

Hans Walser, [20160823]

Schnittpunkte in Pythagoras-Beweisen

1 Worum geht es?

In den üblichen Beweisfiguren für den Satz des Pythagoras lassen sich Schnittpunkte von drei Geraden einzeichnen. Die Beweise der Schnittpunkteigenschaft sind sehr einfach.

2 Die Schnittpunkte

2.1 In der Zerlegung des Quadrates

Die Abbildung 1 zeigt zwei Zerlegungen desselben Quadrates. Damit kann der Satz des Pythagoras im Sinne eines Ergänzungsbeweises gezeigt werden.

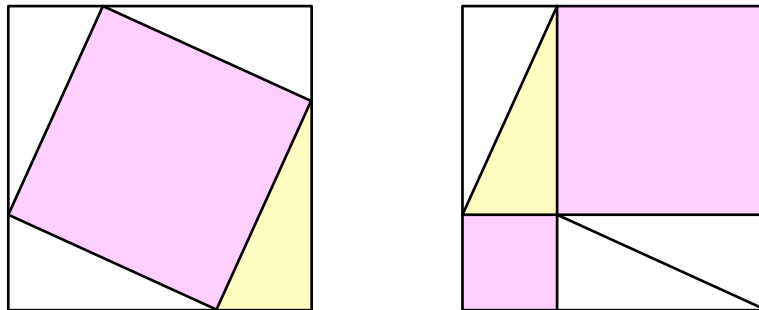


Abb. 1: Ergänzungsbeweis für den Satz des Pythagoras

Im Gerüst der Figur rechts finden wir einen Schnittpunkt von drei Geraden (Abb. 2). Stimmt der Schnittpunkt?

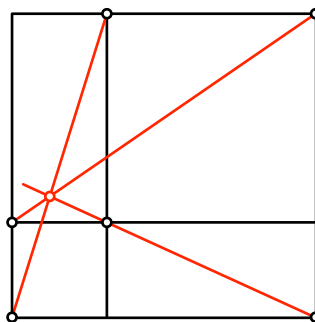


Abb. 2: Schnittpunkt?

2.2 In der Beweisfigur des Euklid

Die Abbildung 3 zeigt die Illustration des Beweises von Euklid (Euklid 1980, Erstes Buch, § 47) für den Satz des Pythagoras.

Wir sehen einen Schnittpunkt von drei Geraden. Stimmt er?

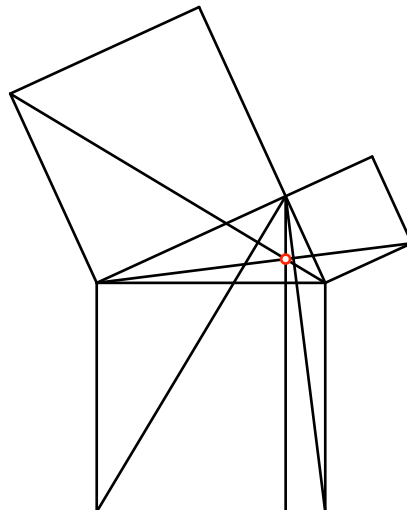


Abb. 3: Schnittpunkt?

3 Beweise der Schnittpunkteigenschaft

3.1 Zerlegungsfigur

Wir können in die Figur der Abbildung 2 ein Dreieck einzeichnen (gelb in Abbildung 4), dessen Höhenschnittpunkt der zur Diskussion stehende Punkt ist.

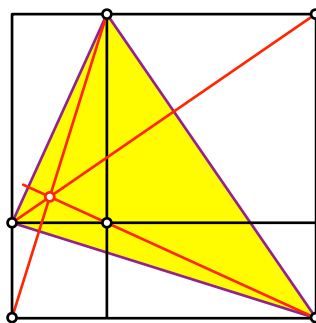


Abb. 4: Höhenschnittpunkt

3.2 Figur von Euklid

Wir können die Figur der Abbildung 3 etwas ergänzen und dann ebenfalls ein Dreieck einzeichnen (gelb in Abbildung 5), dessen Höhenschnittpunkt der zur Diskussion stehende Punkt ist.

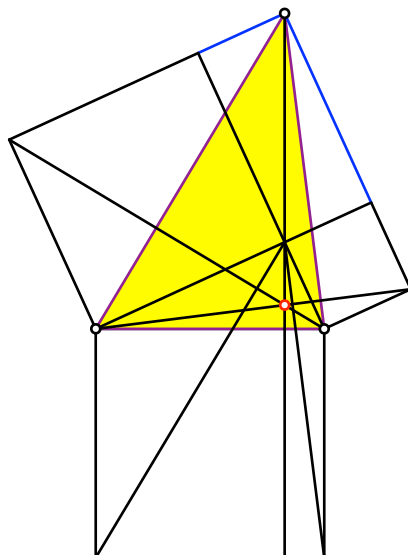


Abb. 5: Höhenschnittpunkt

Die beiden gelben Dreiecke der Abbildungen 4 und 5 sind (bei kongruenten rechtwinkligen Dreiecken als Ausgangsfigur) kongruent. Die beiden Schnittpunkte sind im Wesentlichen dieselben.

Literatur

Euklid (1980): *Die Elemente*. Nach Heibergs Text aus dem Griechischen übersetzt und herausgegeben von Clemens Thaer. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft. ISBN 3-534-01488-X