Hans Walser, [20221227]

Sechseck im Rhombus

1 Worum geht es?

Elementargeometrische Spielerei

2 Problemstellung

Gesucht ist ein Rhombus, in dessen obere Hälfte sich ein auf einer Spitze stehendes Sechseck einpassen lässt und in die untere Hälfte ein auf einer Seite stehendes gleich großes Sechseck.

Die Abbildung 1 zeigt die relative Lage der beiden Sechsecke. Die schwarze Gerade ist die Rhombendiagonale, welche den Rhombus in die obere und untere Hälfte teilt.

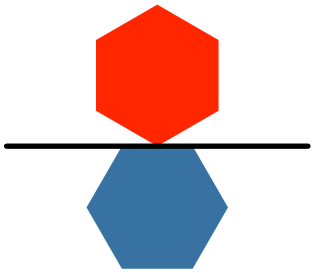

Abb. 1: Die beiden Sechsecke

3 Die beiden Lösungen

Es gibt zwei Lösungen (Abb. 2).

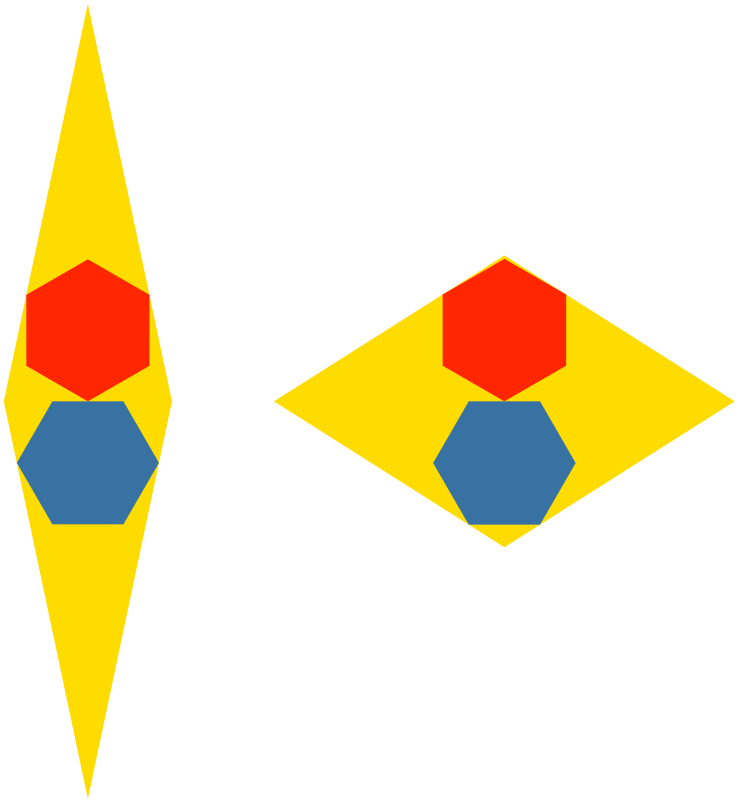

Abb. 2: Die beiden Lösungen

4 Konstruktion

Wir klappen das blaue Sechseck hinauf. Dies liefert die nötigen Informationen, um die beiden oberen Rhombenseiten zu zeichnen.

