

Hans Walser, [20130610], [20131020]

Voronoi-Regionen

1 Einzugsbereiche von Punkten

Einstiegsbeispiel: Angenommen, die schwarzen Punkte der Abbildung 1 seien Standorte von zum Beispiel Schulhäusern oder Pumpstationen. Wie finden wir die optimalen Einzugsbereiche? Optimal heißt hier, dass der Weg zu einem Punkt möglichst kurz sein soll. Also möglichst kurze Schulwege. Andere Einkleidung: Nächster Flughafen für eine allfällige Landung in einer Notsituation. Oder: Einsatzbereich von Stützpunktfeuerwehren.

Die Einzugskapazität der Attraktor-Punkte wird als unlimitiert angenommen.

Die Einzugsbereiche finden wir mit Mittelsenkrechten.

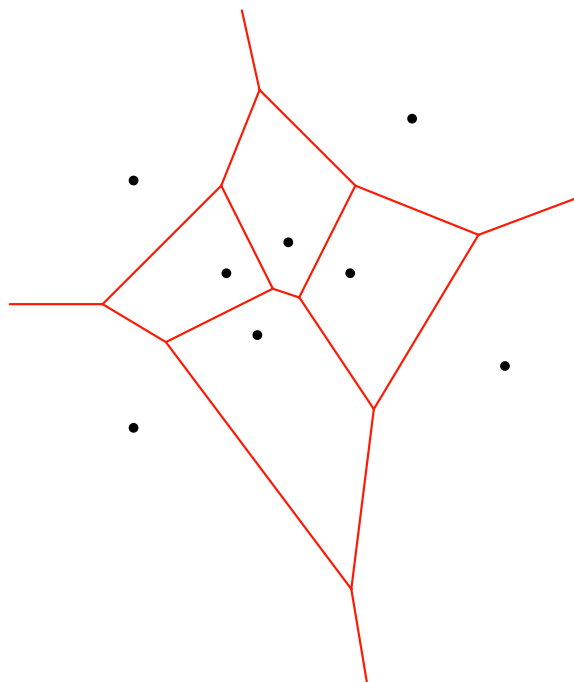


Abb. 1: Voronoi-Regionen

Die Einzugsbereiche werden als *Voronoi-Regionen* bezeichnet. Die schwarzen Punkte sind die Zentren der Voronoi-Regionen. Innerhalb einer Voronoi-Region ist ihr Zentrum der nächste der Punkte.

Das Netz der roten Mittelsenkrechten heißt *Voronoi-Diagramm*. Andere Bezeichnungen sind *Thiessen-Polygone* oder *Dirichlet-Zerlegung*.

Die Knotenpunkte des Voronoi-Diagramms sind Mittelpunkte von Kreisen, welche durch Zentren von Voronoi-Regionen laufen.

Die duale Figur zum Voronoi-Diagramm wird als *Delone-Triangulation* bezeichnet (Abb. 2). Die Voronoi-Regionen zweier in der Delone-Triangulation miteinander verbundener Punkte haben eine Grenze gemeinsam, sind also benachbart.

