Hans Walser, [20150906]

Sehnentangentenviereck

1 Worum geht es?

Wir nehmen ein Sehnentangentenviereck (Abb. 1), permutieren die Seiten unter Beibehaltung des Umkreises und schauen, was mit dem Inkreis passiert.

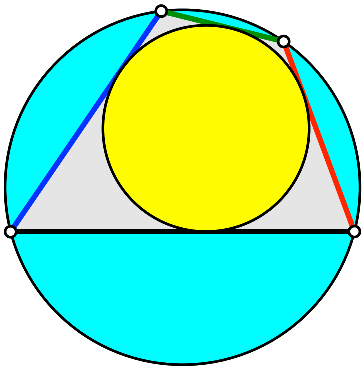
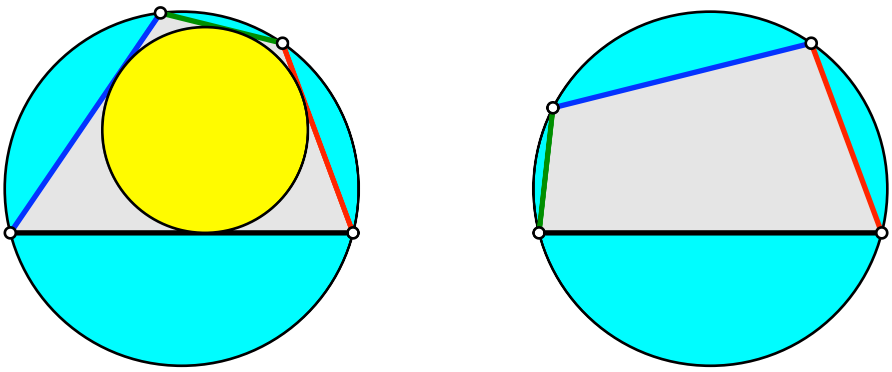


Abb. 1: Sehnentangentenviereck

2 Anzahl Permutationen

Da wir zyklisch permutieren, haben wir nur 3! = 6 Permutationen. In der Abbildung 2 sind sie standardisiert so dargestellt, dass die schwarze Seite unten horizontal liegt. Wir haben also noch die drei Seiten in den Farben rot, dunkelgrün und blau zu permutieren. Das Beispiel a) entspricht der Abbildung 1.



a) b)

