

Hans Walser, [20170512], [20201028]

Sierpiński-Fraktale

Anregungen: A. K., V. und O. R., T.

1 Worum geht es?

Aus Ähnlichkeits-Puzzles mit Vierer-Unterteilung werden Fraktale analog zum bekannten Sierpiński-Dreieck gebaut.

Ein Ähnlichkeitspuzzle mit Vierer-Unterteilung (ad hoc Bezeichnung) ist eine Figur, die sich in vier kongruente zur Ausgangsfigur ähnliche Teilfiguren zerlegen lässt. Naheliegende Beispiele sind das beliebige Dreieck und das Parallelogramm. Ich habe keine Übersicht über alle möglichen Beispiele. Dies ist ein separates Thema. Vgl. (Hemme 1989).

Die Idee ist, von den vier Teilfiguren bei der Fraktalisierung jeweils eine auszusparen. Es werden einige Beispiele vorgestellt. Es gibt noch viele andere Beispiele.

2 Erinnerung: Sierpiński-Dreieck

Die Abbildung 1a zeigt das gleichseitige Dreieck als Ähnlichkeitspuzzle und das zugehörige Sierpiński-Dreieck.

Es wird jeweils das Dreieck in der Mitte ausgespart (Abb. 1b).

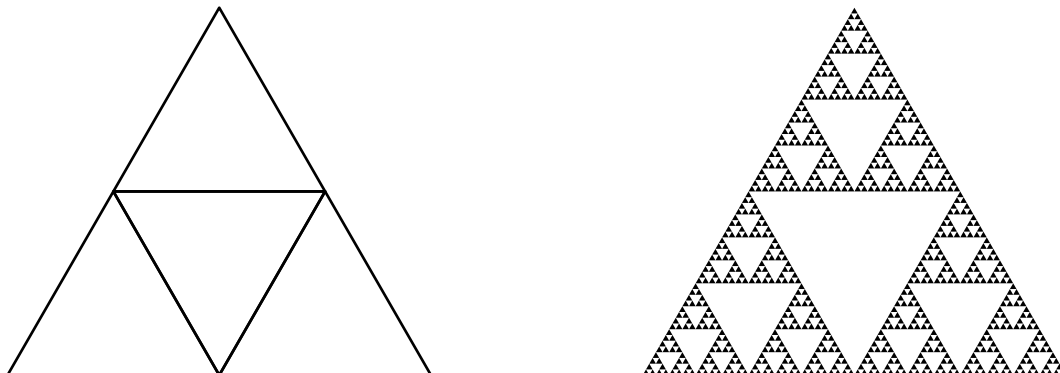


Abb. 1a: Sierpiński-Dreieck

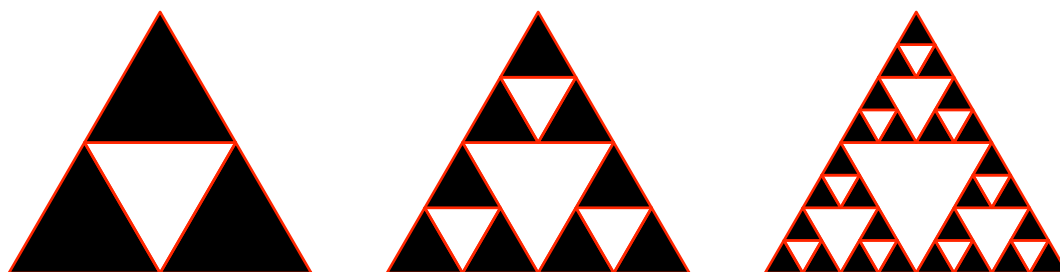


Abb. 1b: Die ersten drei Schritte

3 Beispiele

3.1 Im regulären Dreiecksraster

3.1.1 60°-Rhombus

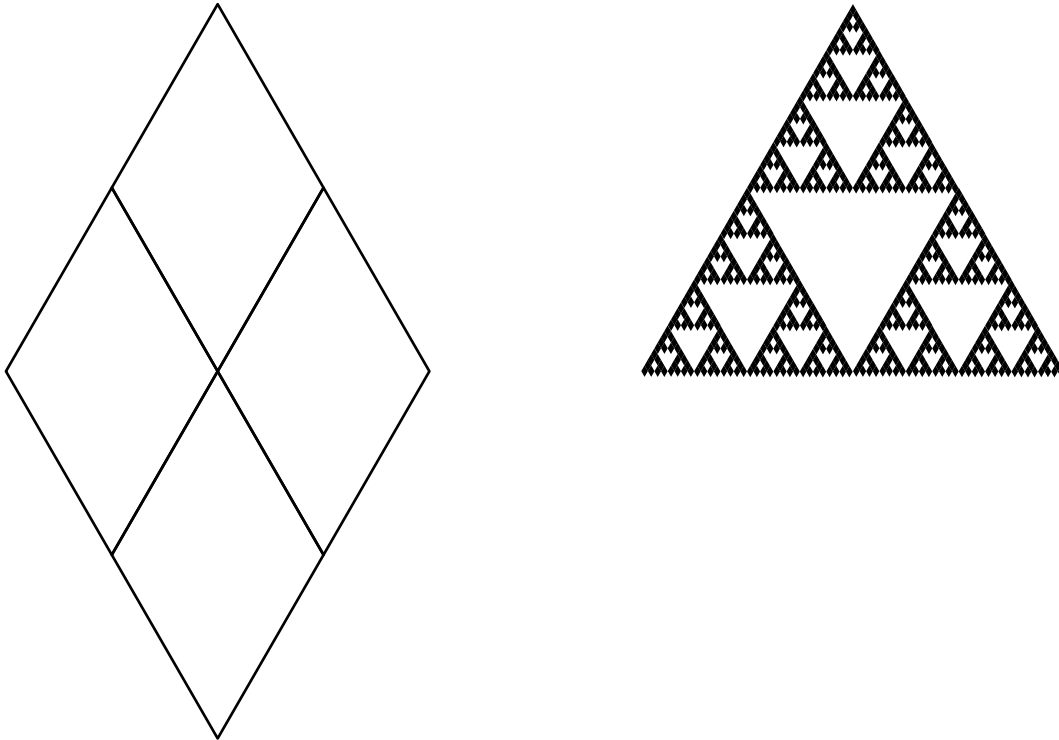


Abb. 2a: 60°-Rhombus als Ausgangsfigur

Wir erhalten wieder das Sierpiński-Dreieck.

Die Abbildung 2b zeigt die ersten drei Schritte der Fraktalisierung. Es wird jeweils der unterste Rhombus ausgespart.

