

Hans Walser, [20180210]

Würfelhalbierung mit hyperbolischem Paraboloid

1 Halbierung

Der Würfel mit den Eckpunktkoordinaten $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ wird durch das hyperbolische Paraboloid $z = xy$ aus Symmetriegründen halbiert (Abb. 1).

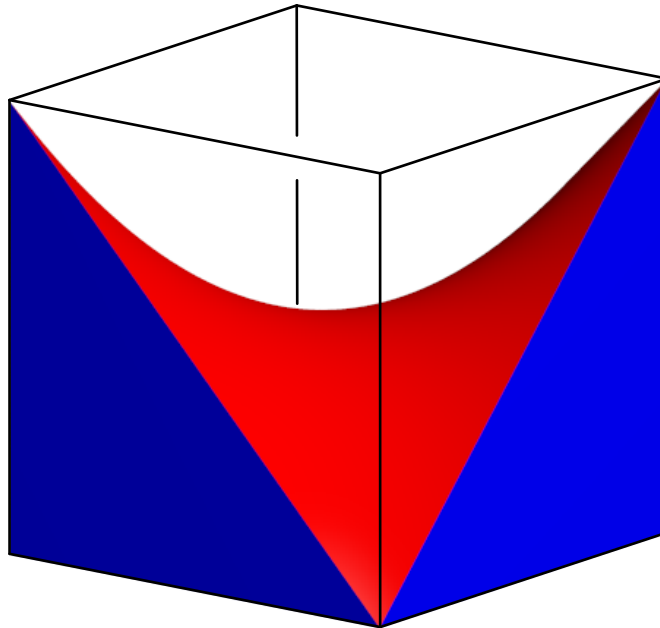


Abb.1: Halbierung des Würfels

2 Ausschnitte

Die Abbildung 2a zeigt einen Ausschnitt, die Abbildung 2b denselben Ausschnitt um 90° gedreht. Die Krümmung der Fläche ist in dieser Ansicht nicht mehr so gut erkennbar. Der kleine Würfel des Ausschnittes wird natürlich nicht mehr durch das hyperbolische Paraboloid halbiert.

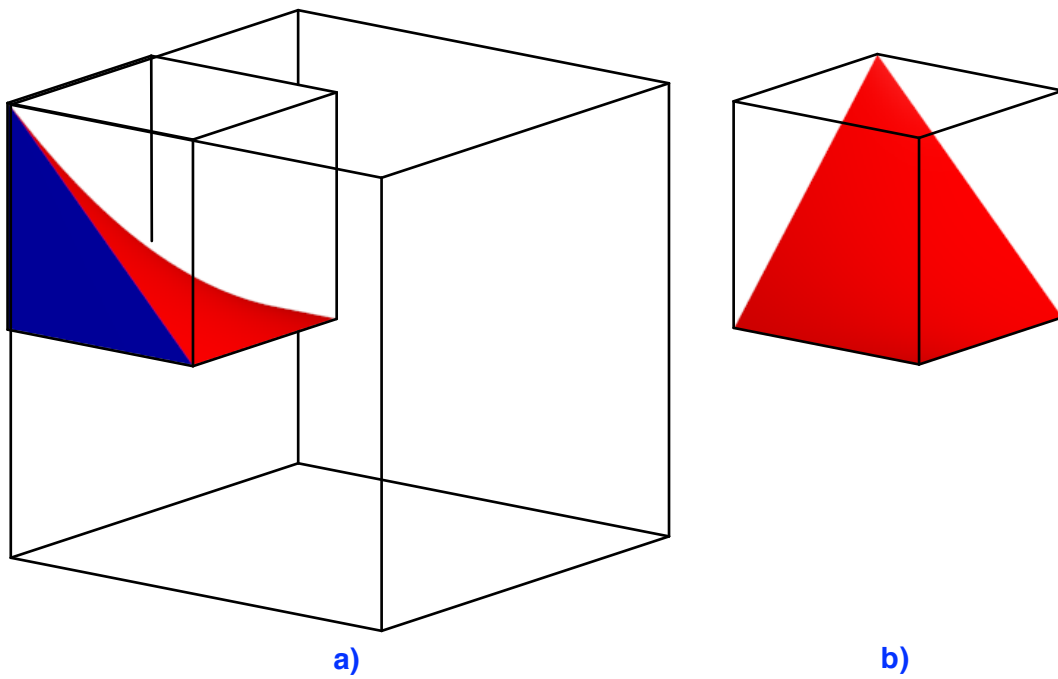


Abb. 2: Ausschnitt

Die Abbildung 3 zeigt einen anderen Ausschnitt.

