Hans Walser, [20150108]

Würfelrezept

1 Worum geht es?

Gewusst wie ist besser als verstanden warum.

Es wird ein Rezept angegeben, einen Würfel schön zu zeichnen.

Als Hilfsmittel verwenden wir eine gängige Grafik-Software.

2 Das Vorgehen

Zunächst zeichnen wir ein Quadrat, das der Boden des Würfels entsprechen soll, und eine Strecke, welche der Höhe des Würfels entsprechen soll (Abb. 1).

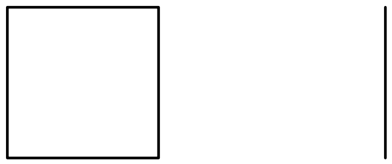

Abb. 1: Bodenquadrat und Höhe

Dann drehen wir das Bodenquadrat um einen beliebigen Winkel φ . Ich habe $\varphi = 25°$ gewählt (Abb. 2). Die Software dreht im Uhrzeigersinn.

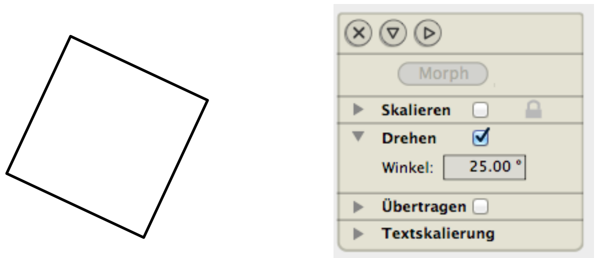

Abb. 2: Drehen

Nun stauchen wir das Bodenquadrat in der vertikalen Richtung um einen Faktor p. Ich habe $p = 0.4 = 40\%$ gewählt (Abb. 3). Dadurch wird das Bodenquadrat „räumlich“.

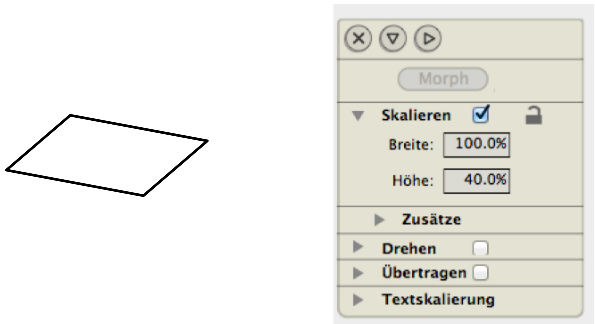

Abb. 3: Stauchen in der Höhe

Nun kommt eine kleine Rechnung (Pythagoras lässt grüßen):

$$q = \sqrt{1 - p^2}$$

In unserem Fall heißt das:

$$q = \sqrt{1 - 0.4^2} = \sqrt{0.84} \approx 0.917 = 91.7\%$$

Jetzt stauchen wir die in der Abbildung 1 dargestellte Höhe in der vertikalen Richtung mit dem Faktor q (Abb. 4).

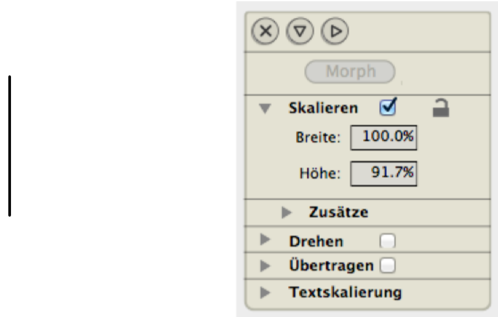

Abb. 4: Höhe stauchen

Nun können wir vier Kopien dieser gestauchten Höhe an den Ecken des gestauchten Bodenquadrates (das nun ein Parallelogramm ist) ansetzen (Abb. 5) und schließlich noch den Deckel aufsetzen.

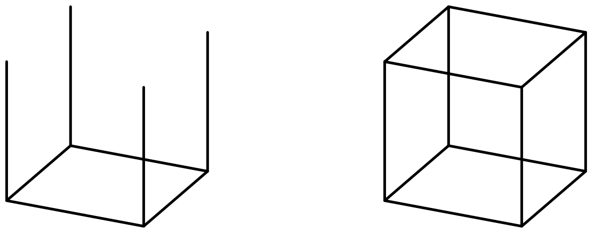

Abb. 5: Zusammenbau des Würfels

Damit ist der Würfel im Prinzip gezeichnet.

