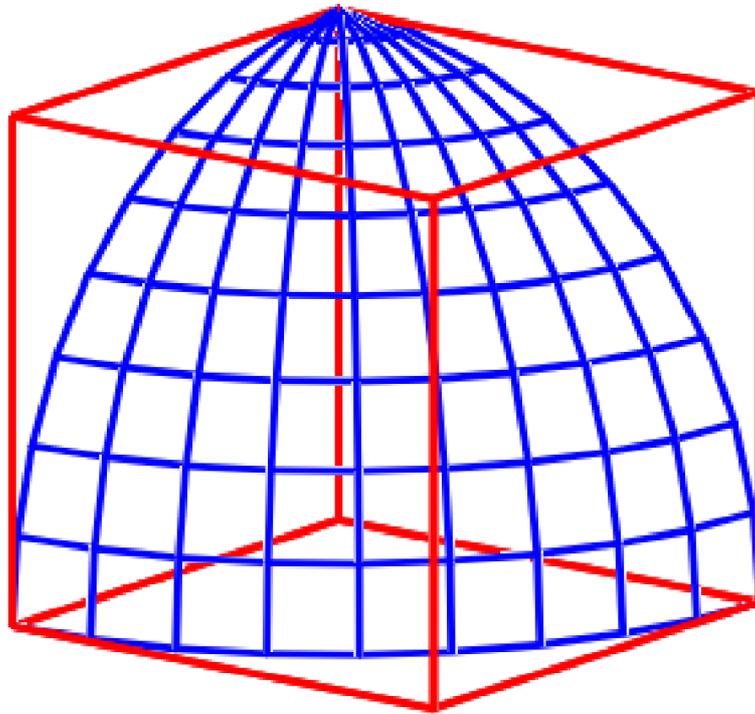


Hans Walser

Raumgeometrie



Modul 1

Der Würfel

Lernumgebung, Teil 2



Inhalt

1	Symmetrieebenen in isometrischer Darstellung	1
2	Symmetrieebenen in isometrischer Darstellung	1
3	Ebene im Würfel.....	2
4	Schnitt dreier Ebenen im Würfel	4
5	Symmetrieebenen im regulären Oktaeder	6
6	Reguläres Tetraeder	8
7	Symmetrieebenen im Tetraeder.....	10
8	Würfelschnitt	11
9	Spurpunkt.....	14
10	Keplerstern.....	15
11	Würfelrekonstruktion.....	16
12	2^3 Sudokubus.....	17
13	Sudokubus	17
13.1	Spielregeln.....	18
13.2	Beispiele	19
13.2.1	Sudokubus 1.....	19
13.2.2	Sudokubus 2.....	20
13.2.3	Sudokubus 3.....	21
13.3	Ergebnisse	22
13.3.1	Sudokubus 1.....	22
13.3.2	Sudokubus 2.....	22
13.3.3	Sudokubus 3.....	23

Modul 1 für die Lehrveranstaltung *Raumgeometrie*

Sommer 2006 Provisorische Ausgabe

Sommer 2007 Ergänzungen

Frühjahr 2008 Ergänzungen. Unterteilung in 2 Teile

Frühjahr 2009 Ergänzungen. Fehlerkorrekturen

Frühjahr 2010 Grafische Überarbeitung

last modified: 9. Mai 2014

Hans Walser

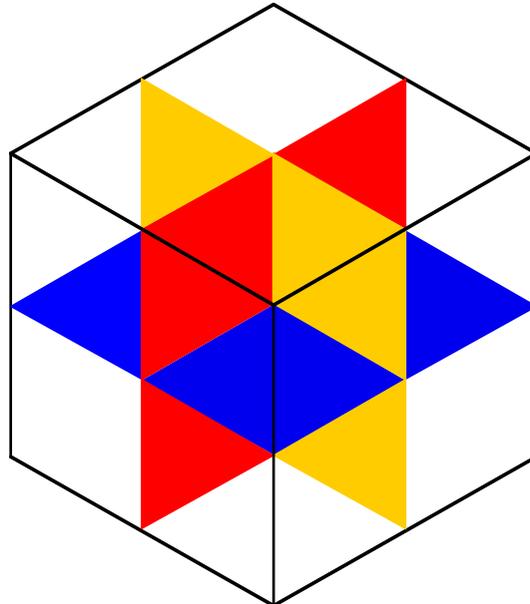
Mathematisches Institut, Uni Basel

www.walser-h-m.ch/hans/

1 Symmetrieebenen in isometrischer Darstellung

Wie präsentieren sich die drei zu den Seitenflächen eines Würfels parallelen Symmetrieebenen des Würfels in isometrischer Darstellung?

Ergebnis



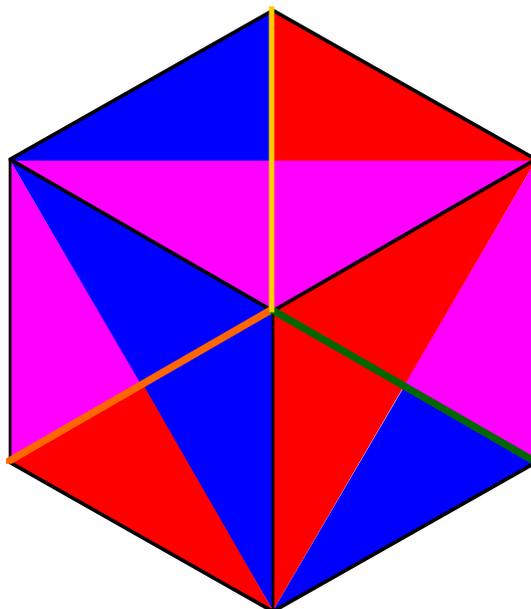
Symmetrieebenen

2 Symmetrieebenen in isometrischer Darstellung

Wie präsentieren sich die sechs Symmetrieebenen eines Würfels, welche senkrecht, aber nicht parallel zu den Seitenflächen sind, in isometrischer Darstellung?

