Hans Walser, [20180827]

Singuläre Matrix

Wir unterteilen ein Viereck mit den Diagonalen in vier Teildreiecke mit den Flächeninhalten *A, B, C* und *D* gemäß Abbildung 1.

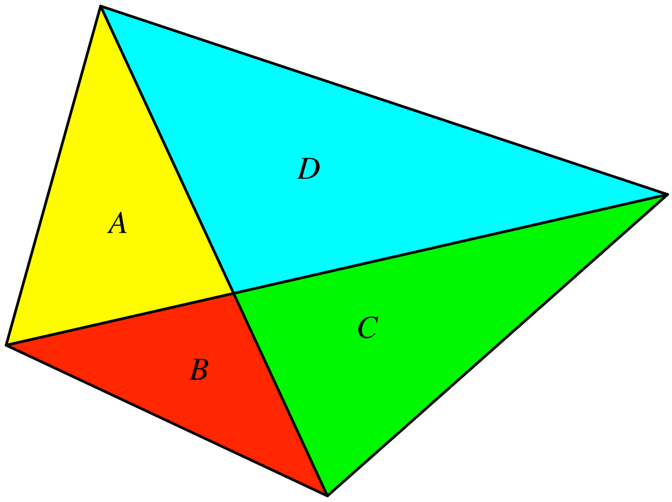

Abb. 1: Unterteilung des Viereckes

Dann ist die Matrix *M*

$$M = \begin{bmatrix} A & D \\ B & C \end{bmatrix} \tag{1}$$

singulär.

Beweis: Wir arbeiten den Diagonalenabschnitten *p, q, r* und *s* gemäß Abbildung 2.

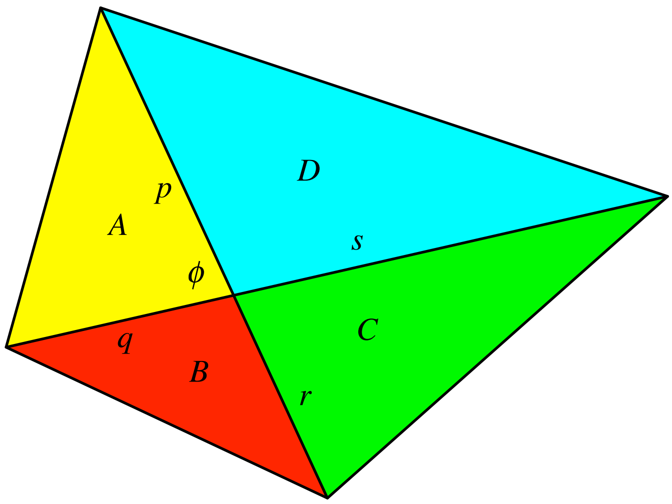

Abb. 2: Diagonalenabschnitte

Mit dem Diagonalenschnittwinkel ϕ erhalten wir:

$$A = \tfrac{1}{2} pq \sin(\phi), \quad B = \tfrac{1}{2} qr \sin(\phi), \quad C = \tfrac{1}{2} rs \sin(\phi), \quad D = \tfrac{1}{2} sp \sin(\phi) \qquad (2)$$

Damit ist:

$$\det(M) = AC - BD = \tfrac{1}{4} \sin^2(\phi)(pqrs - qrsp) = 0 \qquad (3)$$

Geht es auch, wenn das Viereck nicht konvex ist?
Wie ist es mit der räumlichen Verallgemeinerung?