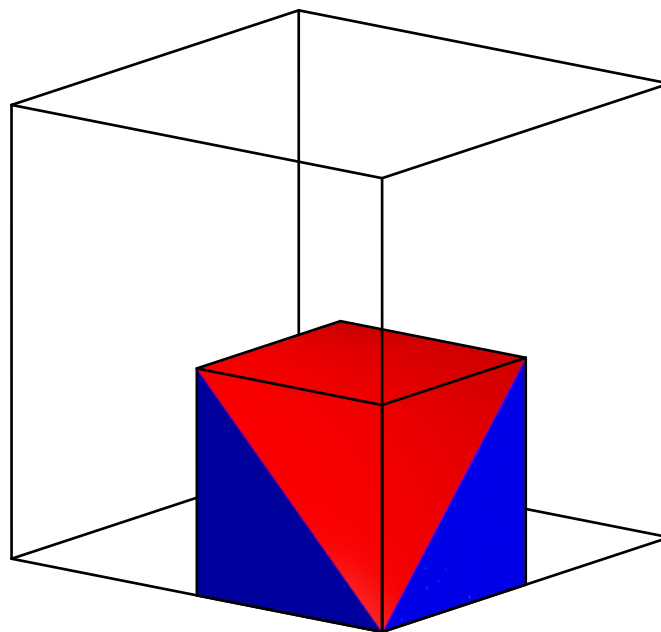


Abb. 3: Anderer Ausschnitt

Die beiden Ausschnitte ergänzen sich gegenseitig zum kleinen Würfel.
In der Abbildung 4 sind diese beiden Ausschnitte neu im Würfel angeordnet.

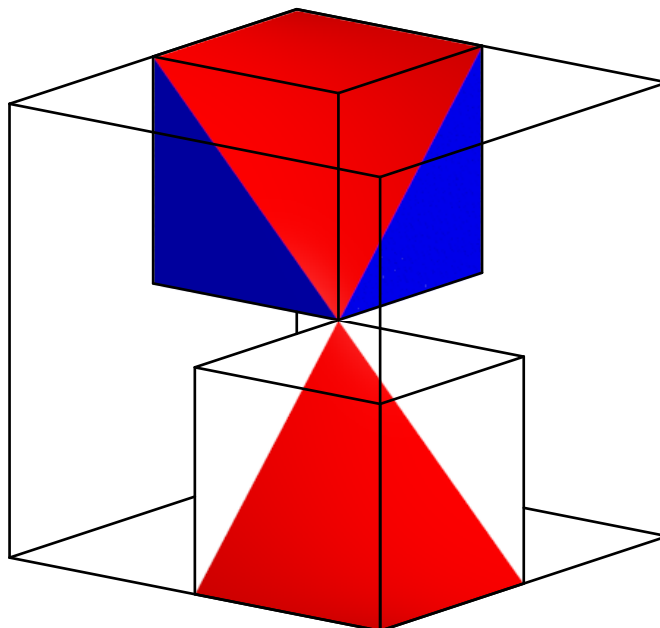


Abb. 4: Anordnung im Würfel

3 Noch eine Würfelhalbierung

Wir drehen nun Kopien dieser Konfiguration um die Würfel diagonale von hinten unten nach vorne oben um $\pm 120^\circ$ (Abb. 5).

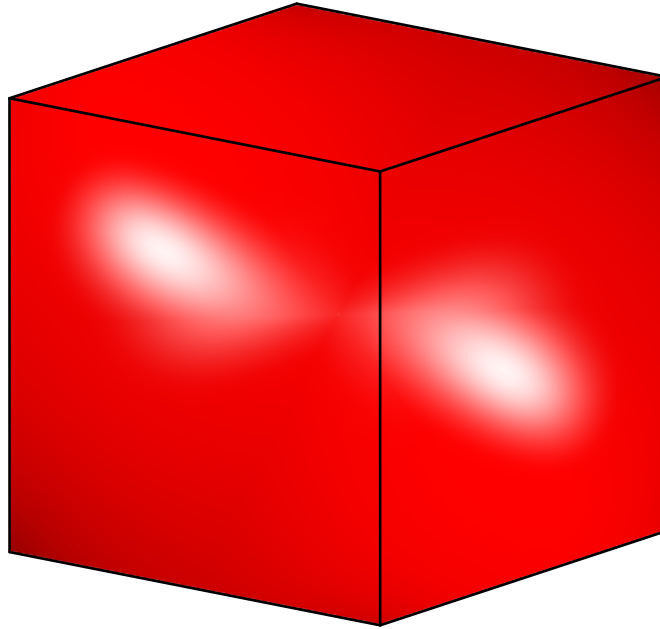


Abb. 5: Drehen um eine Würfel diagonale

Um die räumliche Situation besser zu erkennen, drehen wir die Gesamtkonfiguration um eine senkrechte Achse um 90° (Abb. 6).