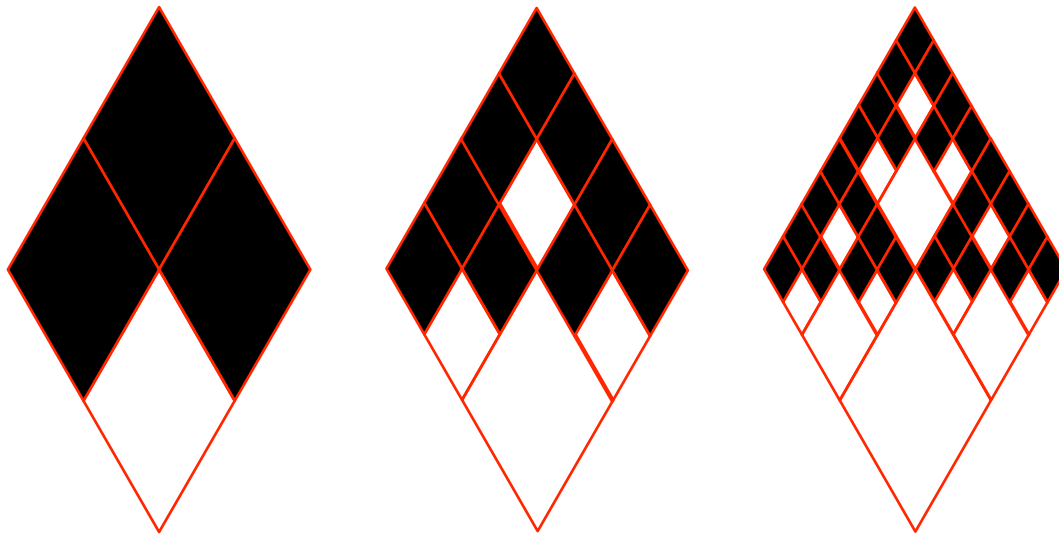


Abb. 2a: Die ersten drei Schritte

3.1.2 Trapez

3.1.2.1 Bekannte Grundfigur

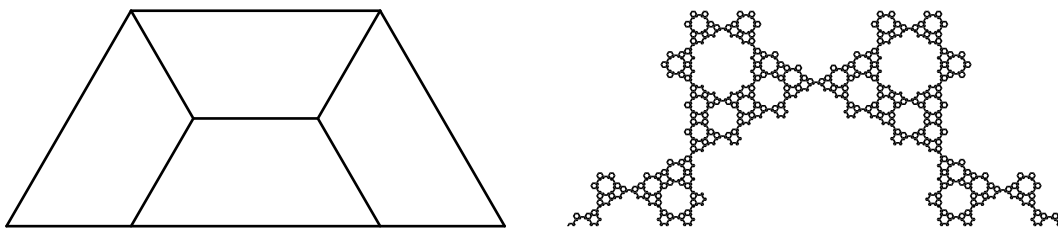


Abb. 3a: Trapez-Puzzle und Fraktal

Die Abbildung 3a illustriert die ersten Schritte für das Fraktal. Es wird jeweils das Trapez unten Mitte ausgespart.

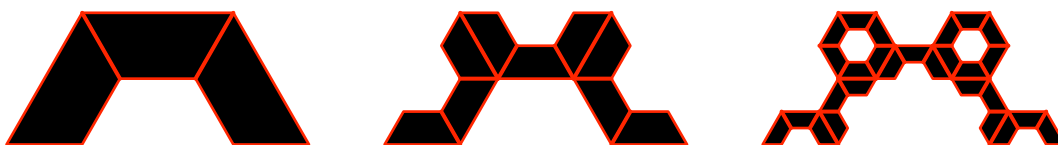


Abb. 3a: Die ersten drei Schritte

3.1.2.2 Variante

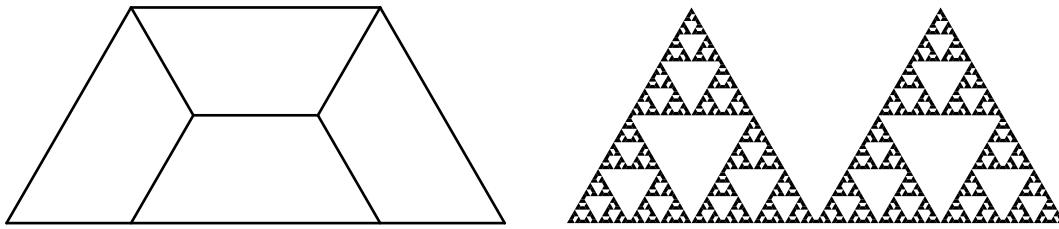


Abb. 4a: Sterzinsky-Zwillinge

Die Abbildung 4b zeigt die ersten Schritte dieser Variante. Es wird jeweils das Trapez oben Mitte ausgespart.

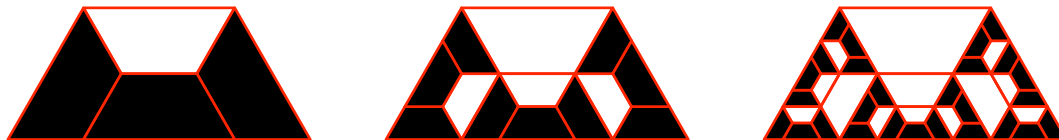


Abb. 4b: Die ersten drei Schritte

3.1.2.3 Weitere Variante

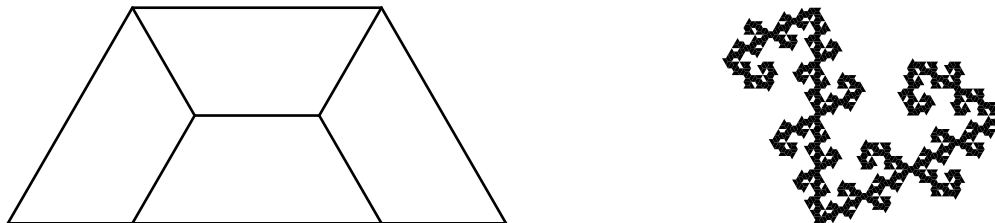


Abb. 5a: Weitere Variante

Die Abbildung 5b zeigt die ersten Schritte dieser Variante. Es wird jeweils das Trapez links ausgespart.