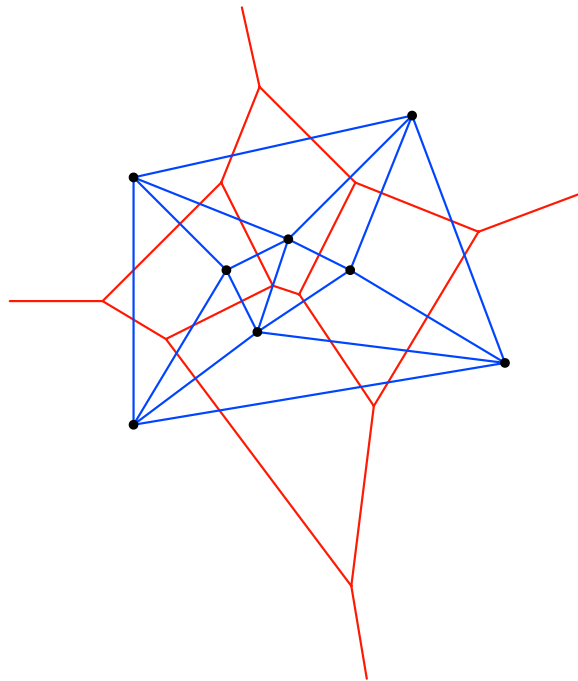


Abb. 2: Delone-Triangulation

Die Abbildung 3 zeigt eine andere Triangulation. Die grün eingezeichneten Strecken verbinden jeweils zwei Punkte, deren Voronoi-Regionen nicht benachbart sind. Gefühlsmäßig: die grünen Strecken sind „zu lang“. Die Triangulation ist nicht optimal.

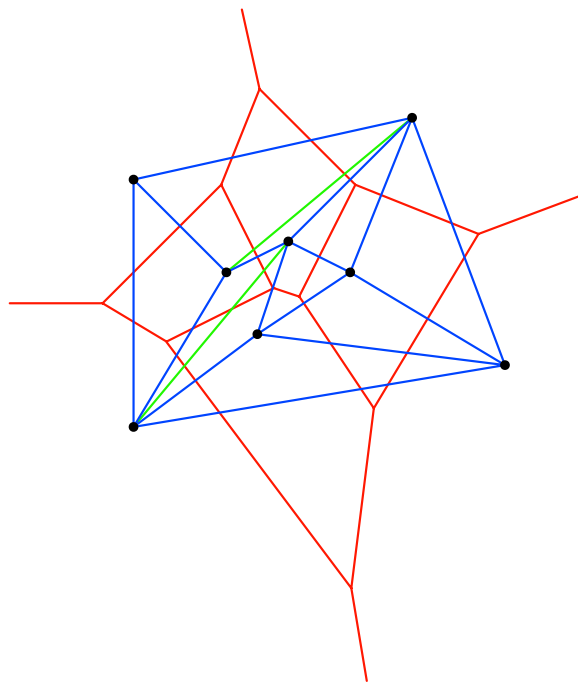


Abb.3: Andere Triangulation

2 Einzugsbereiche von Inseln

Vorstellung: In einem Archipel befinden sich mehrere Inseln. Der Voronoi-Bereich einer Insel ist derjenige Bereich (im Meer), von dessen Punkten aus die Strecke zur Insel am kürzesten ist. Minimale Schwimmstrecke für Schiffbrüchige.

Es werden einige nicht realistische Fälle untersucht. Sie können mit DGS (GeoGebra) gezeichnet werden.

2.1 Zwei kreisförmige Inseln

Anstelle der Mittelsenkrechten ergibt sich eine Hyperbel als Grenzlinie (Abb. 4).

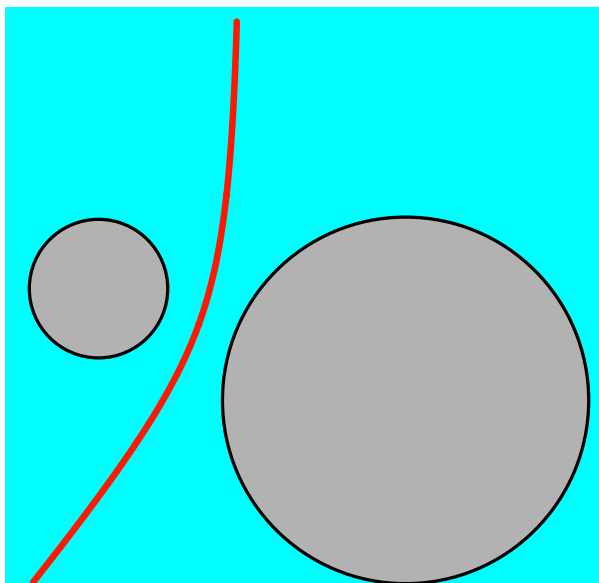


Abb. 4: Zwei Inseln

2.2 Drei Inseln

Drei Hyperbelbögen.