3 Kosmetik

Wir können nun noch einige Verschönerungen anbringen.

Zum Beispiel können wir einen Raumeindruck generieren indem wir an den Kreuzungspunkten zweier Würfelkanten durch Unterbrechen ein „Vorne-Hinten“ suggerieren (Abb. 6). Dies geht auf zwei Arten: Aufsicht und Untersicht. Üblicherweise wird die Aufsicht gewählt.

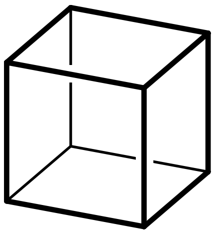

Abb. 6: Aufsicht und Untersicht

Wir können durch Kolorieren der Seitenflächen einen massiven Würfel vortäuschen (Abb. 7).

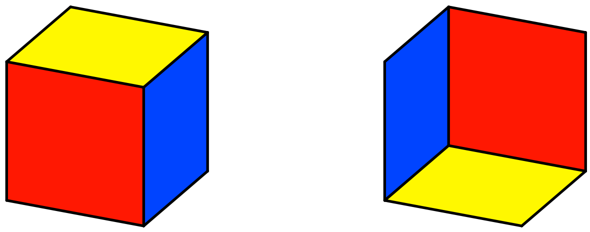

Abb. 7: Farbe kommt ins Spiel

Schließlich können wir drei paarweise orthogonale Einheitsvektoren zeichnen. Beide Bilder der Abbildung 8 stellen ein sogenanntes *Rechtssystem* dar.

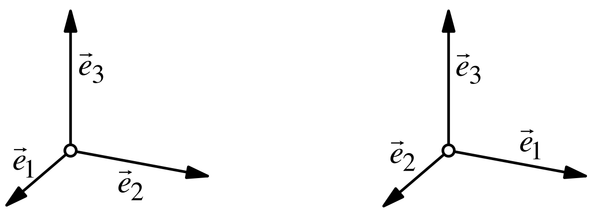

Abb. 8: Einheitsvektoren

4 Hintergrund

Bei unserem Würfelbild handelt es sich um eine sogenannte *Normalaxonometrie*. Die beiden Winkel φ und $\vartheta = \arcsin(p)$ werden als *Eulersche Winkel* bezeichnet. In unserem Beispiel ist:

$$\varphi = 25° \quad , \quad \vartheta = \arcsin(0.4) \approx 23.6°$$

Der Winkel φ ist, wie wir schon gesehen haben, der Drehwinkel. Der Winkel ϑ ist der Kippwinkel. Er gibt an, um wie viel der Würfel gegenüber der Senkrechten nach vorn oder nach hinten gekippt ist. Wir können natürlich auch den Kippwinkel ϑ frei wählen und dann $p = \sin(\vartheta)$ und $q = \cos(\vartheta)$ berechnen.

Die Abbildung 9 zeigt Situationen mit verschiedenen Drehwinkeln bei konstantem Kippwinkel $\vartheta = \arcsin(0.4) \approx 23.6°$. Die Drehung erfolgt von oben gesehen im Uhrzeigersinn.

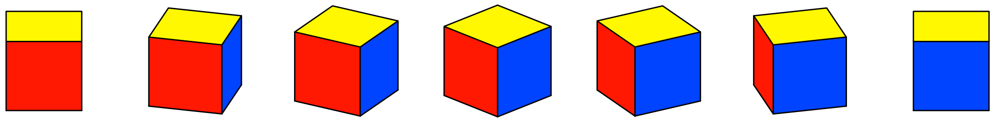

Abb. 9: Drehwinkel 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°

Die Abbildung 10 zeigt Situationen mit verschiedenen Kippwinkeln bei konstantem Drehwinkel $\varphi = 25°$.

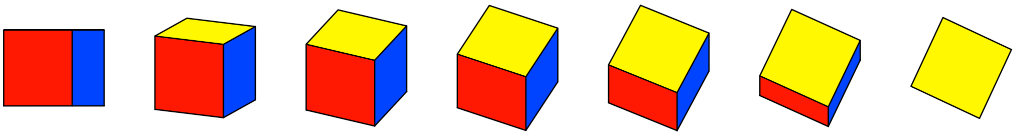

Abb. 10: Kippwinkel 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°

Das wär's.