

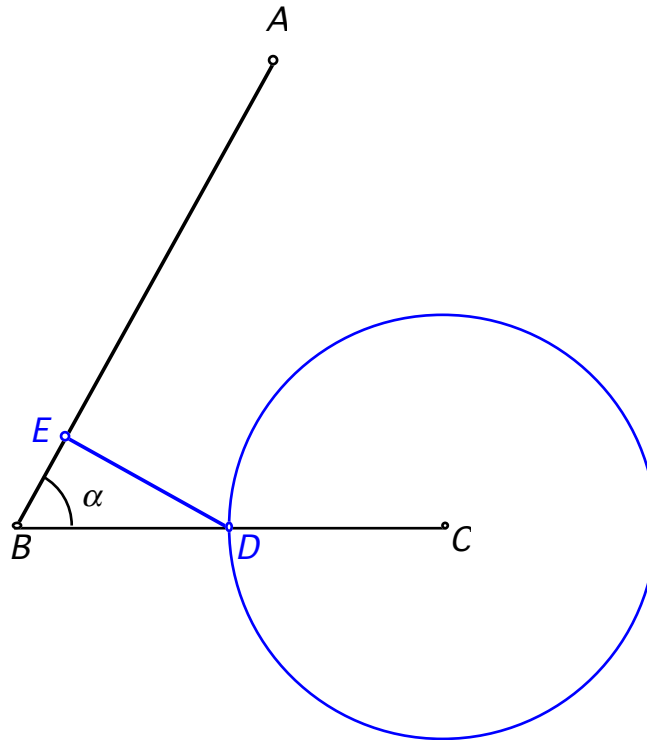
Hans Walser, [20070512c], [20190924]

### Winkeldrittung

Aus [Brooks 2007].

Es handelt sich um ein Einschiebeverfahren, dabei wird ein rechter Winkel eingeschoben.

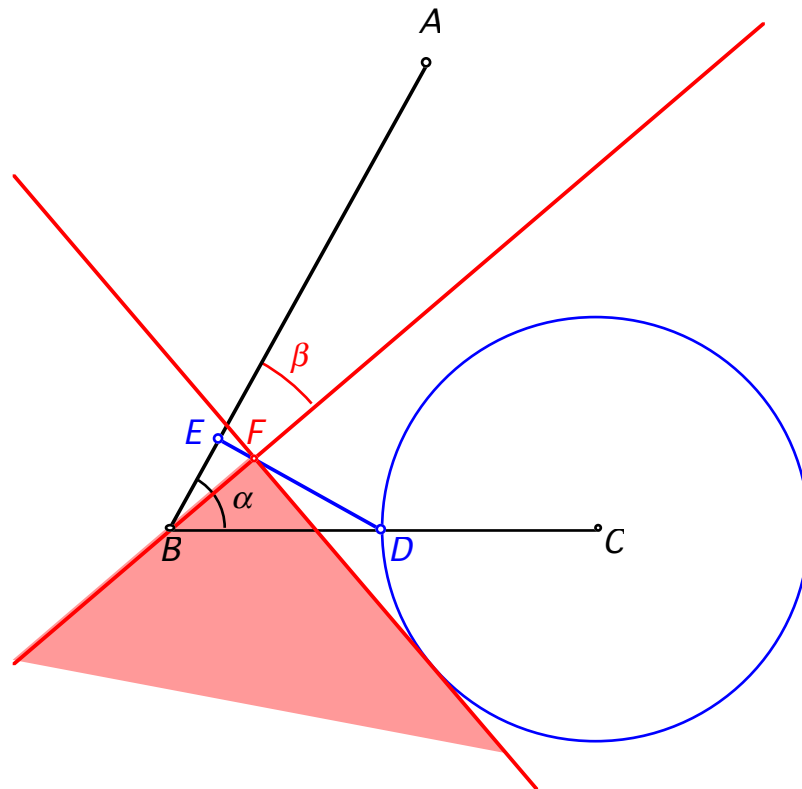
Zunächst ergänzen wir den gegebenen Winkel  $\alpha$  gemäß Figur; dabei ist  $D$  der Mittelpunkt der Strecke  $BC$ . Die Strecke  $DE$  ist das Lot auf den Schenkel  $AB$ .



### Ergänzung des gegebenen Winkels

Für spätere Berechnung wollen wir annehmen, dass der Kreis den Radius 1 hat.