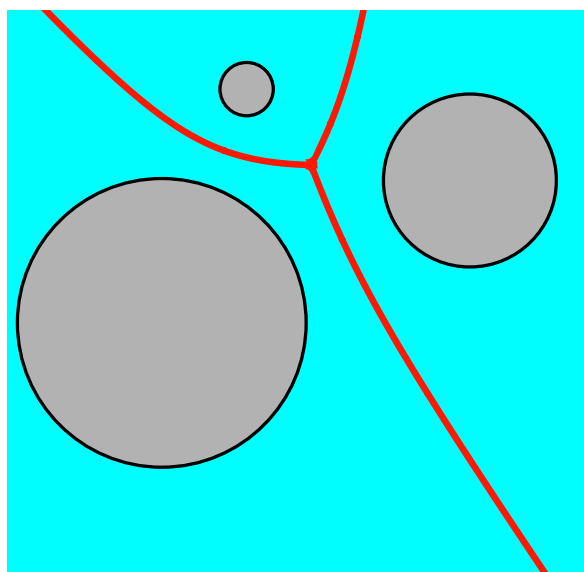


Abb. 5: Drei Inseln

2.3 Drei Inseln und Festland

Drei Hyperbelbögen und zwei Parabelbögen.

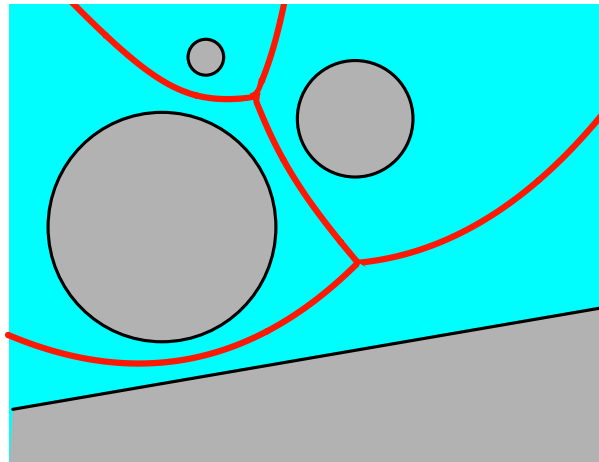


Abb. 6: Drei Inseln und Festland

2.4 Die Insel im Ententeich

Die Grenzlinie ist eine Ellipse.

