

Hans Walser, [20190922]

Winkelhalbierung mit Parabel oder Kardioide

1 Worum geht es?

Es werden zwei Methoden vorgestellt, einen Winkel zu halbieren. Als Hilfsfiguren werden die Parabel beziehungsweise die Kardioide verwendet.

Die Methoden sind „schön“, haben aber keine praktische Bedeutung.

Die Studie gehört in die Kategorie „lustig aber unnütz“.

2 Winkelhalbierung mit Parabel

Wir arbeiten mit einer Parabel, deren Brennpunkt und deren Leitlinie (Abb. 1).

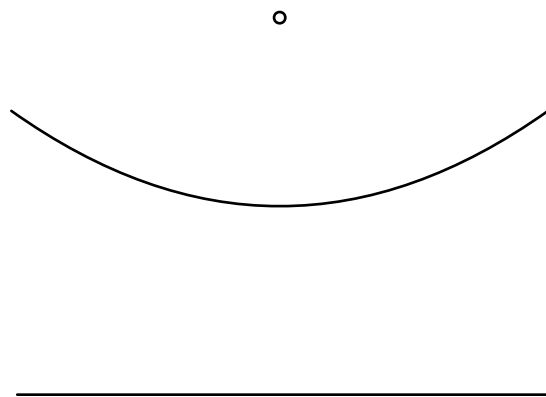


Abb. 1: Parabel mit Brennpunkt und Leitlinie

Den zu halbierenden Winkel passen wir so ein, dass sein Scheitelpunkt im Brennpunkt der Parabel liegt und ein Schenkel auf der Symmetrieachse der Parabel (Abb. 2).

Den zweiten Winkelschenkel schneiden wir mit der Parabel.

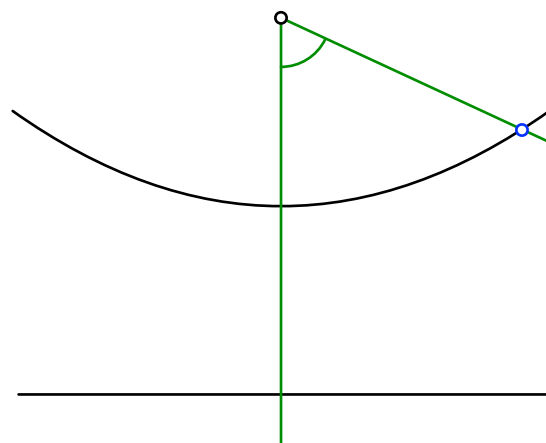


Abb. 2: Einpassen des Winkels

Vom Schnittpunkt des zweiten Schenkels mit der Parabel zeichnen wir das Lot auf die Leitlinie (Abb. 3).

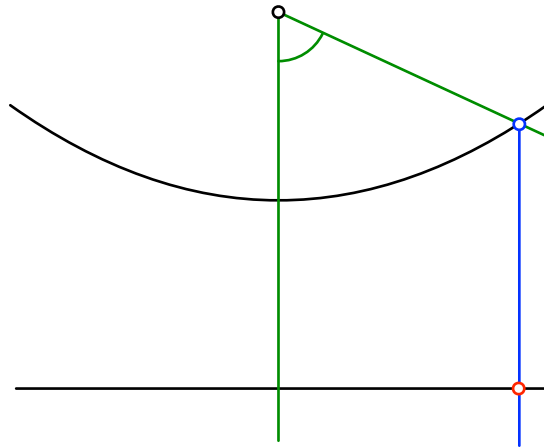


Abb. 3: Lot auf Leitlinie

Mit dem Fußpunkt des Lotes auf der Leitlinie kann die Winkelhalbierende gezeichnet werden (Abb. 4).

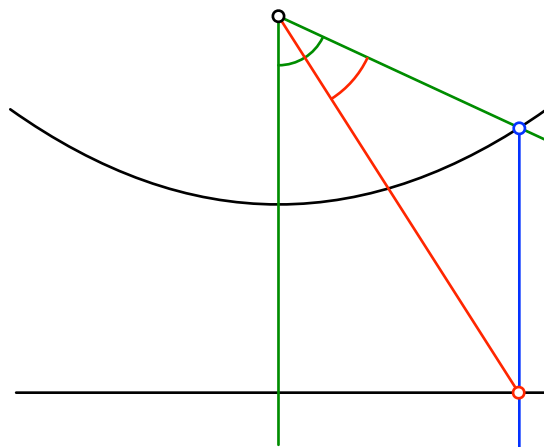


Abb. 4: Winkelhalbierende

Für den Beweis der Stimmigkeit der Konstruktion kann das in Abbildung 5 markierte Dreieck verwendet werden. Es ist gleichschenkelig.

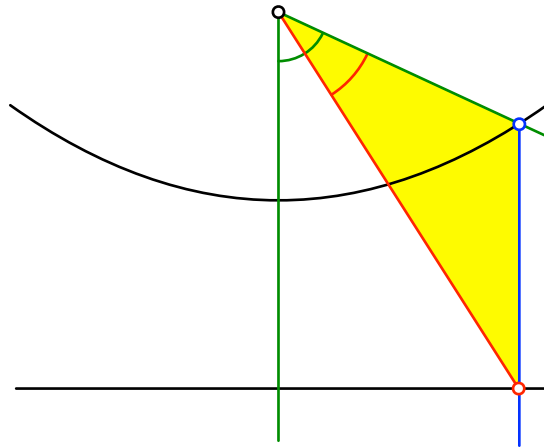


Abb. 5: Beweisfigur

3 Winkelhalbierung mit Kardioide

Die Kardioide ist die Bahn eines Kreispunktes, dessen Kreis auf einem gleich großen Kreis abrollt. In der Abbildung 6 sind die Kardioide und der Rollbasiskreis eingezeichnet, auf dem der Kreis mit dem Kreispunkt abrollte.