Ergebnis

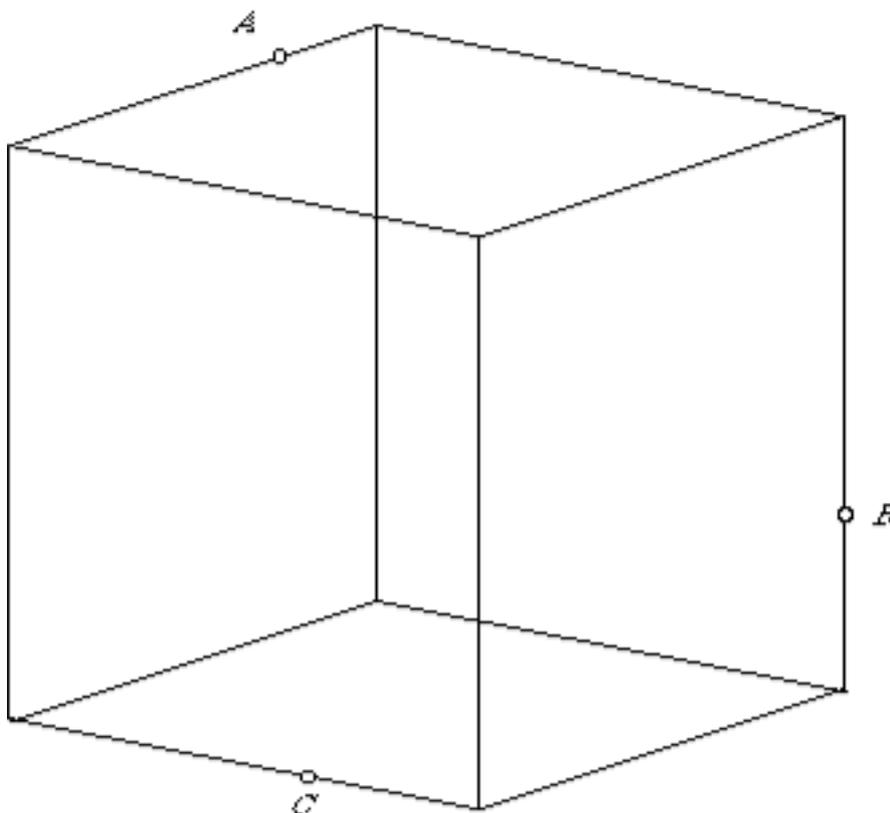
Der Gag ist, dass wir nur drei der sechs Symmetrieebenen zweidimensional sehen. Die drei anderen sind projizierend.



Symmetrieebenen

3 Ebene im Würfel

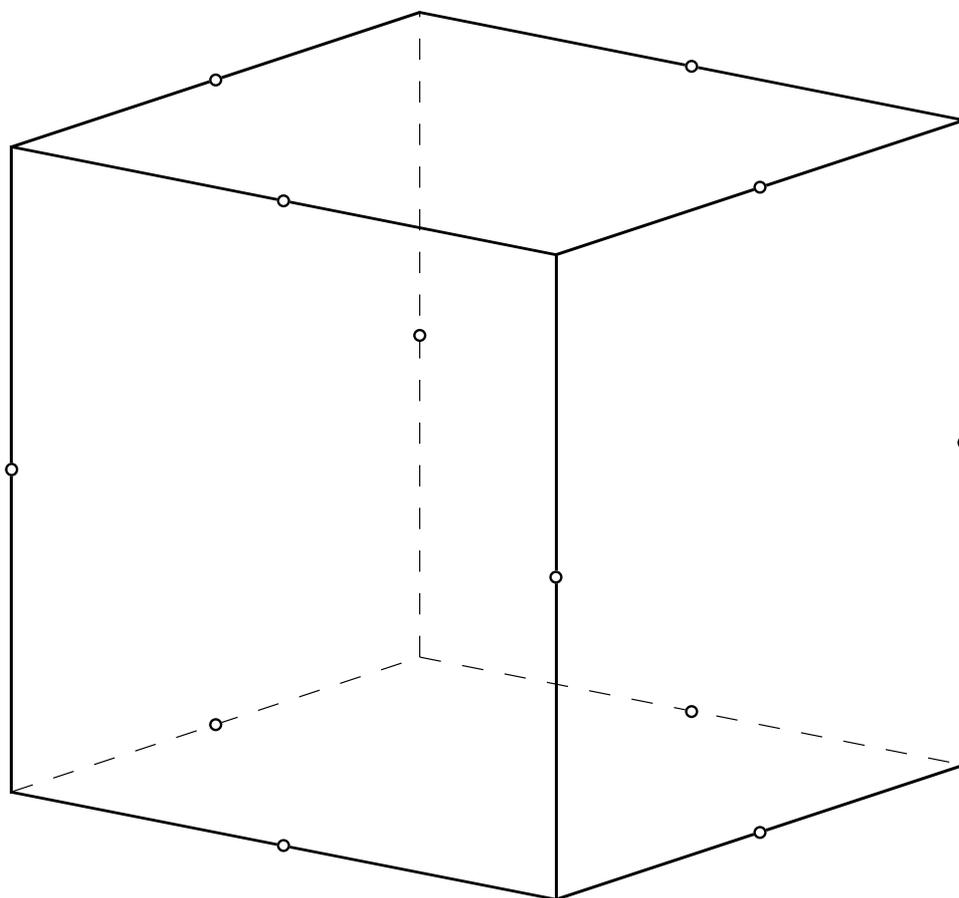
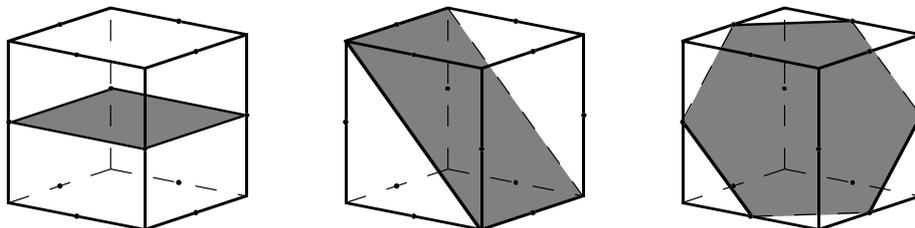
Wo schneidet die Ebene durch A , B und C die Würfeloberfläche?