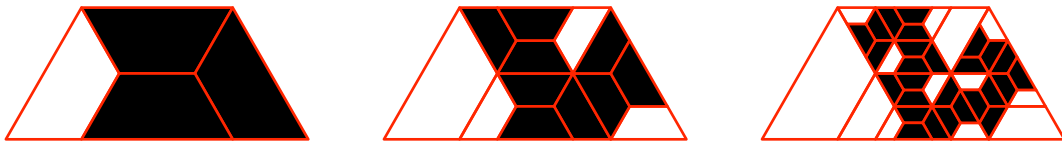


Abb. 5b: Die ersten drei Schritte

3.1.3 Asymmetrisches Beispiel

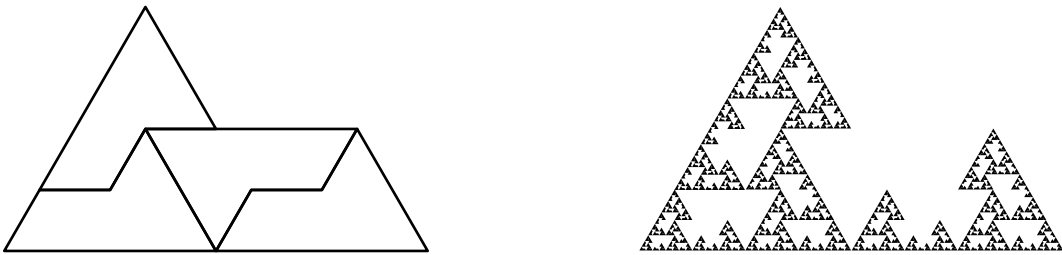


Abb. 6a: Asymmetrisches Beispiel

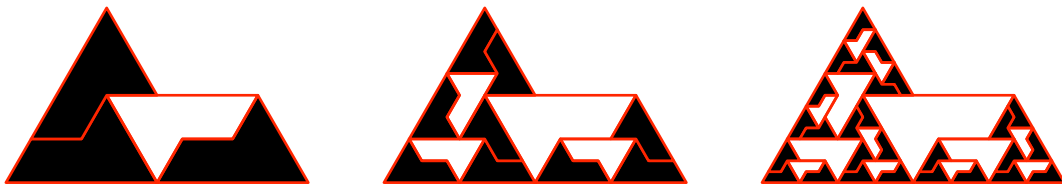


Abb. 6b: Die ersten drei Schritte

3.1.4 Versteckte gleichseitige Dreiecke

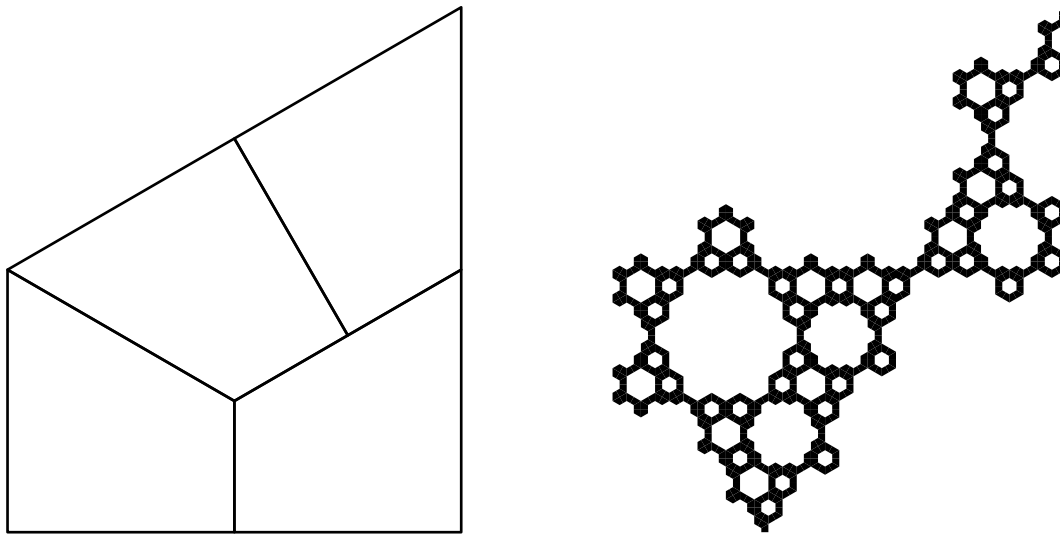


Abb. 7a: Andere Grundfigur

Das Fraktal ist verwandt mit dem Fraktal der Abbildung 3a.

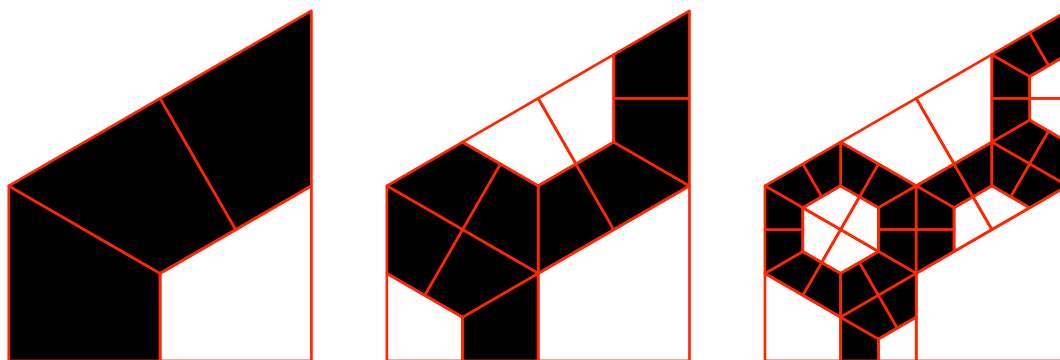


Abb. 7b: Die ersten drei Schritte

Weitere Varianten seien den geneigten Leser/innen überlassen.

3.2 Im Quadratraster

3.2.1 Dreiviertelquadrat

3.2.1.1 An der konkaven Ecke ausgespart

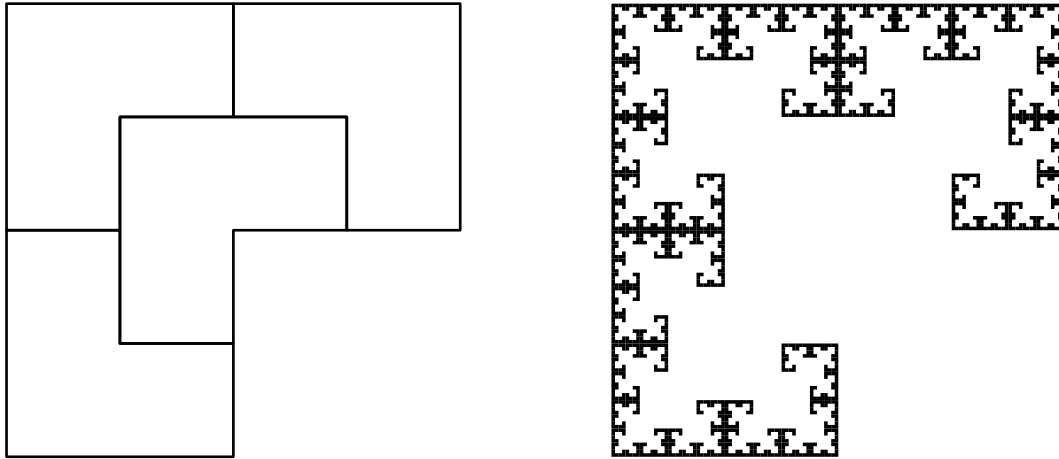


Abb. 8a: Dreiviertelquadrat

Auch das ist in der Grundform ein alter Bekannter. Die Abbildung 8b zeigt die ersten Schritte. Es wird das innerste Dreiviertelquadrat ausgespart.