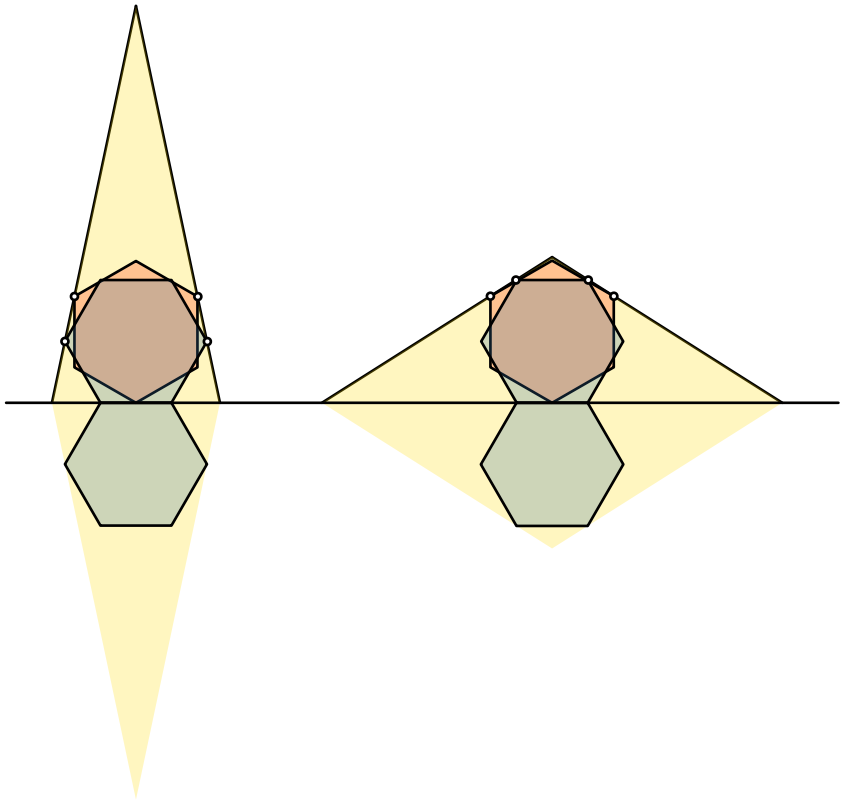

Abb. 3: Konstruktion

Man beachte, dass bei der zweiten Lösung die obere Rhomben-Ecke etwas oberhalb der oberen Sechseck-Ecke liegt. Der stumpfe Rhombenwinkel ist also etwas kleiner als 120°.

5 Zusammenhang zwischen den beiden Lösungen

5.1 Zerlegungsgleichheit

Die beiden Lösungen sind flächen- und damit zerlegungsgleich (Abb. 4).

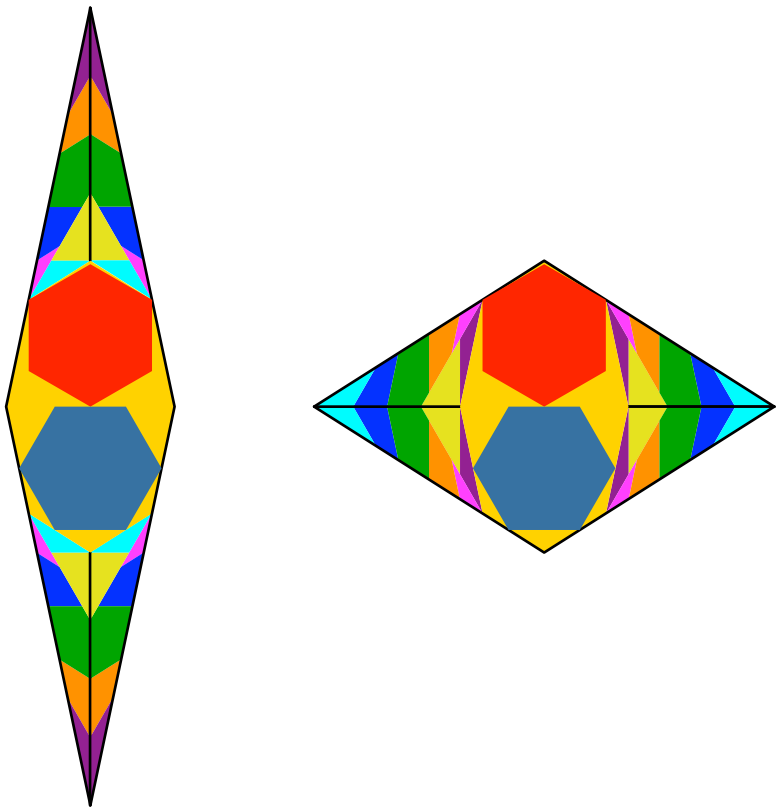

Abb. 4: Gemeinsame Zerlegung der beiden Lösungen

5.2 Diagonalenverhältnisse

Die erste Lösung (links) hat das Diagonalenverhältnis:

$$\frac{\text{lange Diagonale}}{\text{kurze Diagonale}} = 3 + \sqrt{3} \approx 4.732$$

Die zweite Lösung (rechts) hat das Diagonalenverhältnis:

$$\frac{\text{lange Diagonale}}{\text{kurze Diagonale}} = 1 + \sqrt{\frac{1}{3}} \approx 1.577$$

Dies ist ein Drittel des Diagonalenverhältnisses der ersten Lösung.