Ebene im Würfel

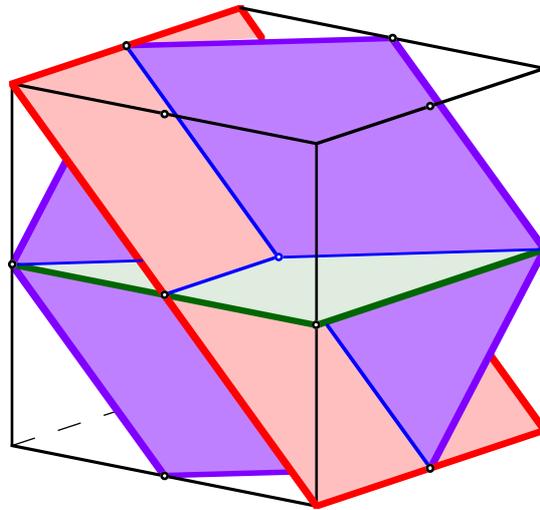
4 Schnitt dreier Ebenen im Würfel

Zeichnen Sie die drei skizzierten Ebenen in denselben Würfel unter Berücksichtigung der Sichtbarkeit.



Ebenen im Würfel

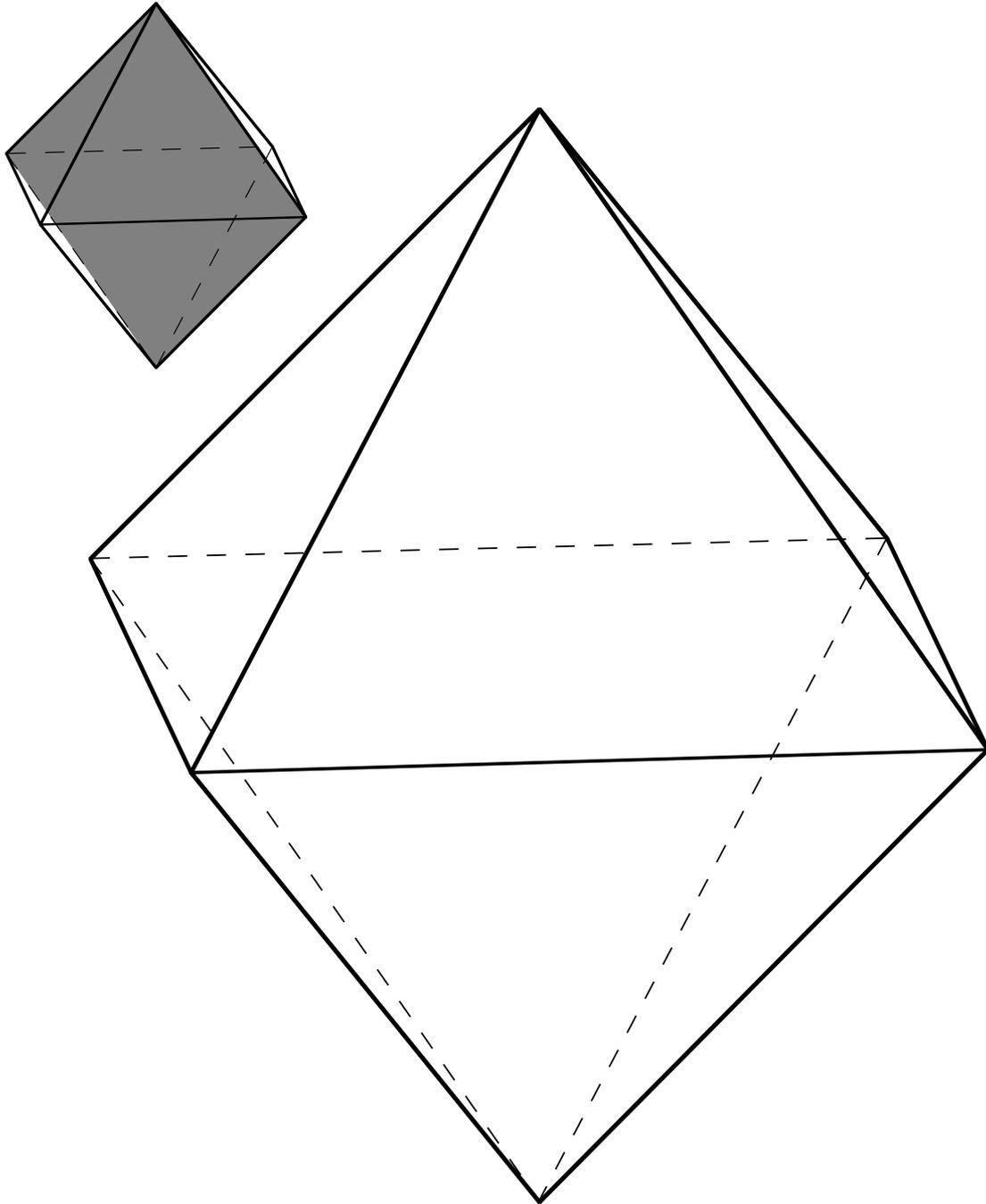
Ergebnis



Ebenen im Würfel

5 Symmetrieebenen im regulären Oktaeder

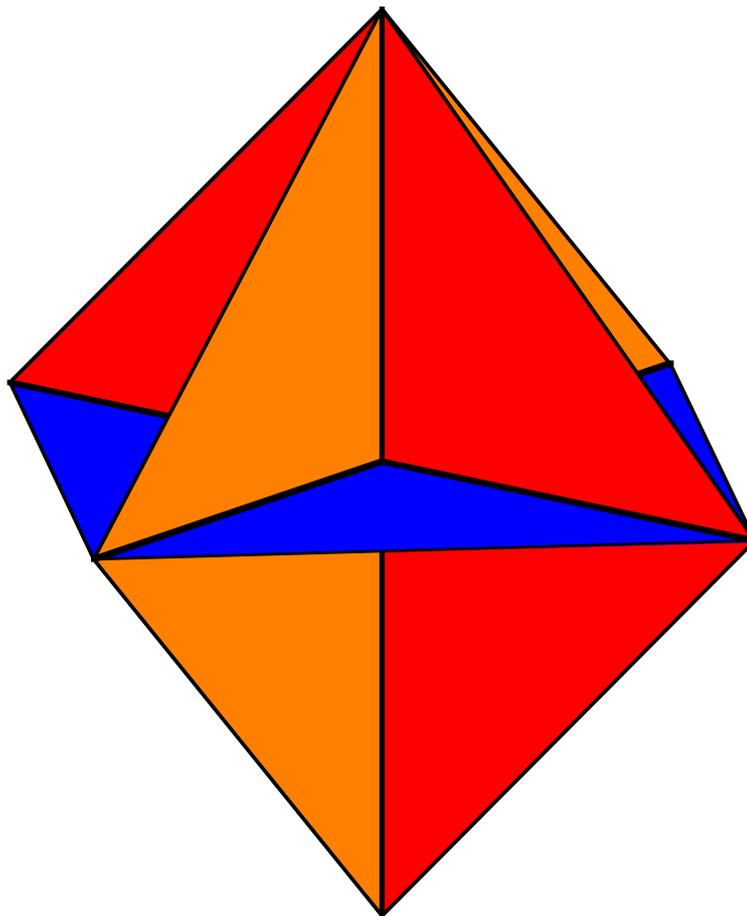