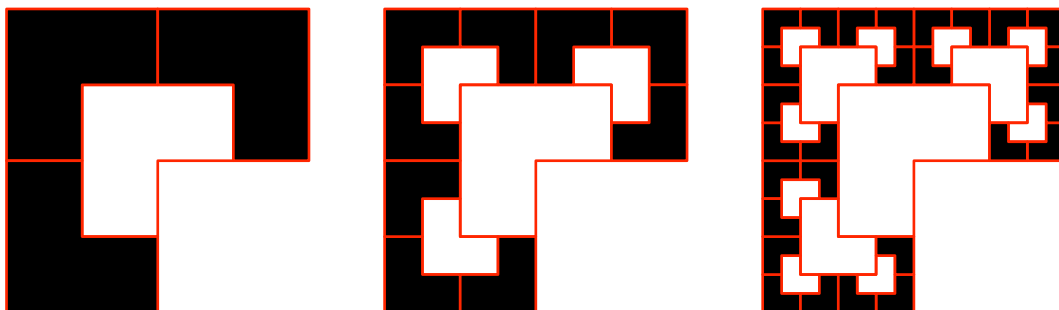


Abb. 8b: Die ersten drei Schritte

3.2.1.2 Links oben ausgespart

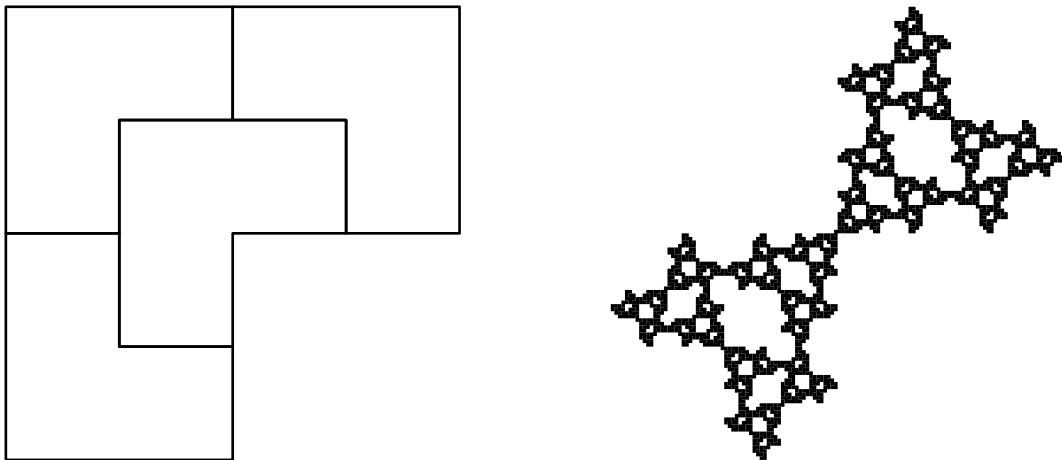


Abb.9a: Variante zum Dreiviertelquadrat

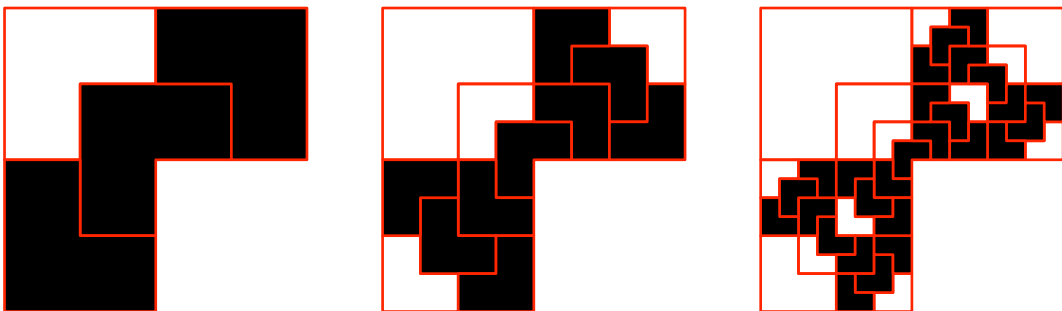


Abb. 9b: Die ersten drei Schritte

3.2.2 Pfanne

3.2.2.1 An der konkaven Ecke ausgespart

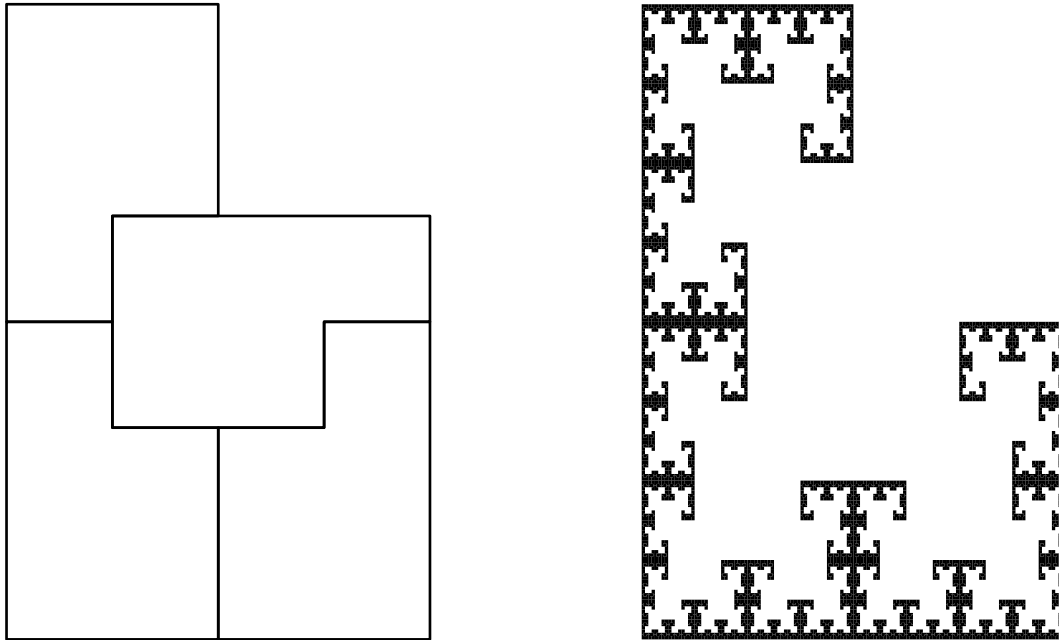


Abb. 10a: Pfanne

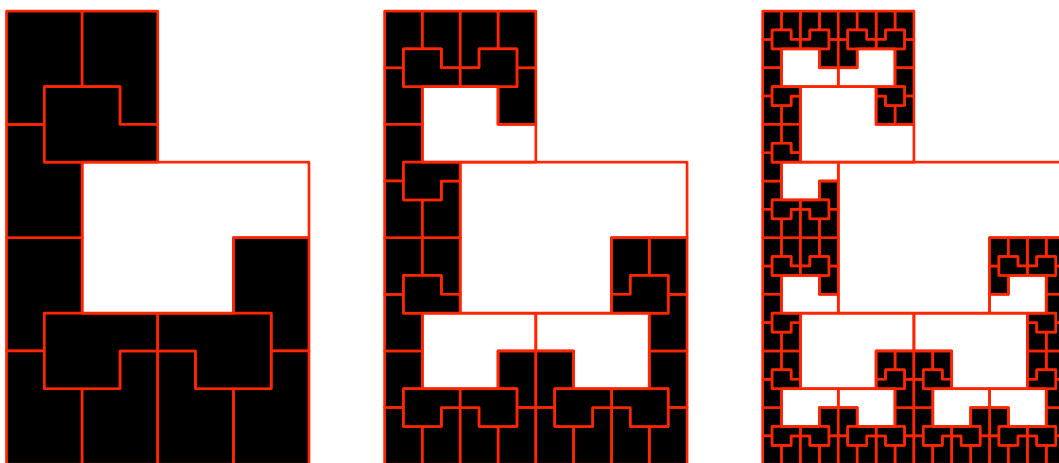


Abb. 10b: Die ersten drei Schritte

3.2.2.2 Links unten ausgespart

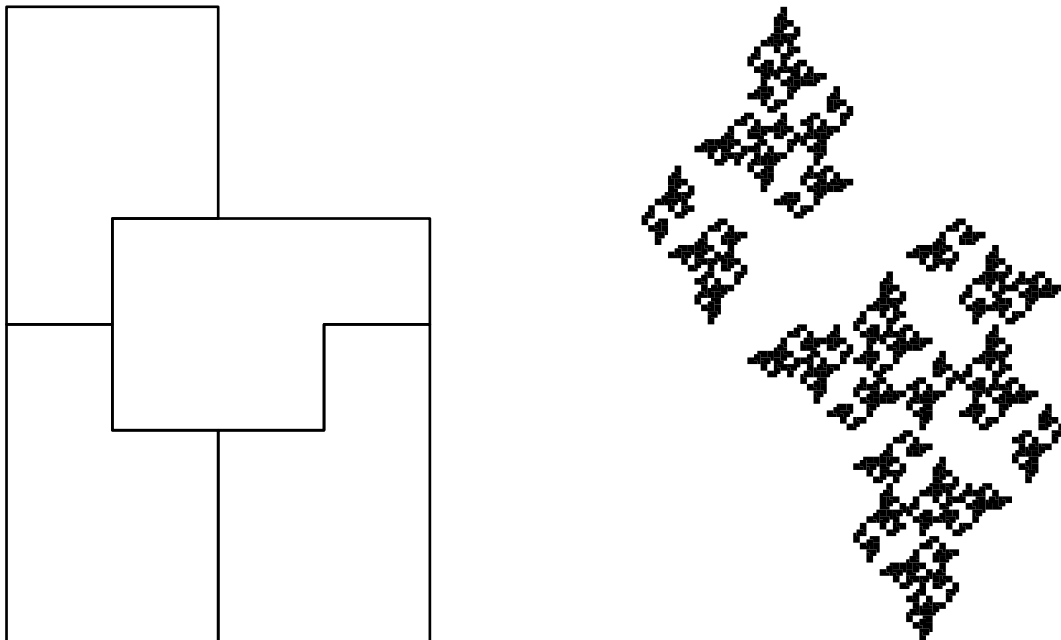


Abb. 11a: Variante

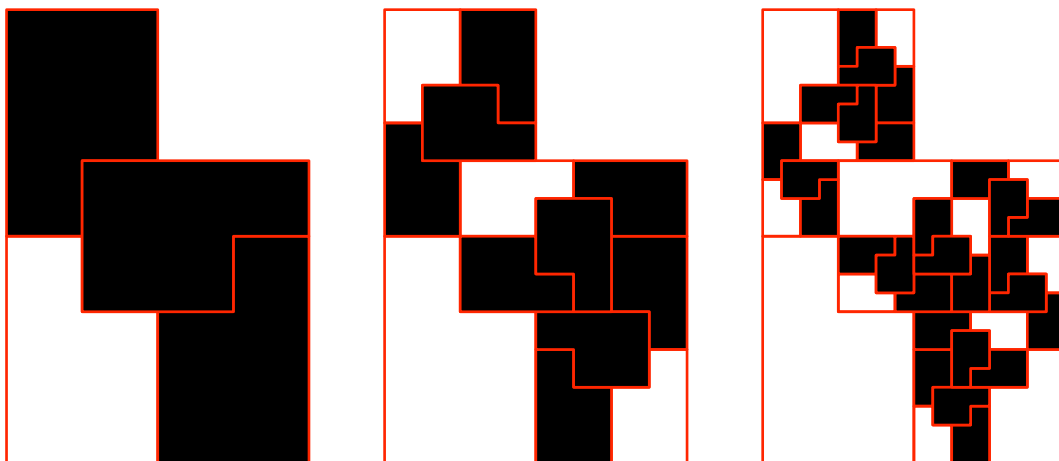


Abb. 11b: Die ersten drei Schritte

