

Hans Walser, [20160111]

Zweieck allgemein

Anregung: Renato Pandi

1 Worum geht es?

Ein Zweieck mit Winkeln $\gamma < 60^\circ$ kann in einem passenden gleichschenkligen Dreieck mit demselben Spitzenwinkel in einem geeigneten Bereich so gedreht eingepasst werden, dass alle drei Seiten des Dreiecks berührt werden. Die Abbildung 1 zeigt eine Basissituation und eine Auswahl von gedrehten Zweiecken. Der maximale Ausdrehwinkel gegenüber der Basissituation ist $\pm \frac{\gamma}{2}$.

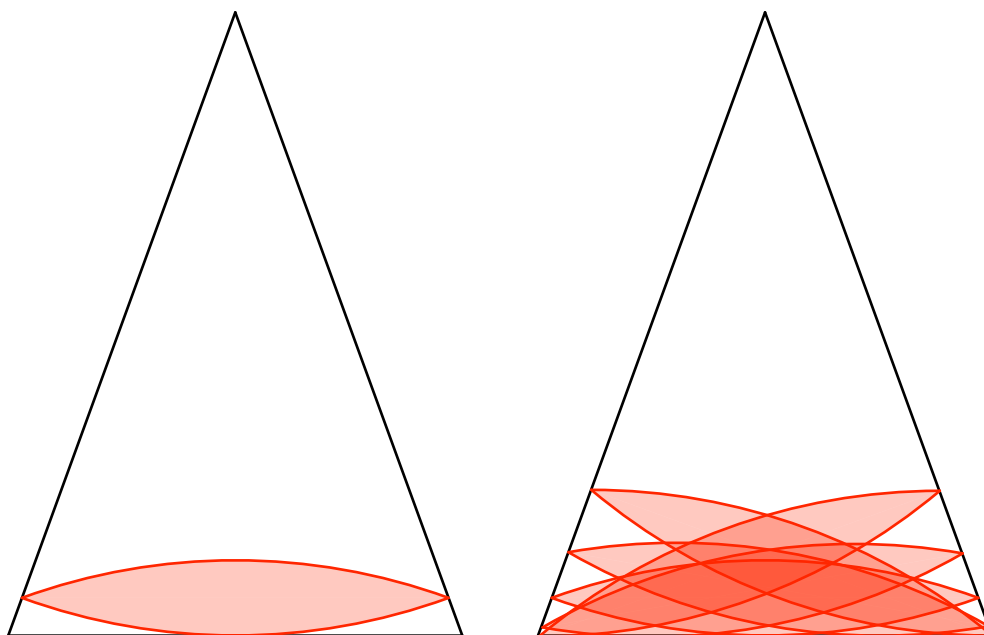


Abb. 1: Zweieck im gleichschenkligen Dreieck

2 Beweis

Die Abbildung 2 illustriert den Beweis in mehreren Schritten.

Wir denken uns das Zweieck als Schaukel mit dem Drehpunkt in der Spitze des gleichschenkligen Dreiecks.

Dann schaukeln wir um einen Winkel ω mit $|\omega| \leq \frac{\gamma}{2}$ hinaus.

Wir passen nun kleine lila gleichschenklige Dreiecke hinein. Diese gleichschenkligen Dreiecke sollen ähnlich zum Ausgangsdreieck sein. Die beiden lila Dreiecke sind kongruent. Je ein Schenkel der lila Dreiecke ist parallel zur Basis des Ausgangsdreiecks.

Wir schieben schließlich das Zweieck gemäß diesen parallelen Schenkeln ins Ausgangsdreieck zurück.