Zeichnen Sie im Oktaeder (vierseitige Doppelpyramide) sämtliche Symmetrieebenen vom skizzierten Typ unter Berücksichtigung der Sichtbarkeit. Worin besteht ein Zusammenhang mit dem Würfel?



Symmetrieebenen im Oktaeder

Ergebnis

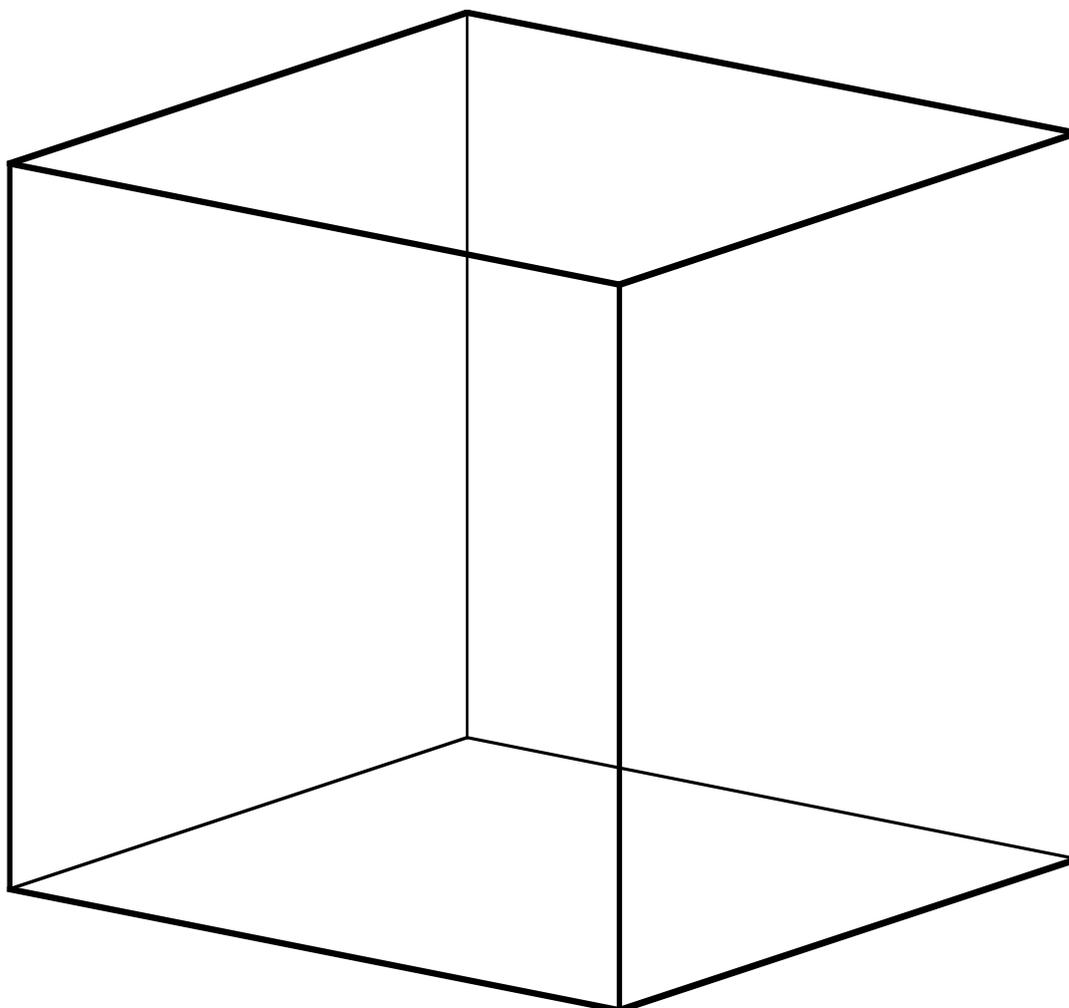
Es gibt drei paarweise orthogonale Symmetrieebenen. Diese entsprechen den Mittelparallelebenen des Würfels (Dualität von Würfel und Oktaeder).