3.2.3 45°-Winkel

3.2.3.1 Ausgangslage

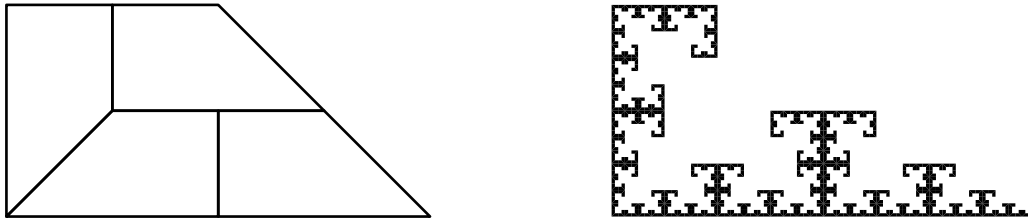


Abb. 12a: Trapeze mit 45°-Winkeln

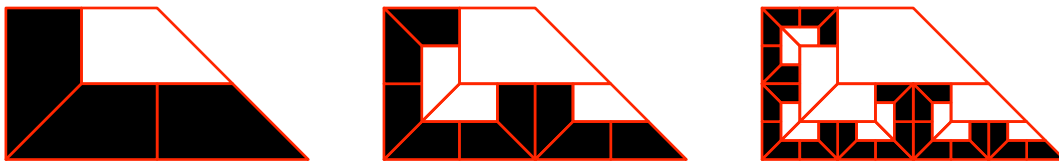


Abb. 12b: Die ersten drei Schritte

3.2.3.2 Variante

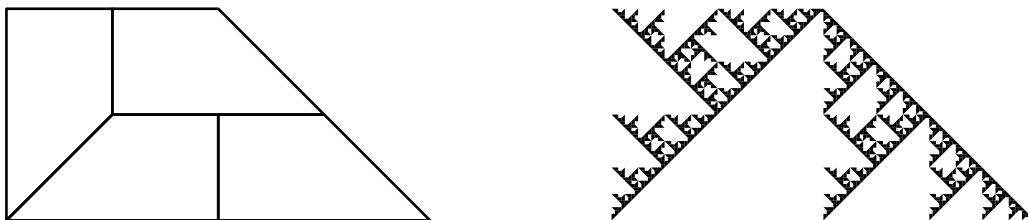


Abb. 13a: Variante

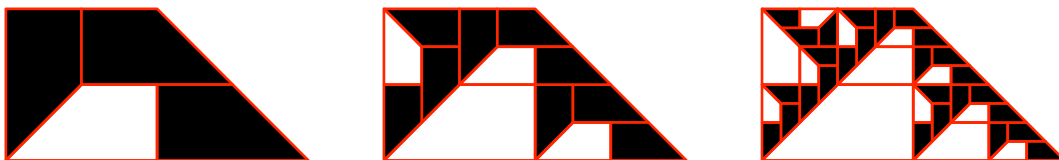


Abb. 13b: Die drei ersten Schritte

3.2.4 Halbes Quadrat

3.2.4.1 Links unten ausgespart

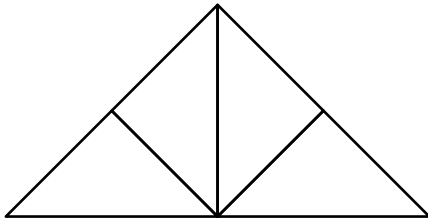


Abb. 14a: Halbes Quadrat



Abb. 14b: Die ersten drei Schritte

3.2.4.2 Links oben ausgespart

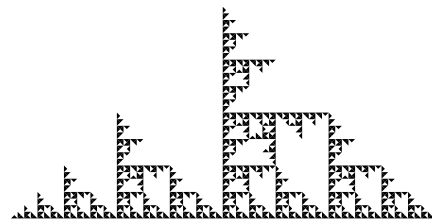
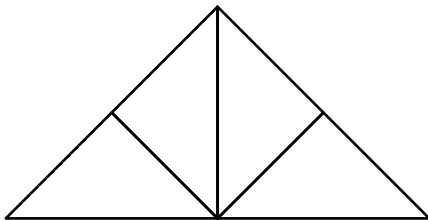