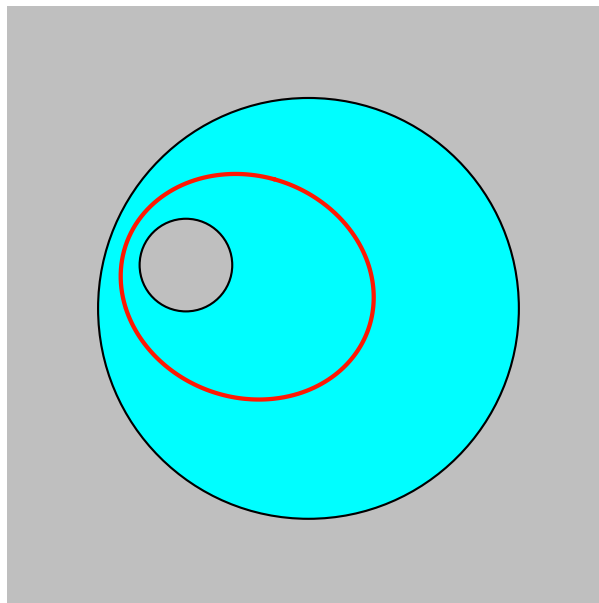


Abb. 7: Insel im Ententeich

2.5 Zwei Inseln

Ellipsenbögen und ein Hyperbelbogen

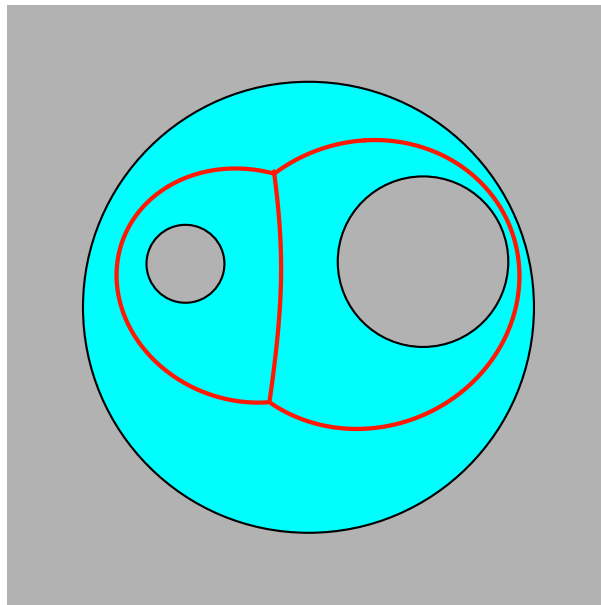


Abb. 8: Zwei Inseln im Ententeich

2.6 Runde Insel im quadratischen Ententeich

Parabelbögen

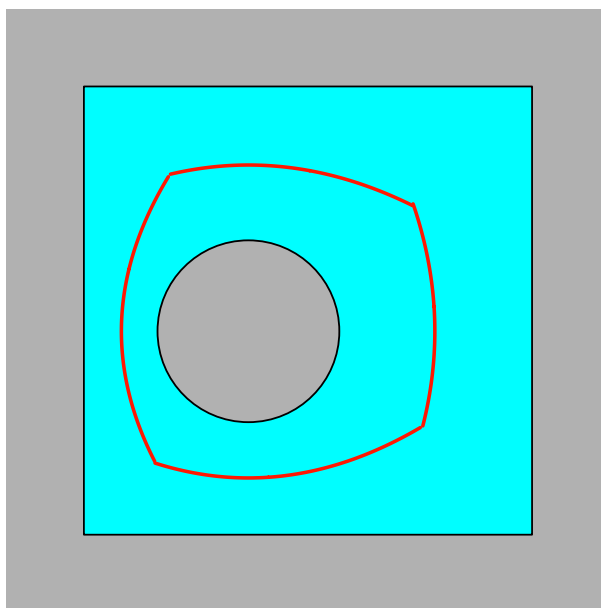


Abb. 9: Runde Insel im quadratischen Ententeich

2.7 Quadratische Insel

Mittelparallelen und Parabelbögen

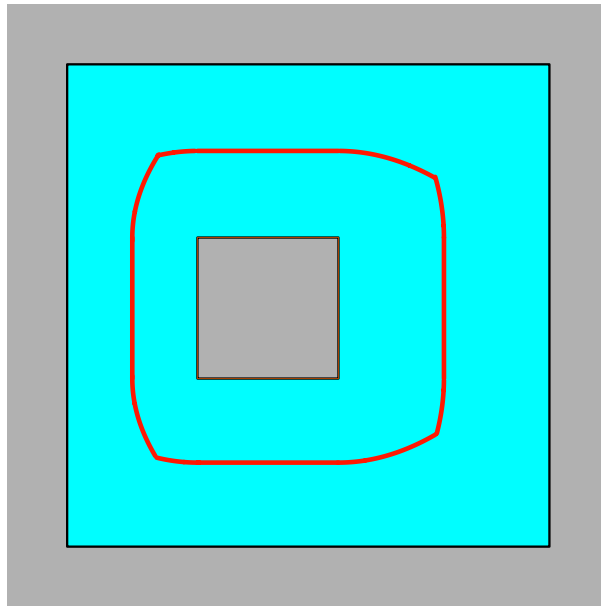


Abb. 10: Quadratische Insel im quadratischen Ententeich