Symmetrieebenen im Oktaeder

6 Reguläres Tetraeder

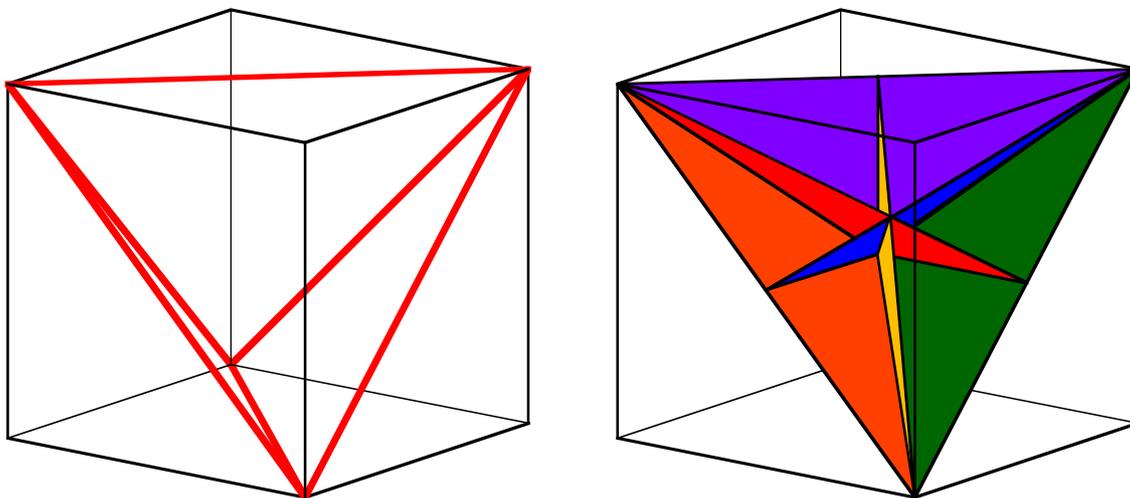
Durch geeignete Auswahl der Ecken eines Würfels ergeben sich die Ecken eines Tetraeders. Was lässt sich über die Menge aller Symmetrieebenen des regulären Tetraeders sagen?