Abb. 15a: Variante



Abb. 15b: Die ersten drei Schritte

3.2.5 2×1-Rechteck

3.2.5.1 Die simple Tour

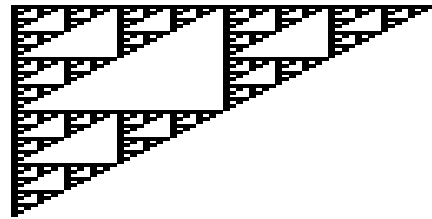
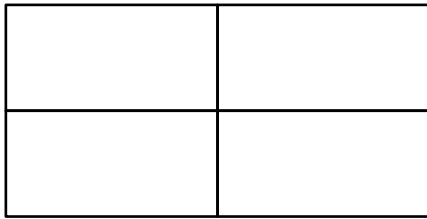


Abb. 16: Affiner Gruß vom Sierpiński-Dreieck

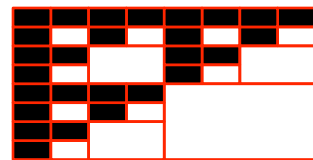
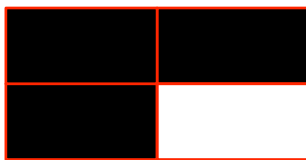


Abb. 16b: Die ersten drei Schritte

3.2.5.2 Folge

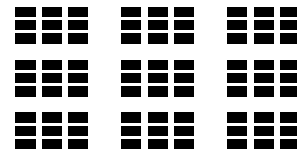
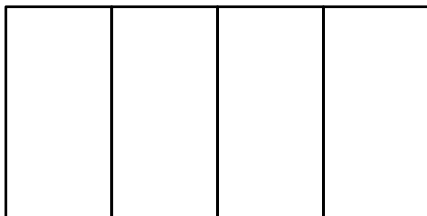


Abb. 17a: Folge

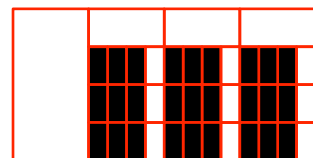
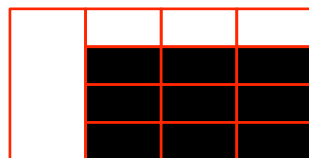
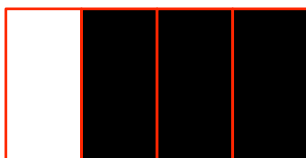