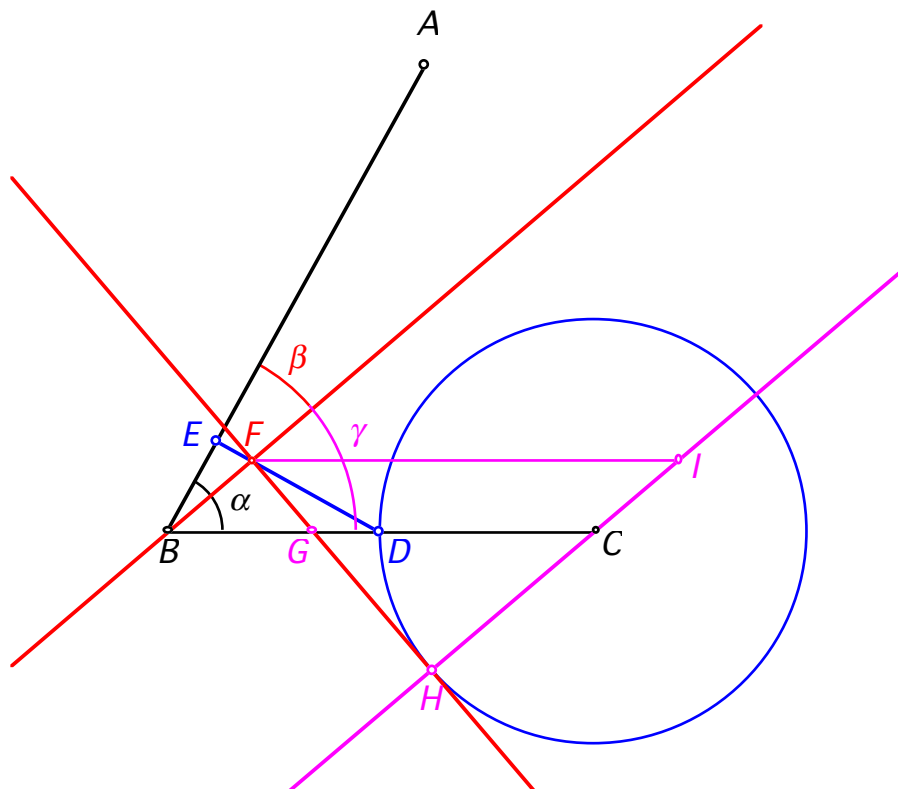
Nun schieben wir einen rechten Winkel so ein, dass ein Schenkel durch  $B$  verläuft, der Scheitel  $F$  auf der Strecke  $ED$  liegt und der andere Schenkel den Kreis berührt.



### Einschieben des rechten Winkels

Dann ist  $\beta = \frac{\alpha}{3}$ .

Begründung: Wir ergänzen die Figur; dabei ist  $BCIF$  ein Parallelogramm mit der Langseite 2 und dem spitzen Winkel  $\gamma$ .

**Beweisfigur**

Im einzelnen gilt dann:

$$\overline{FH} = 2\sin(\gamma)$$

$$\overline{HG} = \tan(\gamma)$$

$$\overline{FG} = 2\sin(\gamma) - \tan(\gamma)$$

$$\overline{DG} = \frac{1}{\cos(\gamma)} - 1$$

Im Dreieck  $DFG$  ergibt der Sinussatz:

$$\frac{\sin(\beta)}{\overline{DG}} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\overline{FG}}$$

$$\frac{\sin(\beta)}{\frac{1}{\cos(\gamma)} - 1} = \frac{\cos(\alpha)}{2\sin(\gamma) - \tan(\gamma)}$$

Wegen  $\alpha = \beta + \gamma$  ergibt sich schließlich:

$$\frac{\sin(\beta)}{\frac{1}{\cos(\gamma)} - 1} = \frac{\cos(\beta + \gamma)}{2\sin(\gamma) - \tan(\gamma)}$$

Wir lösen diese Gleichung nach  $\gamma$  auf. CAS (MuPAD) liefert als einzige sinnvolle Lösung  $\gamma = 2\beta$ :

```
glg:=sin(b)/(1/cos(g)-1)=cos(b+g)/(2*sin(g)-tan(g));
solve(glg, g);
```

$$\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \{b - \arccos(\cos(b)) + 2 \cdot \pi \cdot k \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{b + \arccos(\cos(b)) + 2 \cdot \pi \cdot k \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

Somit ist  $\beta = \frac{\alpha}{3}$ .

### Literatur

[Brooks 2007] Brooks, David Alan: A New Method of Trisection. The College Mathematics Journal. Vol. 38, No. 2, March 2007, p. 78-81.

### Websites

Hans Walser: Winkeldrittung mit Zykloiden

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung8/Winkeldrittung8.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung8/Winkeldrittung8.htm)

Hans Walser: Winkeldrittung mit Hyperbel

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung7/Winkeldrittung7.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung7/Winkeldrittung7.htm)

Hans Walser: Winkeldrittung mit Lemniskate

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung5/Winkeldrittung5.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung5/Winkeldrittung5.htm)

Hans Walser: Winkeldrittung

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung4/Winkeldrittung4.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung4/Winkeldrittung4.htm)

Hans Walser: Winkeldrittung

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung3/Winkeldrittung3.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung3/Winkeldrittung3.htm)

Hans Walser: Winkeldrittung

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung2/Winkeldrittung2.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung2/Winkeldrittung2.htm)

Hans Walser: Winkeldrittung

[www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung/Winkeldrittung.htm](http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkeldrittung/Winkeldrittung.htm)