Tetraeder im Würfel

Ergebnis

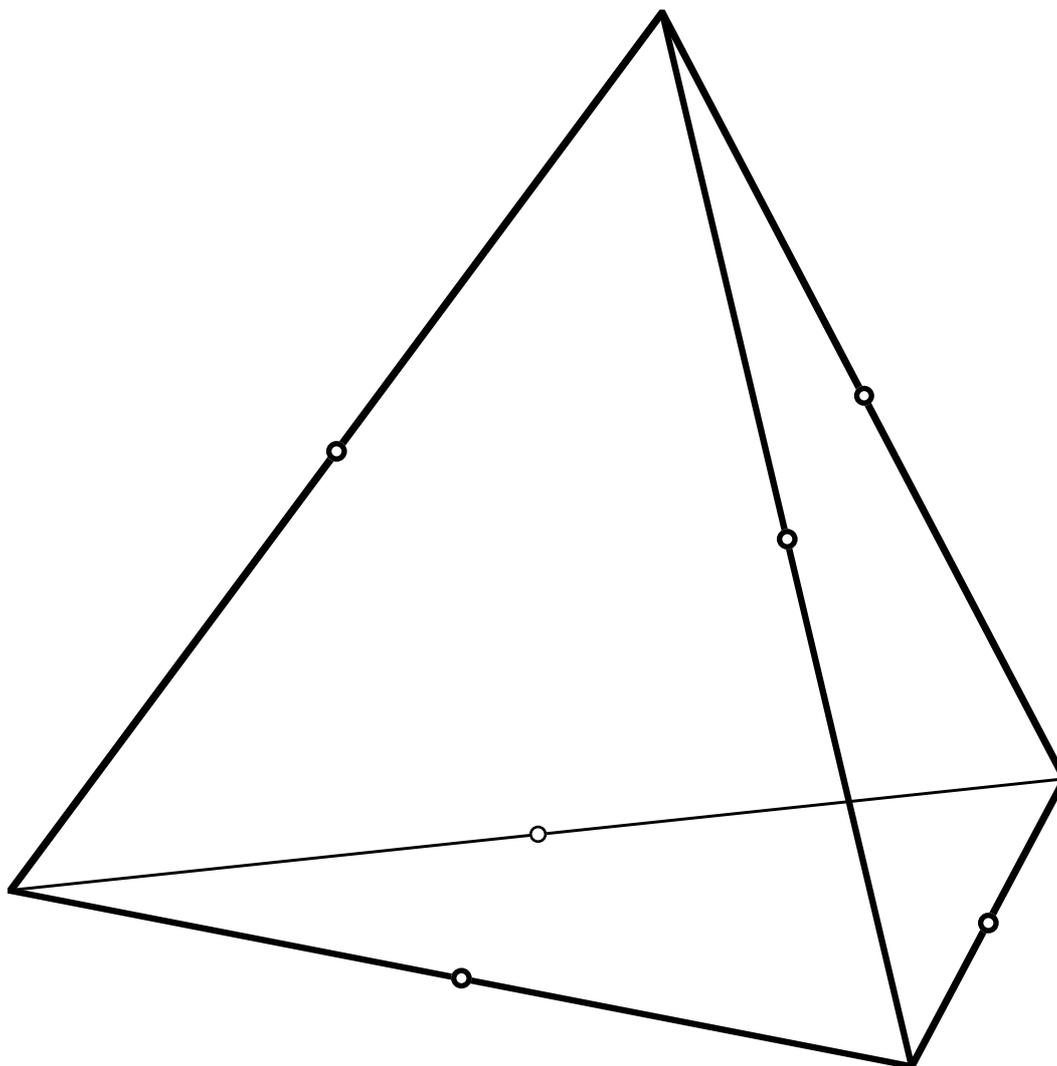
Wenn wir jede zweite Würfecke auswählen, ergibt sich ein Tetraeder (es gibt zwei Möglichkeiten). Die sechs Symmetrieebenen des Tetraeders entsprechen den sechs „Diagonal-Symmetrieebenen“ des Würfels.



Tetraeder im Würfel

7 Symmetrieebenen im Tetraeder

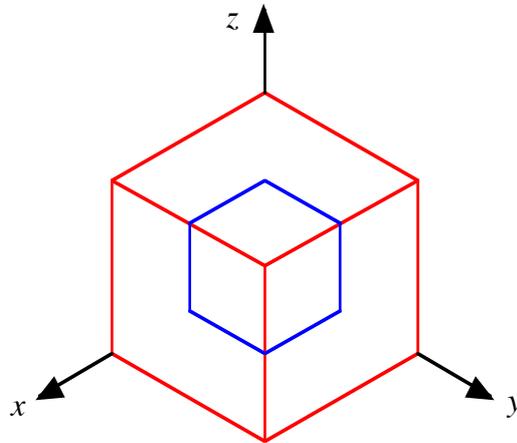
Gesucht sind die Symmetrieebenen im regelmäßigen Tetraeder.



Symmetrieebenen im Tetraeder

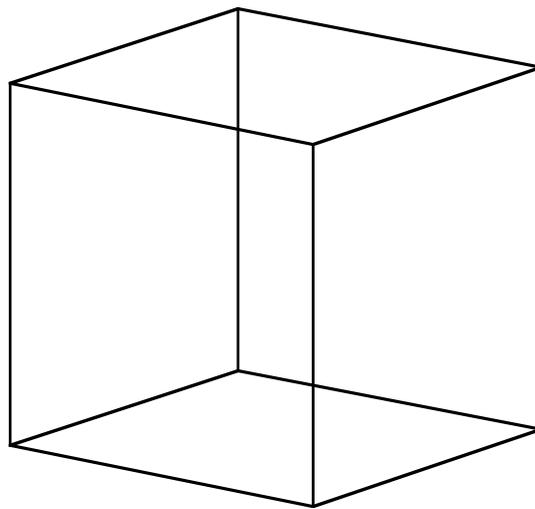
8 Würfelschnitt

Wir sehen einen Würfel (rot) in isometrischer Axonometrie, der von einem Sechskantprisma (blau) geschnitten wird.



Würfel und Sechskantprisma

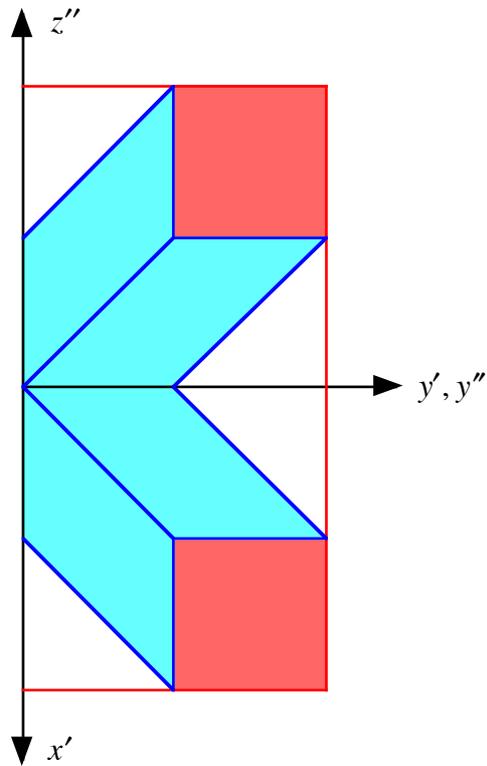
Wie sieht die Schnittfigur in Grund- und Aufriss sowie in einer Normalaxonometrie mit $r : s : t = 4 : 5 : 6$ (Vorlage) aus?