Abb. 17b: Die ersten drei Schritte

3.2.5.3 Das zweite Rechteck ausgespart

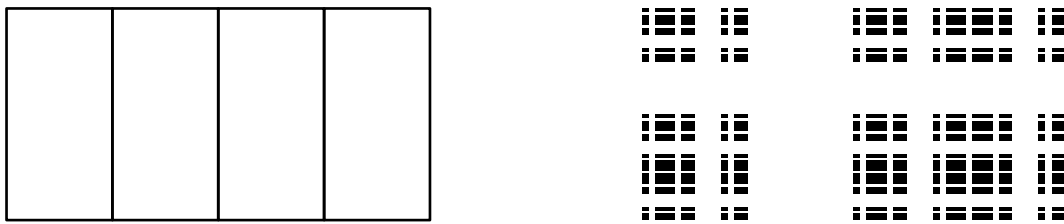


Abb. 18a: Asymmetrischer Cantor-Staub

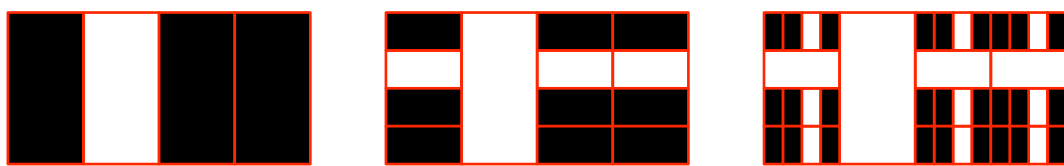


Abb. 18b: Die ersten drei Schritte

3.2.5.4 Innen quer



Abb. 19a: Innenhöfe

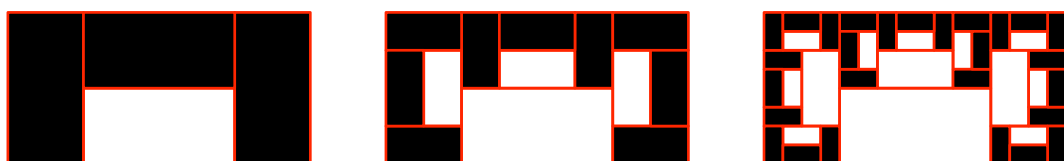


Abb. 19b: Die ersten drei Schritte

3.2.5.5 Variante

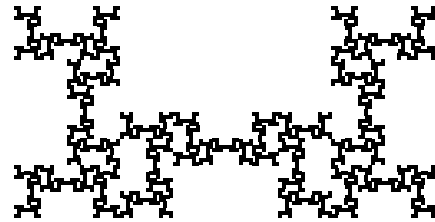


Abb. 20a: Innen- und Außenhöfe

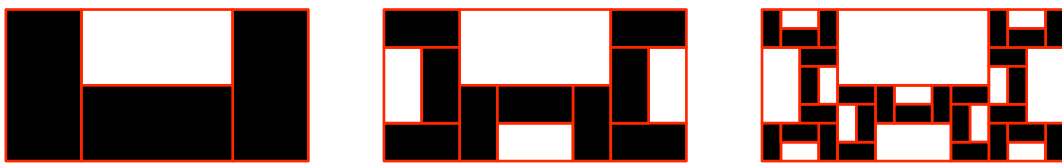


Abb. 20b: Die drei ersten Schritte

3.2.6 Ein L

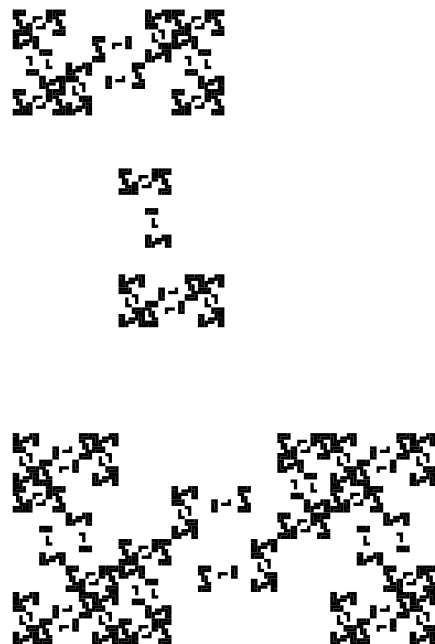
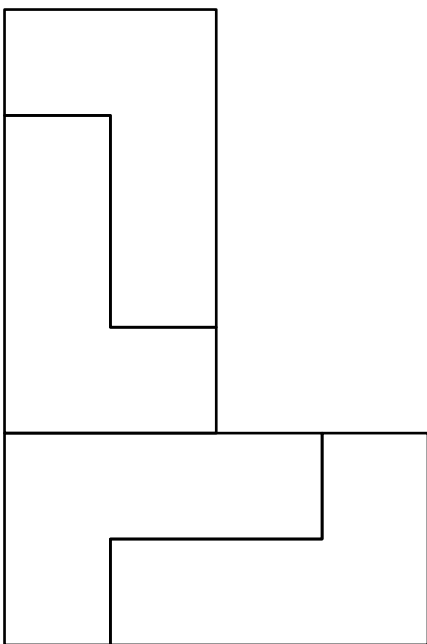


Abb. 21a: L

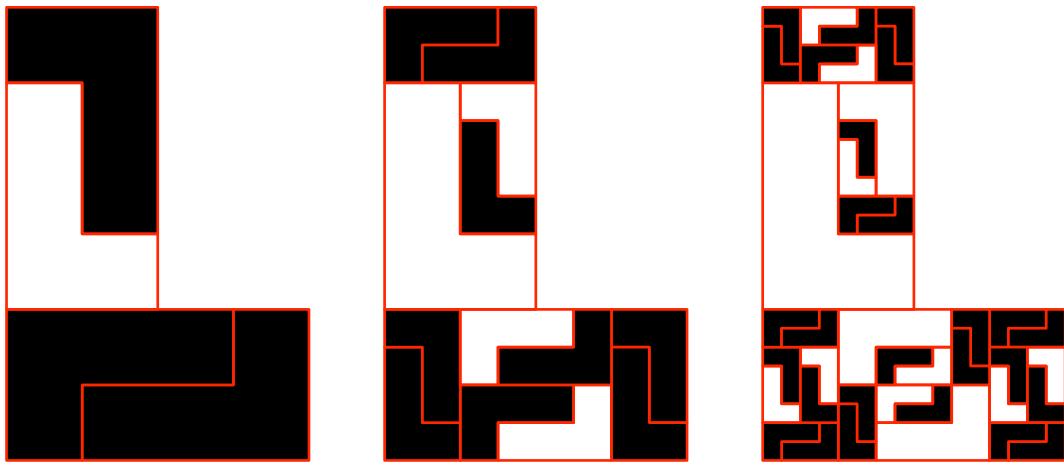


Abb. 21b: Die ersten drei Schritte

3.2.7 Quadrat

3.2.7.1 Sierpiński

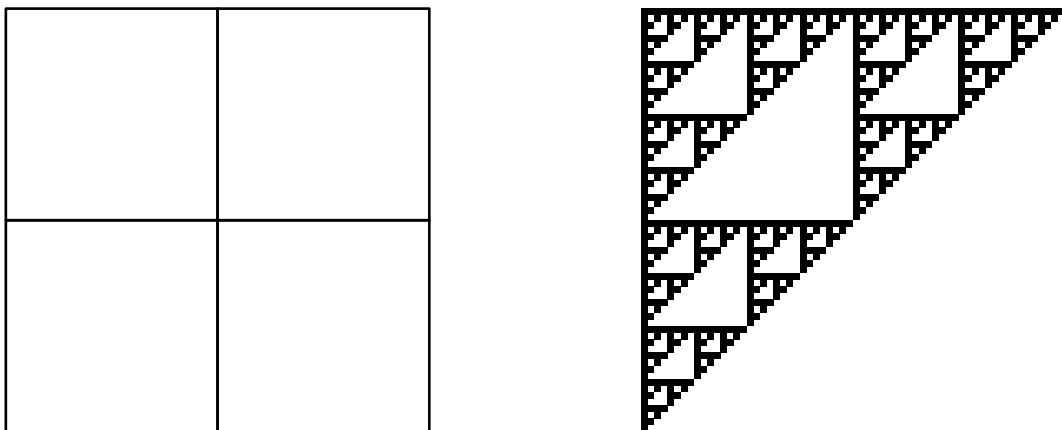


Abb. 21a: Schon wieder das Sierpiński-Dreieck

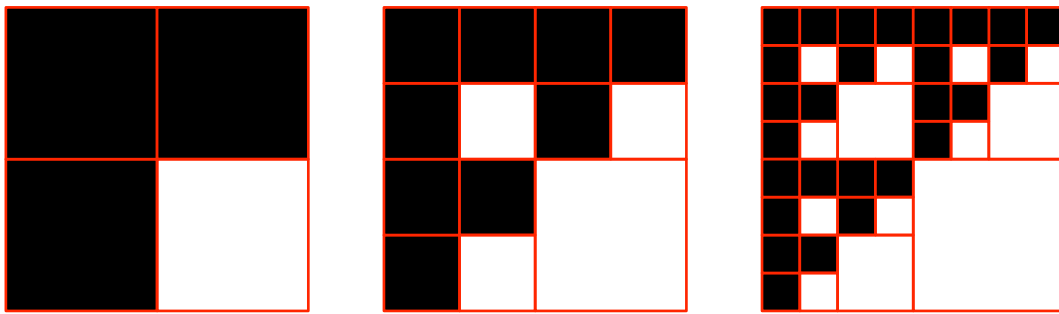


Abb. 21b: Die drei ersten Schritte

3.2.7.2 Variante

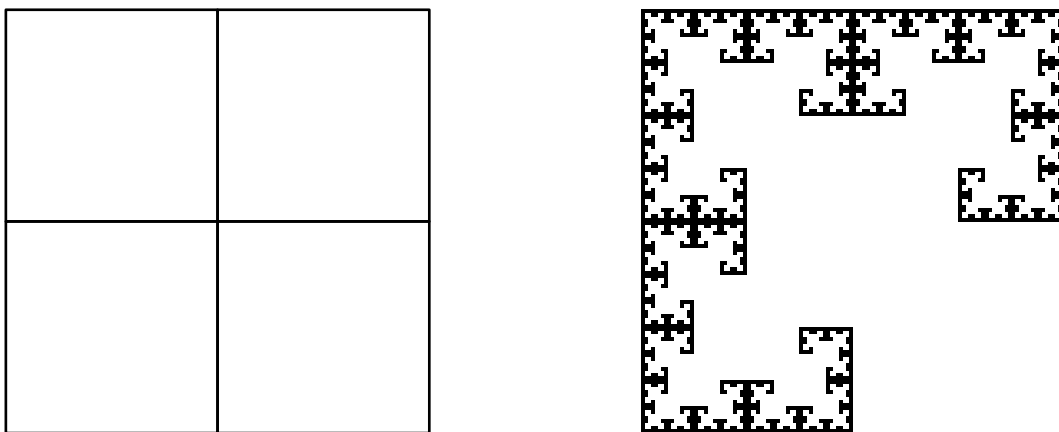


Abb. 22a: Alter Bekannter (Abb. 8)