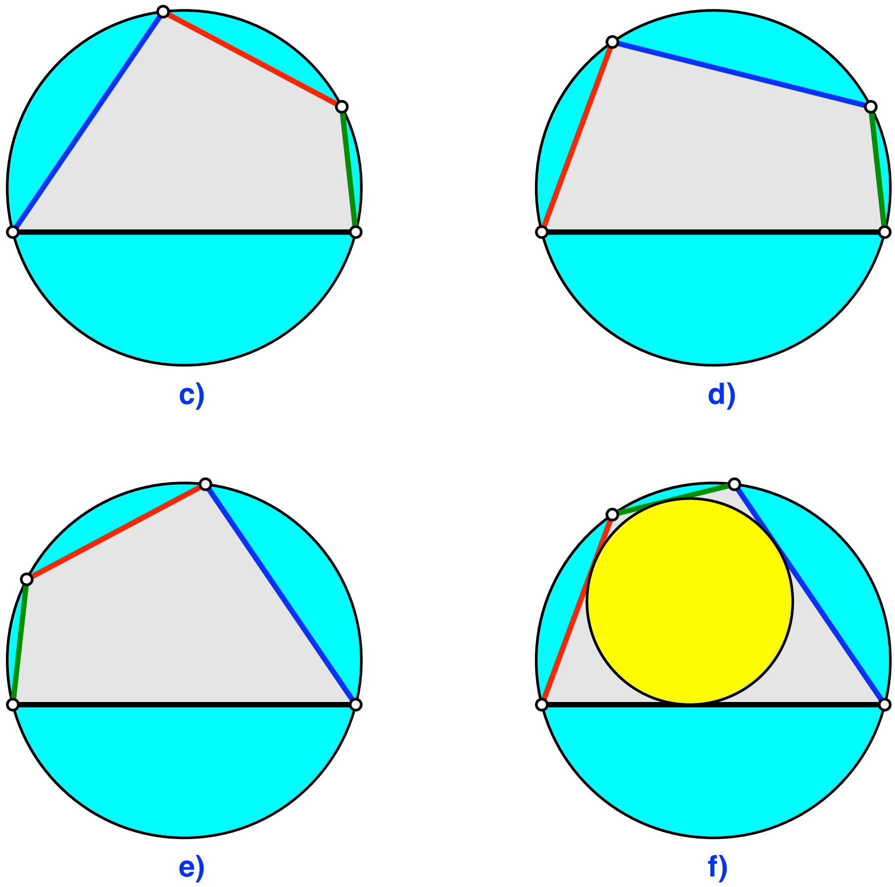


Abb. 2: Permutationen

Die Beispiele a) und f) sind spiegelbildlich, daher hat auch f) einen Inkreis. Die Beispiele b) und d) sind ebenfalls spiegelbildlich, aber offensichtlich ohne Inkreis. Ebenso die Beispiele c) und e). Den Autor irritiert die asymmetrische Reihenfolge der spiegelbildlichen Beispiele, obwohl er für die Permutationen das Standardverfahren („lexikografische Anordnung") verwendet hat.

Wir werden indessen gleich sehen, dass entgegen des Augenscheins die Beispiele b) bis e) ebenfalls Tangentenvierecke sind. Wegen der Spiegelbildlichkeit brauchen wir das nur für die Beispiele b) und c) nachzuweisen.

3 Ankreise

Im Beispiel der Abbildung 2b verlängern wir die Seiten. Dann können wir einen Ankreis zeichnen (Abb. 3). Das Viereck der Abbildung 2b ist also ebenfalls ein Tangentenviereck. Aus Symmetriegründen gilt das auch für das Viereck der Abbildung 2d.

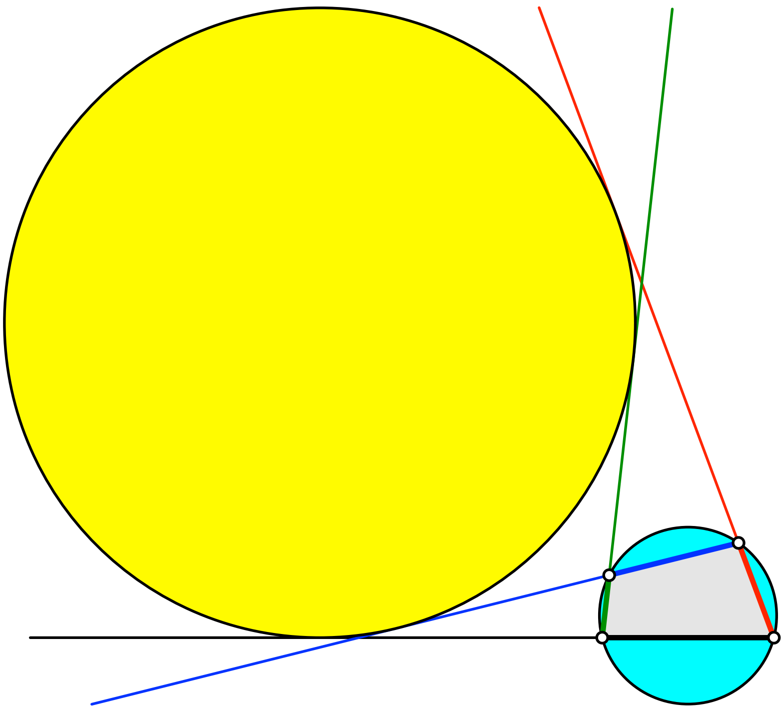


Abb. 3: Ankreis

Die Abbildung 4 zeigt den Ankreis für das Viereck der Abbildung 2c.

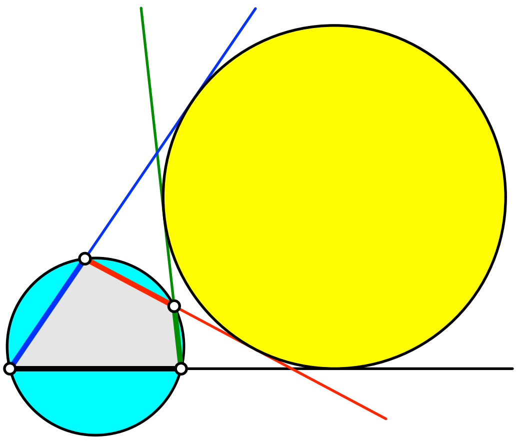


Abb. 4: Ankreis

Der Beweis sei der Leserin überlassen.