Würfel $r : s : t = 4 : 5 : 6$

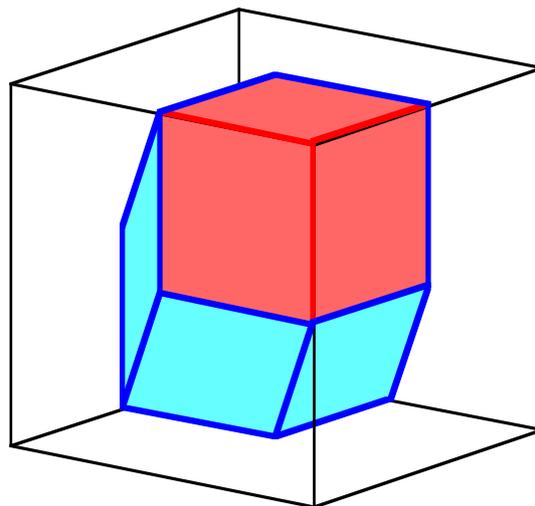
Bearbeitung

Grund- und Aufriss



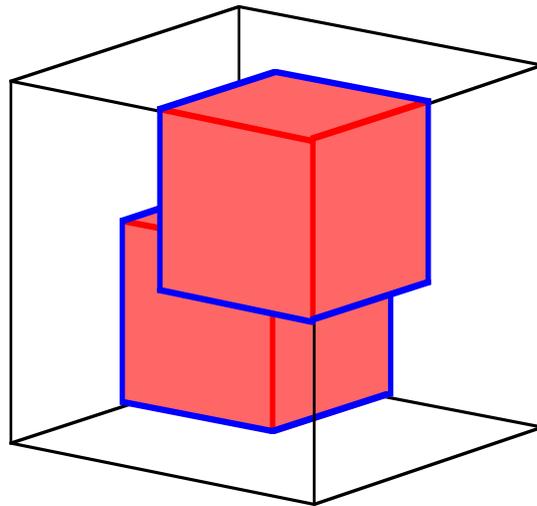
Grund- und Aufriss

Normalaxonometrie



Normalaxonometrie

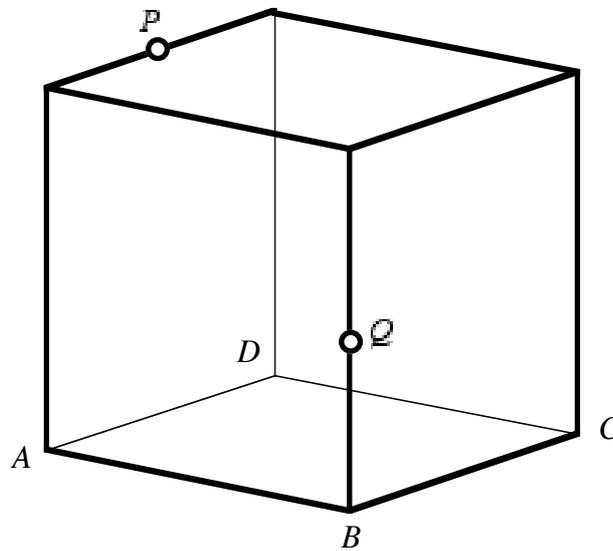
Der Schnittkörper ist die lineare Hülle der beiden Achtelwürfel.



Achtelwürfel

9 Spurpunkt

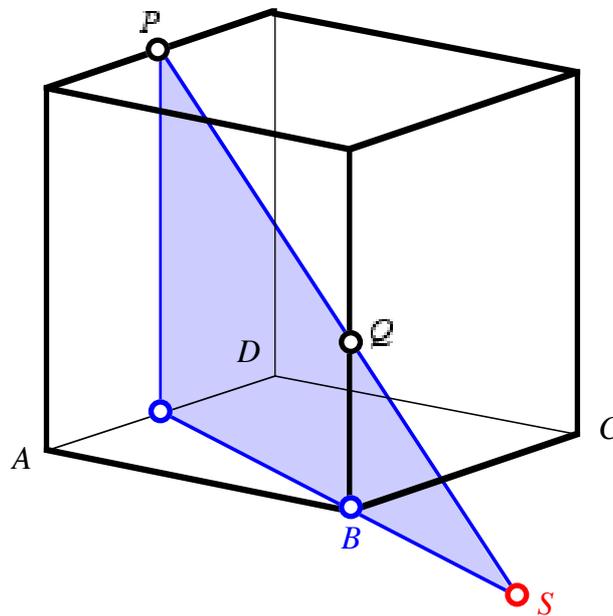
Wo schneidet die Gerade PQ die Bodenebene $ABCD$?



