

Hans Walser, [20161207]

## Überlappung

### 1 Worum geht es?

Es wird eine unendlich große Fläche in einen begrenzten Bereich gepackt. Die Figur hat eine fraktale Struktur.

### 2 Aufbau des Fraktals

#### 2.1 Quadrat als Startfigur

Wir beginnen mit einem leicht transparenten roten Quadrat der Seitenlänge 1. Diesem setzen wir links und rechts oben je ein blaues Quadrat an, deren Seitenlängen je um den Faktor  $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 70.71\%$  verkürzt sind (Abb. 1). Die beiden blauen Quadrate haben zusammen den gleichen Flächeninhalt wie das rote Quadrat.

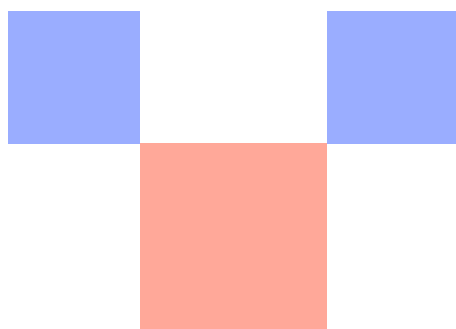


Abb. 1: Erster Schritt

Den beiden blauen Quadraten setzen wir nun je zwei entsprechend verkleinerte rote Quadrate an (Abb. 2). Zwei der vier neuen Quadrate berühren sich.

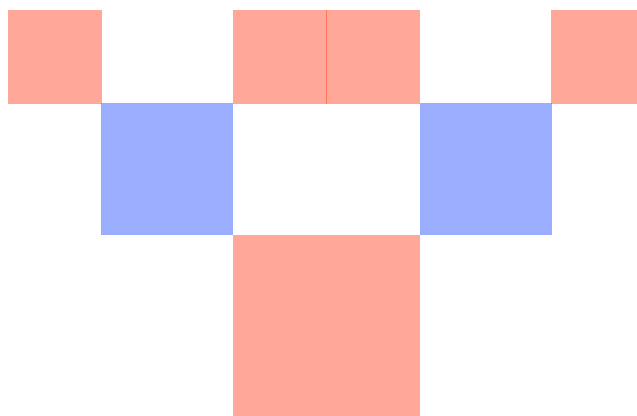
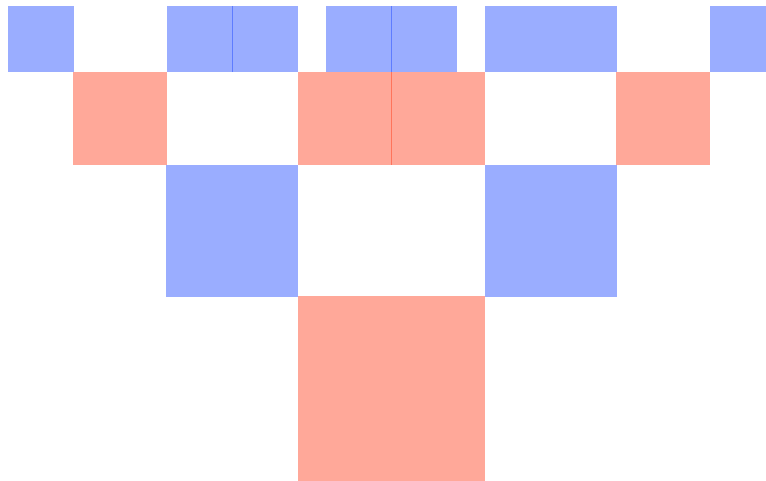


Abb. 2: Zweiter Schritt

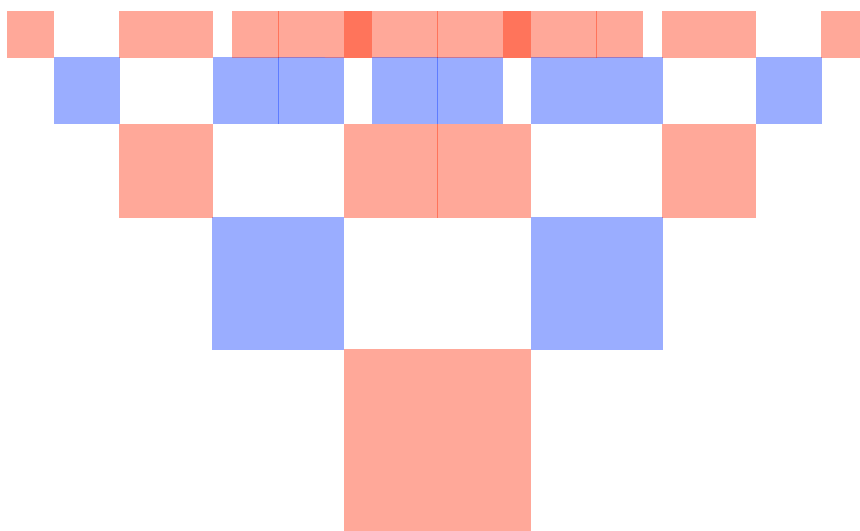
Die vier neuen roten Quadrate sind flächenmäßig insgesamt gleich groß wie die beiden blauen zusammen und damit auch gleich groß wie das rote Startquadrat.