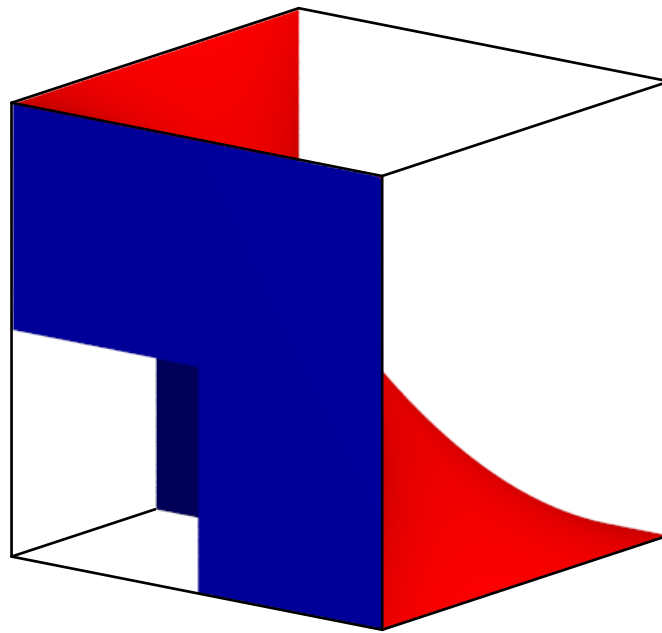


Abb. 6: Andere Sicht

Wir sehen, dass ein Würfelchen „fehlt“. Das ist auch richtig, denn wir haben insgesamt sechs kleine Würfel verarbeitet. Links unten und rechts oben fehlt ein Würfelchen. Das rechts oben ist in den Wolken, aber den links unten können wir ergänzen (Abb. 7).

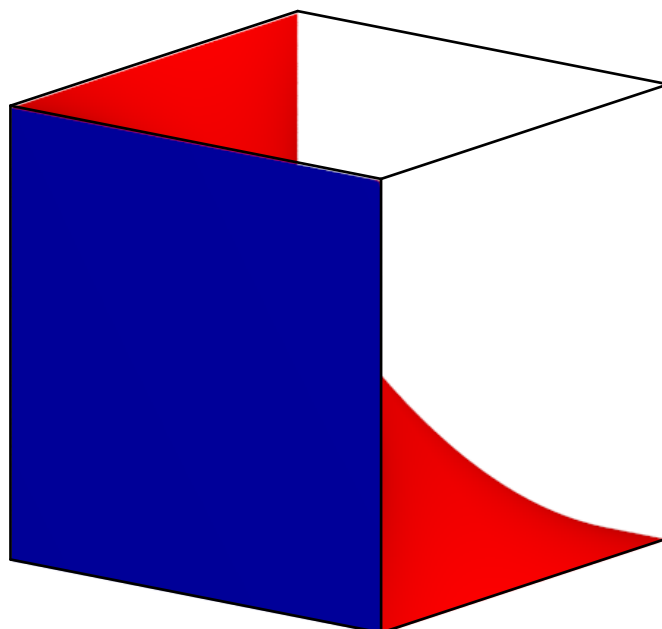


Abb. 7: Ergänzung zum großen Würfel

Wir haben nun erneut eine Würfelhalbierung. Die Trennfläche ist aus sechs kongruenten Stücken von hyperbolischen Paraboloiden zusammengesetzt.

4 Stern mit zwölf Spitzen

Wir kleben nun acht Exemplare des Körpers der Abbildung 7 Rücken an Rücken, das heißt an den blauen Flächen zusammen. Dadurch entsteht ein Stern mit zwölf Spitzen (Abb. 8).