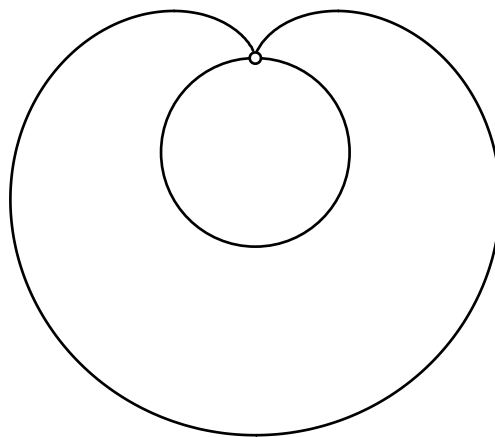


Abb. 6: Kardioide und Rollbasiskreis

Wir passen den zu halbierenden Winkel so ein, dass der Scheitel auf die Einwärtsspitze der Kardioide zu liegen kommt und ein Winkelschenkel auf die Symmetrieachse der Kardioide (Abb. 7). Den zweiten Schenkel schneiden wir mit der Kardioide.

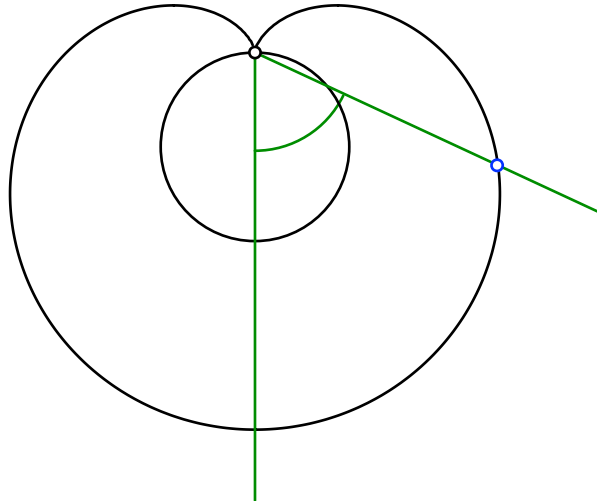


Abb. 7: Einpassen des Winkels

Nun zeichnen wir einen Kreis, welcher den ersten Schenkel im Scheitel berührt und durch den Schnittpunkt des zweiten Schenkels mit der Kardioide verläuft (Abb. 8). Diesen Kreis schneiden wir mit dem Rollbasiskreis.

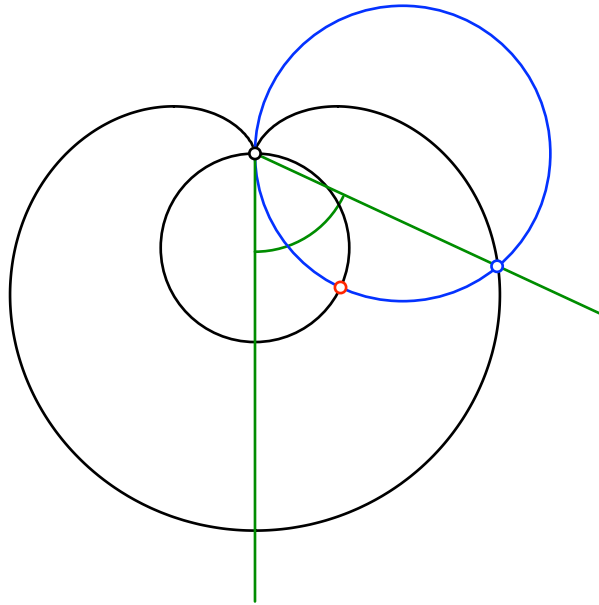


Abb. 8: Kreis

Der Schnittpunkt liegt auf der Winkelhalbierenden (Abb. 9).

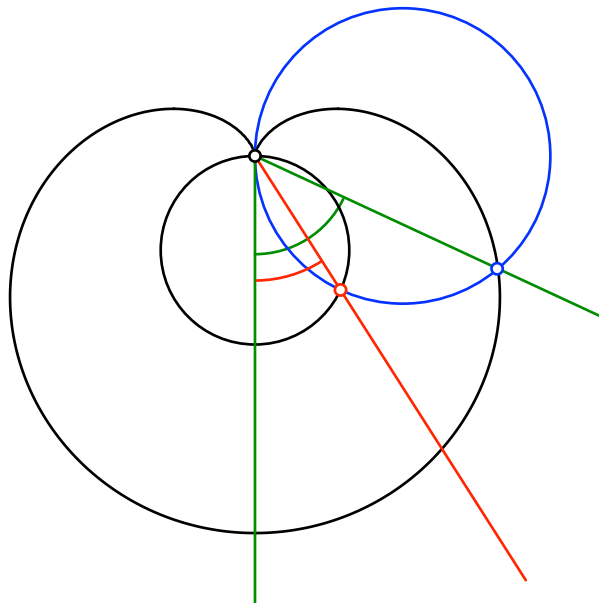


Abb. 9: Winkelhalbierende

Der Beweis ergibt sich durch eine Kreisspiegelung. Es ist so, dass die Kardioide das Bild einer Parabel bei einer Kreisspiegelung ist. Daher kann die Überlegung mit der Parabel auf die Kardioide übertragen werden.

Websites

Hans Walser: Winkelhalbierung

www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/W/Winkelhalbierung/Winkelhalbierung.htm