Im dritten Schritt setzen wir insgesamt acht kleine blaue Quadrate an (Abb. 3). Teilweise berühren sie sich. Die Flächensumme dieser acht kleinen blauen Quadrate entspricht dem Flächeninhalt des roten Startquadrates.



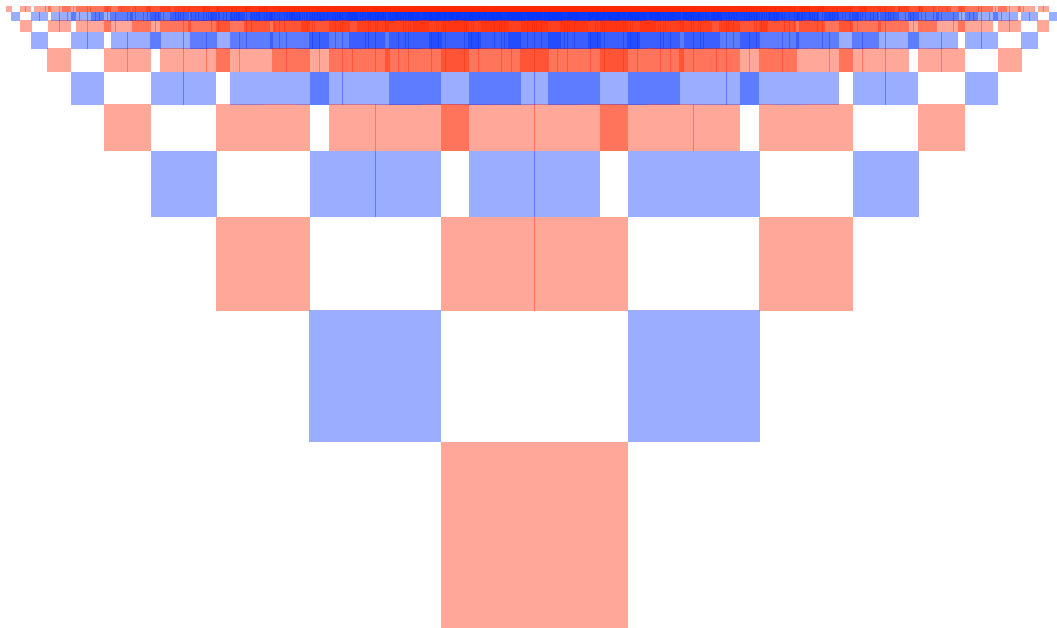
**Abb. 3: Dritter Schritt**

Im vierten Schritt erscheinen nun Überlappungen (Abb. 4). Sie sind am dunkleren Rot erkennbar.



**Abb. 4: Überlappungen**

Die Abbildung 5 gibt eine Idee des fertigen Fraktals. Wir haben immer mehr Überlappungen.



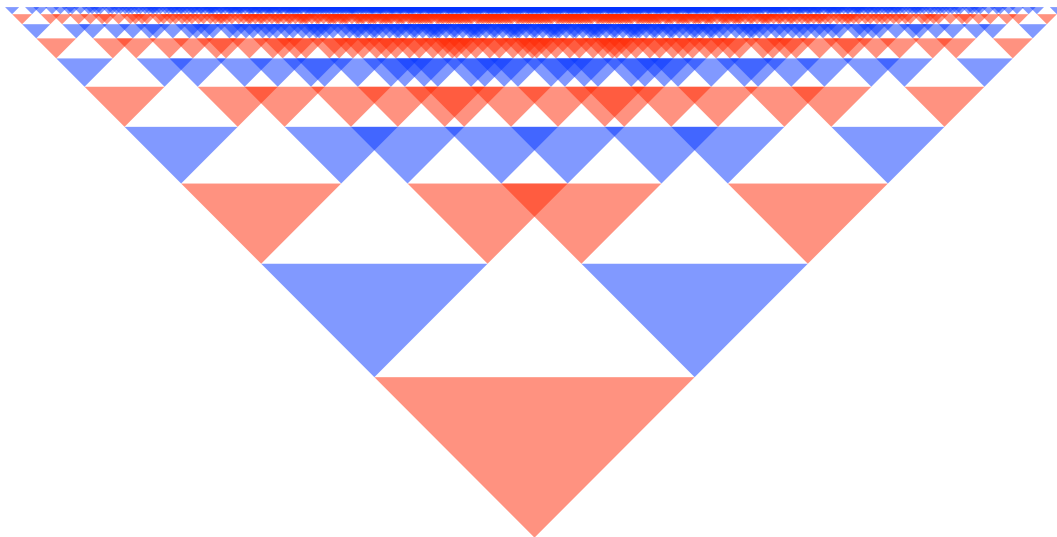
**Abb. 5: Annäherung an das Fraktal**

Jeder horizontale Farbstreifen hat bei Mehrfachzählung infolge Überlappung den gleichen Flächeninhalt wie das Startquadrat.

