Hans Walser, [20181007]

Spiralenabstand

1 Worum geht es?

Eine Rechenübung

2 Konstruktion

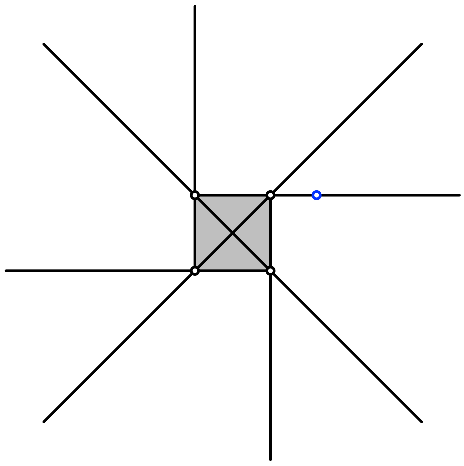

Abb. 1: Ausgangsfigur

Auf einer der verlängerten Seiten des Einheitsquadrates wählen wir einen beliebigen Startpunkt (Abb. 1).

Nun zeichnen wir Achtelbögen gemäß Abbildung 2. So entsteht der Beginn einer Spirale.

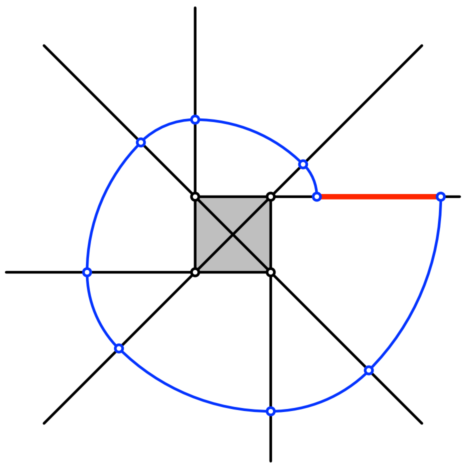

Abb. 2: Spiralenanfang

Wenn wir die Konstruktion weiterführen, entsteht eine Spirale.
Wie groß ist die rote Strecke, also der Spiralenabstand?

3 Bearbeitung

In der Abbildung 3 sind die Bogenradien eingezeichnet.

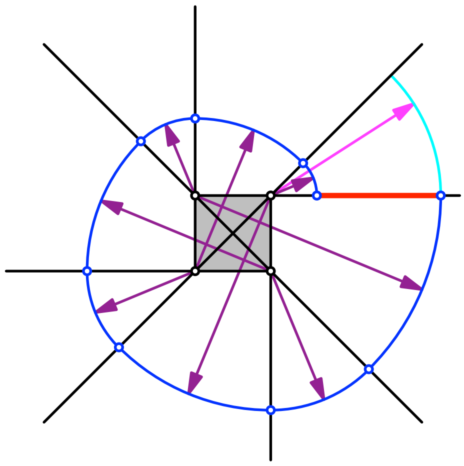

Abb. 3: Bogenradien

Wir nummerieren die Radien von innen nach außen.
Der innerste Radius r_1 ist frei wählbar (entsprechend der freien Wählbarkeit des Startpunktes). Weiter gilt:

$$\begin{aligned}
r_1 &= \text{ frei wählbar} \\
r_2 &= r_1 + \sqrt{2} \\
r_3 &= r_2 - 1 = r_1 + \sqrt{2} - 1 \\
r_4 &= r_3 + \sqrt{2} = r_1 + 2\sqrt{2} - 1 \\
r_5 &= r_4 - 1 = r_1 + 2\sqrt{2} - 2 \\
r_6 &= r_5 + \sqrt{2} = r_1 + 3\sqrt{2} - 2 \\
r_7 &= r_6 - 1 = r_1 + 3\sqrt{2} - 3 \\
r_8 &= r_7 + \sqrt{2} = r_1 + 4\sqrt{2} - 3 \\
r_9 &= r_8 - 1 = r_1 + 4\sqrt{2} - 4
\end{aligned} \tag{1}$$

Die Länge Δ der roten Strecke ist:

$$\Delta = r_9 - r_1 = 4\sqrt{2} - 4 \approx 1.657 \tag{2}$$

Dieser Länge ist unabhängig vom gewählten Startpunkt. Das heißt, das sich eine Art archimedischer Spirale entwickelt.