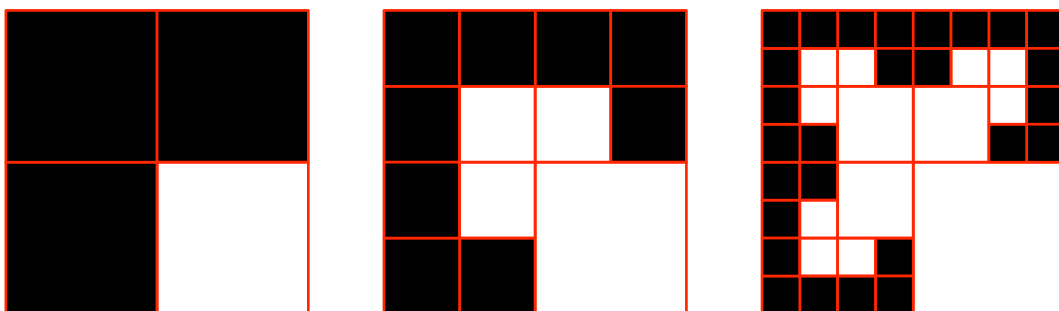


Abb. 22b: Die ersten drei Schritte

3.2.7.3 Noch eine Variante

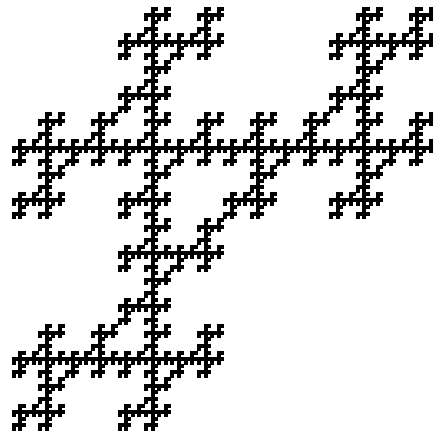
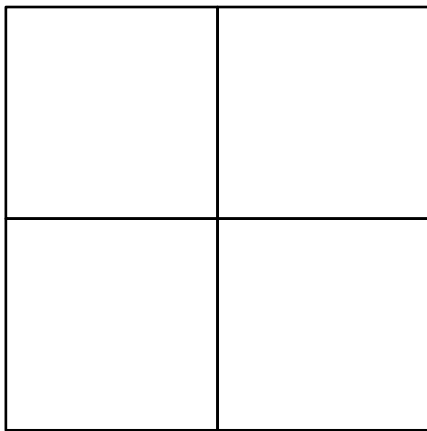


Abb. 23a: Noch eine Variante

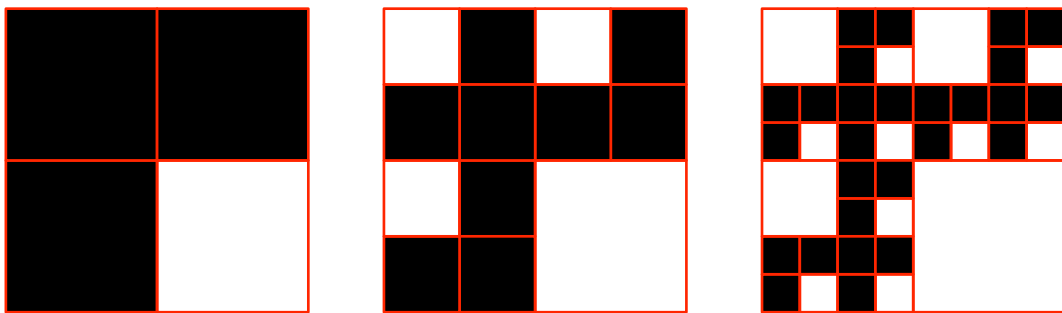


Abb. 23b: Die ersten drei Schritte

3.2.7.4 Und noch eine Variante

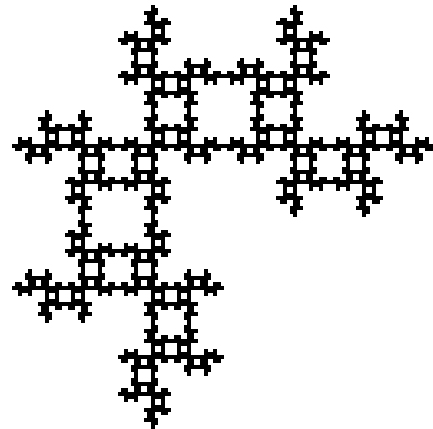
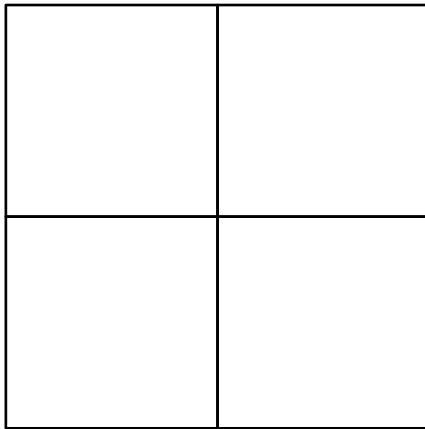


Abb. 24a: Und noch eine Variante

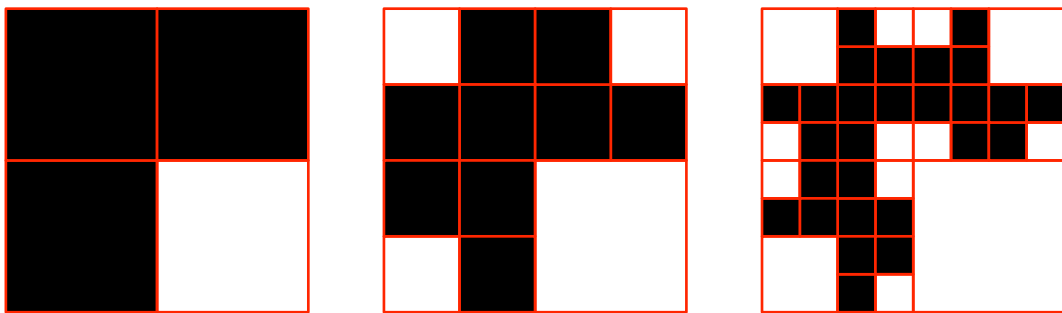


Abb. 24b: Die drei ersten Schritte

4 Fraktale Dimension

Sämtliche Beispiele haben dieselbe fraktale Dimension D , nämlich:

$$D = \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \approx 1.585 \quad (1)$$

Literatur

Hemme, Heinrich (1989): Geometrische Gerüchte: Figuren, die sich selbst vervielfachen. *bild der wissenschaft*, 5-1989. 141-144.

Mandelbrot, Benoît B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. New York: Freeman. ISBN 0-7167-1186-9

Mandelbrot, Benoît B. (1991). *Die fraktale Geometrie der Natur*. Basel: Birkhäuser.