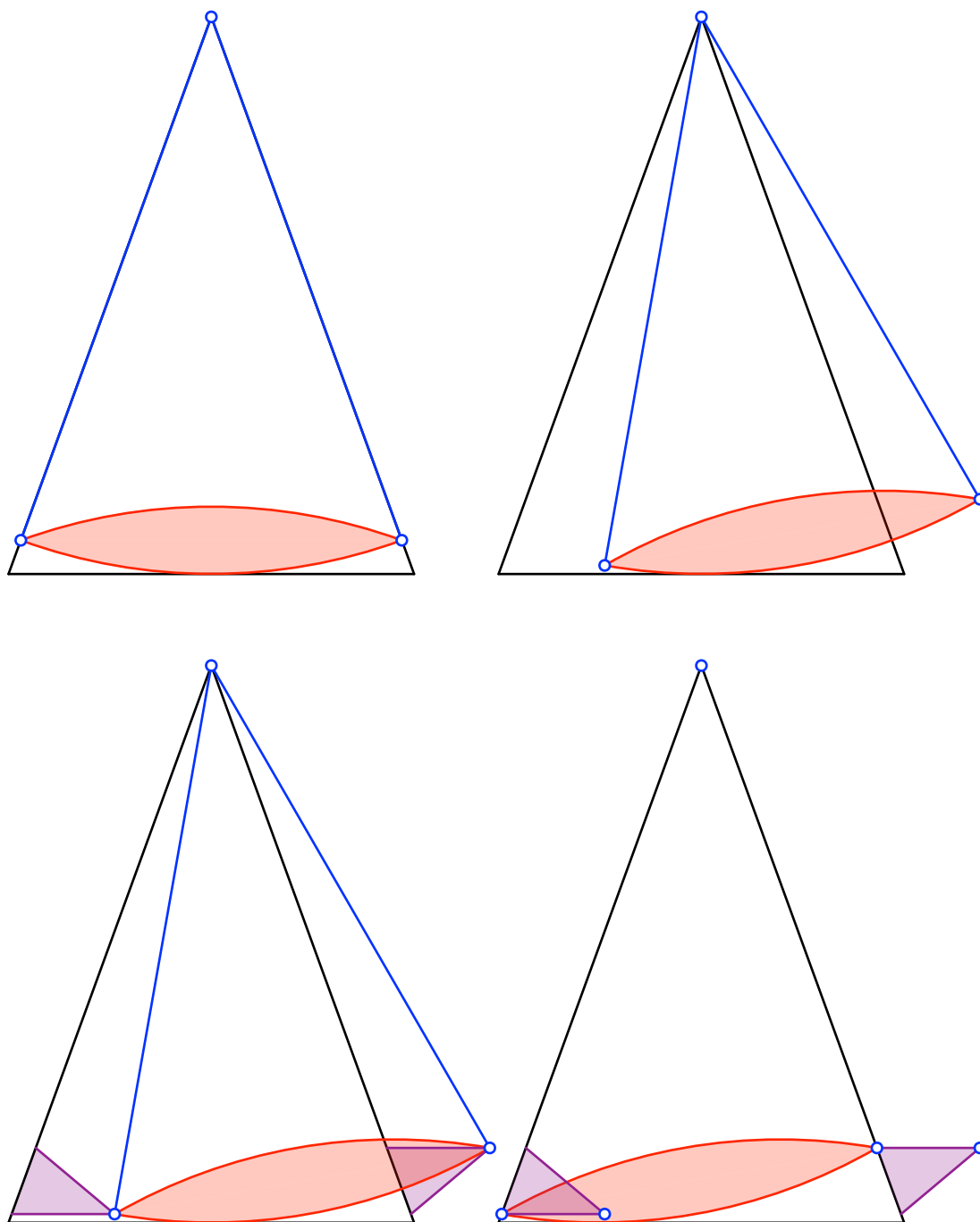


Abb. 2: Beweisfigur

Der untere Bogen des Zweieckes berührt bei diesem Prozess immer die Basis des Ausgangsdreieckes. Sobald das Zweieck aber um mehr als $\frac{\gamma}{2}$ hinausgeschaukelt wird, hebt das Zweieck ab.

3 Sonderfall

Für $\gamma = 60^\circ$ (gleichseitiges Dreieck) können wir nach Ausnützung des Bereiches $[-60^\circ, 60^\circ]$ eine andere der drei Ecken als Drehpunkt wählen. Somit kann ein Zweieck mit 60° -Winkeln im gleichseitigen Dreieck rundherum gedreht werden.

4 Größere Winkel an der Spitze

Für $60^\circ < \gamma < 90^\circ$ ist der maximale Ausdrehwinkel noch $\pm(90^\circ - \gamma)$. Der Beweis sei dem Leser überlassen.