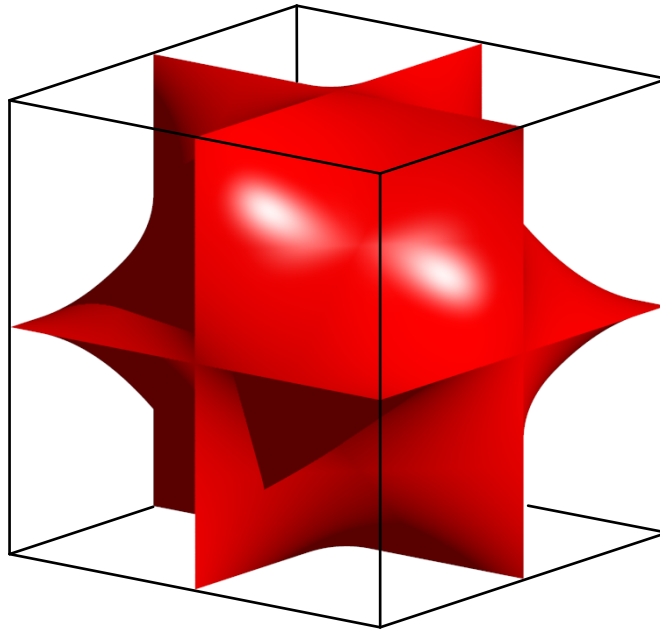


Abb. 8: Stern mit zwölf Spitzen

Der Stern passt in einen doppelt so großen Würfel. Die Spitzen sind an den Kantenmitten. Der Stern halbiert den großen Würfel.

5 Raumfüller

Der Stern ist ein Raumfüller. Wir können den Raum lückenlos und überlappungsfrei mit solchen Sternen auffüllen. Die Packung ist kubisch raumzentriert.

Die Abbildung 9 zeigt eine kubische Anordnung.

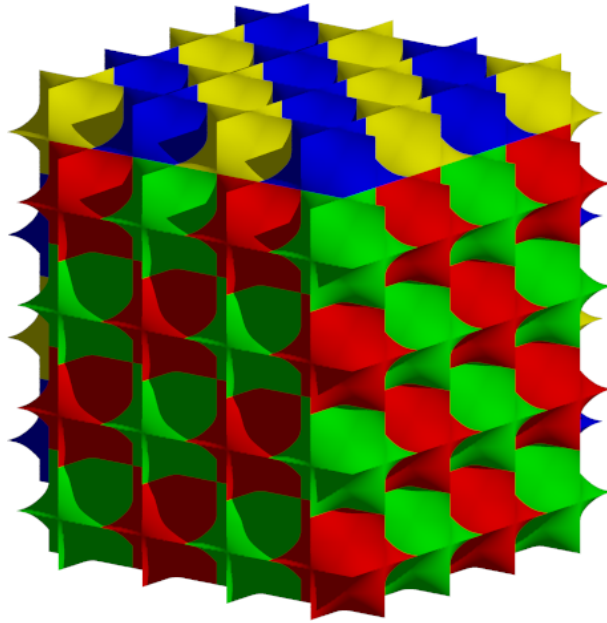


Abb. 9: Sternpackung

Die Abbildung 10 zeigt eine pyramidale Anordnung.

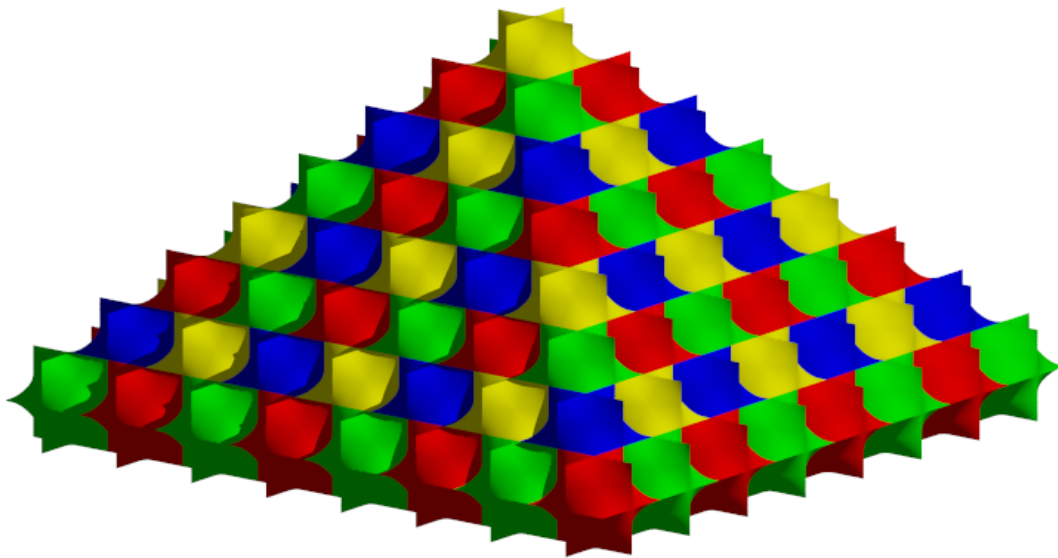


Abb. 10: Pyramide