Daraus ergeben sich für die erste Lösung die Rhombenwinkel $\alpha \approx 23.865°$ und $\beta \approx 156.135°$.
Für die zweite Lösung ergeben sich dir Rhombenwinkel $\alpha \approx 64.747°$ und $\beta \approx 115.253°$.

5.3 Im gleichseitigen Dreieck

Die beiden Lösungen lassen sich in ein gleichseitiges Dreieck einpassen (Abb. 5).

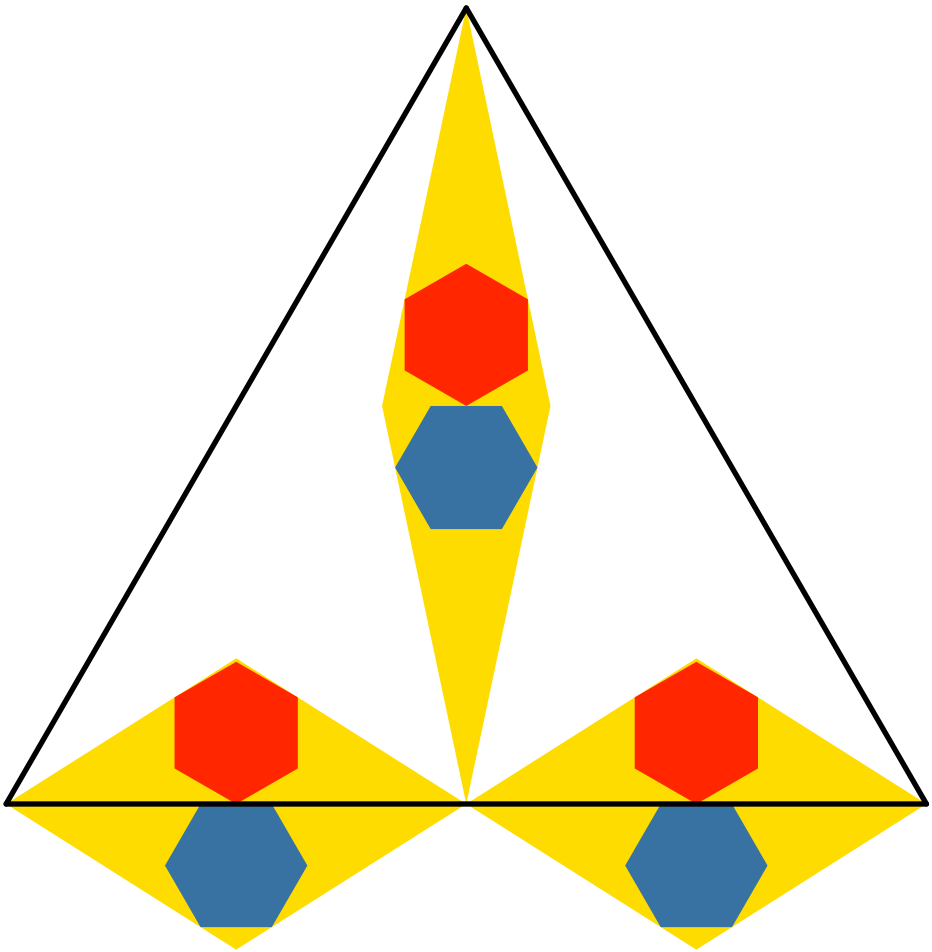

Abb. 5: Im gleichseitigen Dreieck

Weblinks

Hans Walser: Rechteck in Rhombus
http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/R/Rechteck_im_Rhombus/Rechteck_im_Rhombus.html
Hans Walser: Quadrate im Rhombus
http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/Q/Quadrate_im_Rhombus/Quadrate_im_Rhombus.html
Hans Walser: Fünfeck in Rhombus
http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/F/Fuenfeck_im_Rhombus/Fuenfeck_im_Rhombus.html