Da das Fraktal unendlich viele horizontale Farbstreifen hat, ist die Gesamtfläche unendlich. Die Figur hat aber in einem endlichen Bereich Platz.

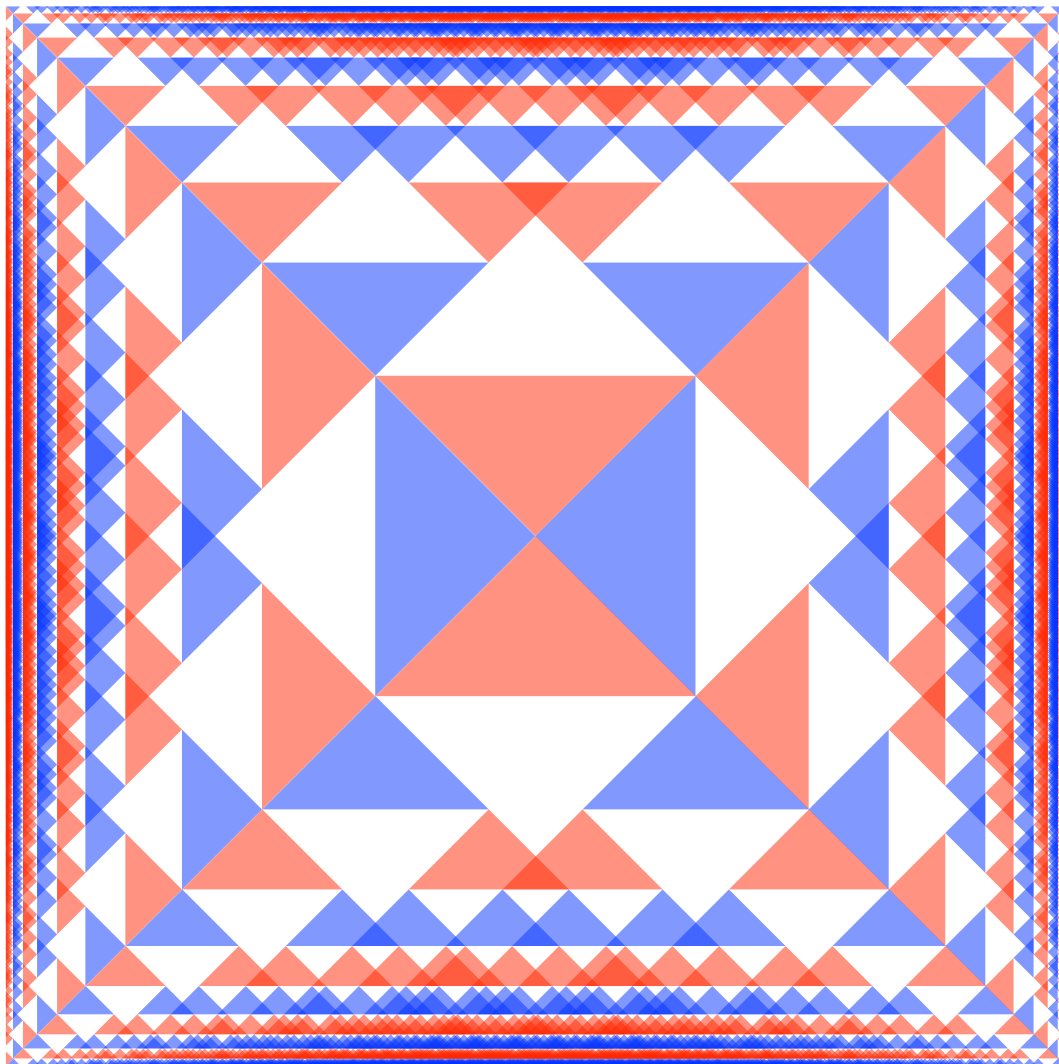
## 2.2 Dreieck als Startfigur

In der Abbildung 6 ist die Startfigur ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck.



**Abb. 6: Dreieck als Startfigur**

Wir können die Figur zu einem Quadrat ergänzen (Abb. 7).



**Abb. 7: Ergänzung zum Quadrat**