation „A3\_n\_Spitzen“ kann die Anzahl  $n$  der Spitzen an einem Schieber eingestellt werden.

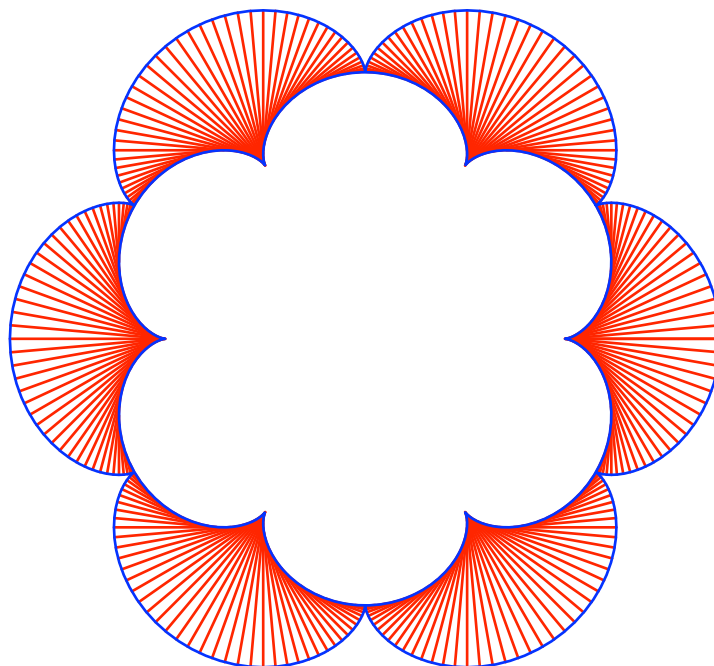


**Abb. 4: Mehrere Spitzen nach innen**

## 6 Evoluten

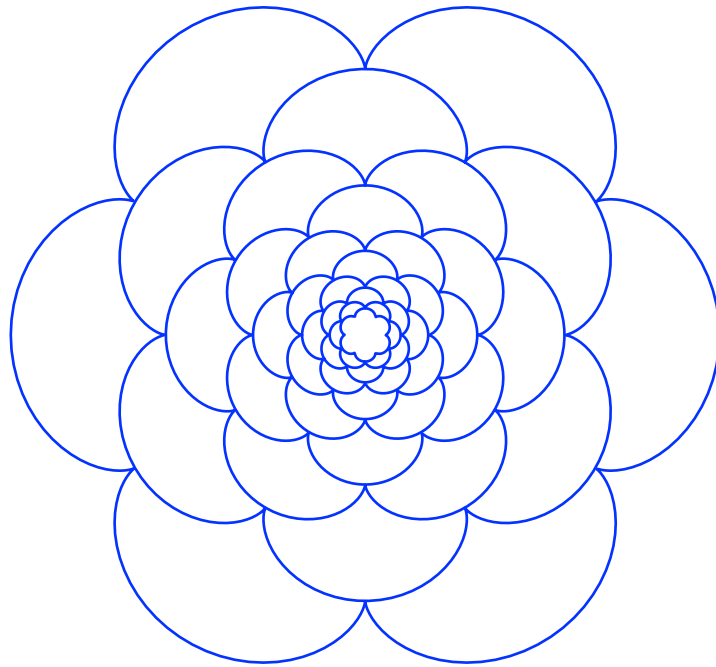
Die Evoluten sind ebenfalls Rollkurven (Abb. 5 für  $n = 6$ ).

Der Verkleinerungsfaktor ist  $\frac{n}{n+2}$  und der Verdrehungswinkel  $\frac{180^\circ}{n}$ .



**Abb. 5: Evolute**

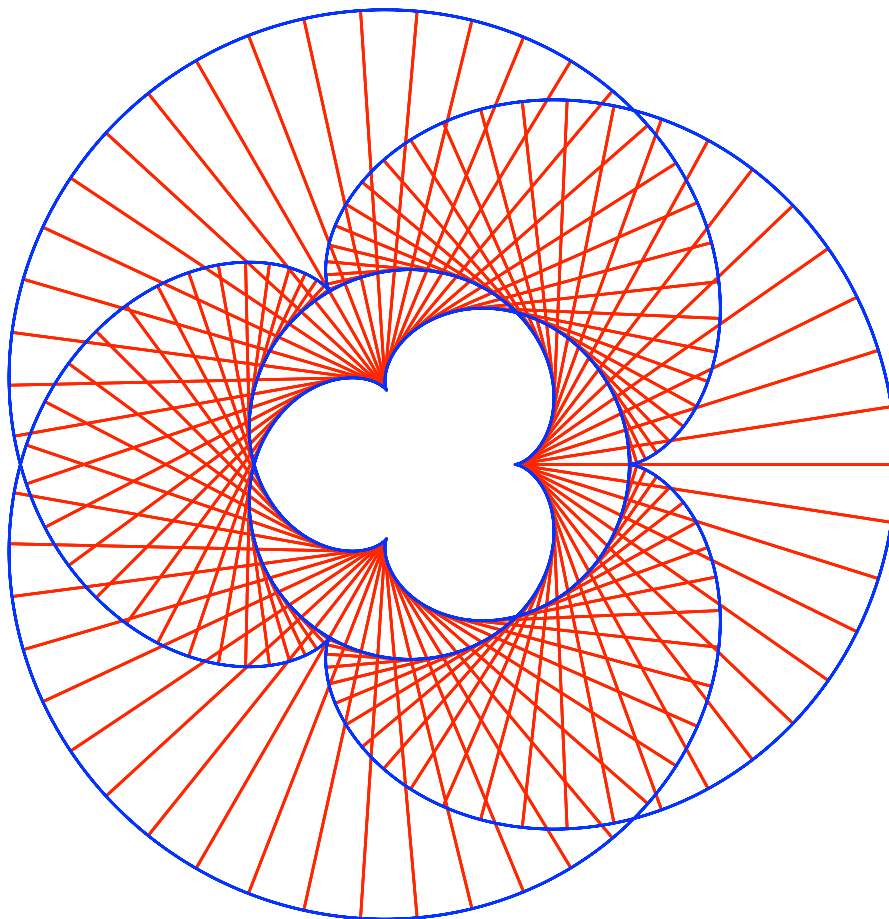
Entsprechend kann iteriert werden (Abb. 6).



**Abb. 6: Iteration**

## 7 Rationales

In „A4\_p\_q“ hat es zwei Schieber. Die Leserin mag selber herausfinden, was es damit auf sich hat. Die Abbildung 7 zeigt die Situation für  $p = 3$  und  $q = 2$ .



**Abb. 7:  $3/2$  ist rational**

## **Weblinks**

Hans Walser: Kardioide und regelmäßige Vielecke

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kardioide3/index.html>

Hans Walser: Al-Sijzi

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/A/Al-Sijzi/index.html>

Hans Walser: Die Herzkurve und die Mönchen des Hippokrates

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/H/Herzkurve\\_u\\_Hippokrates/Herzkurve\\_u\\_Hippokrates.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/H/Herzkurve_u_Hippokrates/Herzkurve_u_Hippokrates.htm)

Hans Walser: Herzkurve als Enveloppe

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/H/Herzkurve3/Herzkurve3.htm>

Hans Walser: Kardioide als Spiegelbild der Parabel bei Kreisspiegelung

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kardioide2/Kardioide2.htm>

Hans Walser: Kardioide und Goldener Schnitt

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/K/Kardioide/Kardioide.htm>

Hans Walser: Umkreis bei regelmäßigen Vielecken

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/U/Umkreis/index.html>