Hans Walser, [20181213]

Teilpunktaufgabe

1 Problemstellung

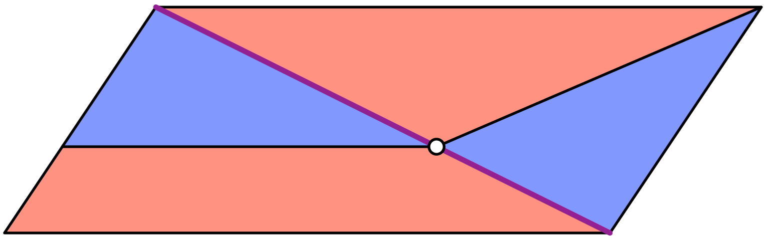

Abb. 1: Problemstellung

Auf einer der beiden Diagonalen eines Parallelogramms soll ein Teilpunkt so gefunden werden, dass das rote Trapez und das roten Dreieck flächengleich sind.

2 Bearbeitung

Da die Problemstellung affin invariant ist, können wir uns auf das Einheitsquadrat gemäß der Abbildung 2 beschränken.

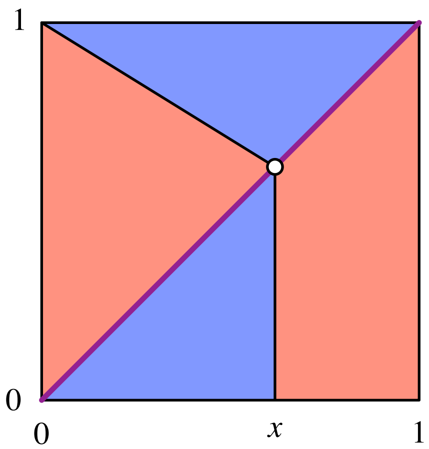

Abb. 2: Im Quadrat

Wenn die roten Figuren flächengleich sein sollen, müssen auch die beiden blauen Dreiecke flächengleich sein.

Das untere blaue Dreieck ist rechtwinklig gleichschenklig mit der Schenkellänge x und hat den Flächeninhalt A_1:

$$A_1 = \tfrac{1}{2}x^2 \tag{1}$$

Das obere blaue Dreieck hat die Grundlinie 1 und die dazugehörige Höhe $1-x$. Sein Flächeninhalt A_2 ist daher:

$$A_2 = \tfrac{1}{2}(1-x) \tag{2}$$

Aus $A_1 = A_2$ ergibt sich die quadratische Gleichung:

$$x^2 + x - 1 = 0 \tag{3}$$

Diese hat die positive Lösung:

$$x = \tfrac{-1+\sqrt{5}}{2} = \tfrac{1}{\Phi} \approx 0.618 \tag{4}$$

Dabei ist

$$\Phi = \tfrac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618 \tag{5}$$

der Goldene Schnitt (Walser 2013).
Die Diagonale muss also im Verhältnis des Goldenen Schnittes geteilt werden.
Die roten Figuren sind flächenmäßig größer als die blauen. Das Flächenverhältnis ist ebenfalls der Goldene Schnitt.

Literatur

Walser, Hans (2013): *Der Goldene Schnitt*. 6., bearbeitete und erweiterte Auflage. Mit einem Beitrag von Hans Wußing über populärwissenschaftliche Mathematikliteratur aus Leipzig. Leipzig: EAGLE, Edition am Gutenbergplatz. ISBN 978-3-937219-85-1.

Weblink

Hans Walser: Goldene Fächenaufteilung:
www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/G/Goldene_Flaechenaufteilung/Goldene_Flaechenaufteilung.htm