Würfel und Gerade

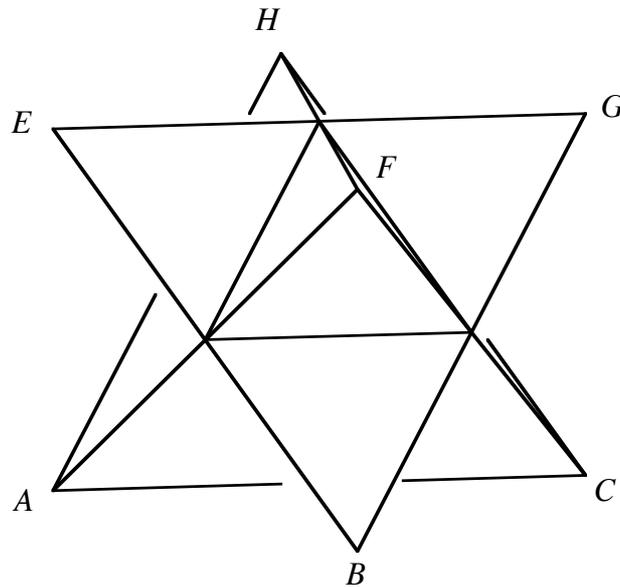
Bearbeitung

Wir arbeiten mit einem Hilfsdreieck.



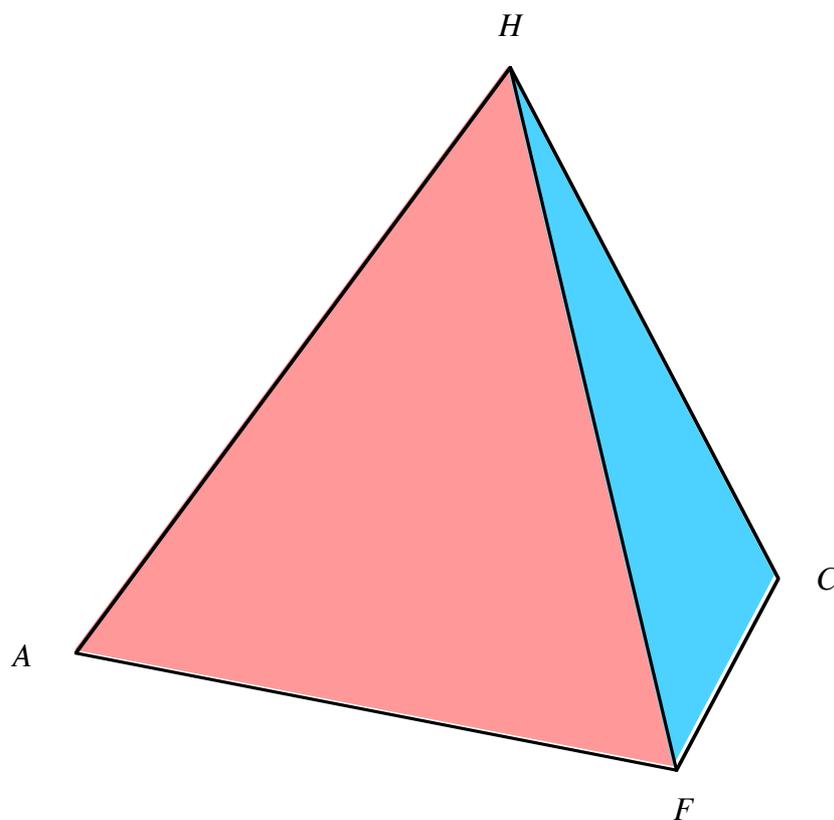
Schnittpunkt S

10 Keplerstern



Keplerstern

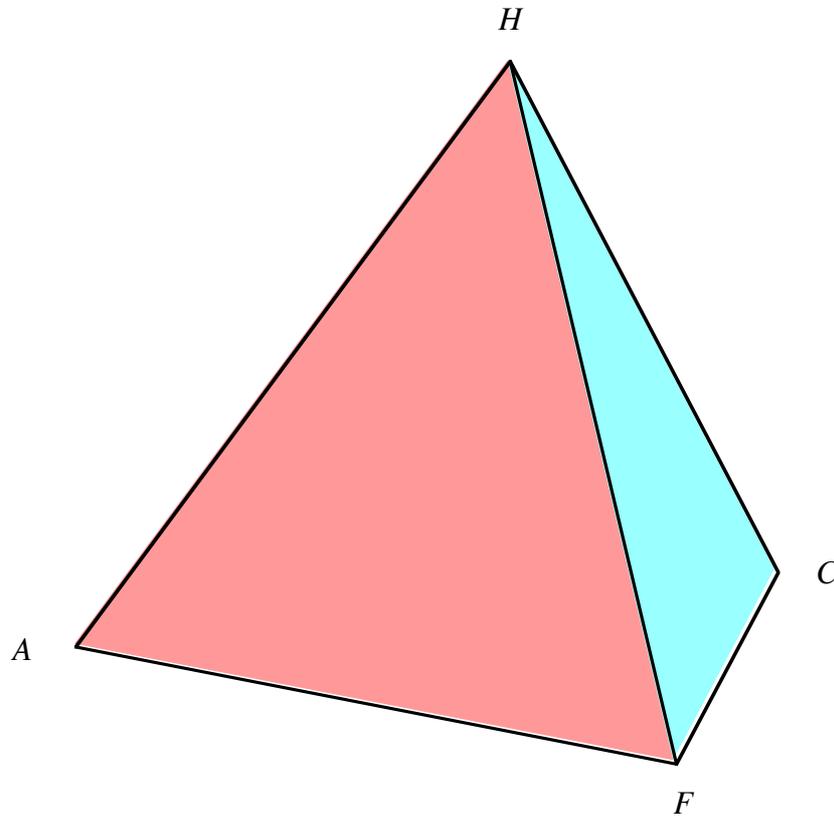
Der *Keplerstern* ist die Vereinigung der beiden regulären Tetraeder $ACFH$ und $BDEG$. Ergänzen Sie das Tetraeder $ACFH$ zum Keplerstern.



Ergänzung zum Keplerstern

11 Würfelrekonstruktion

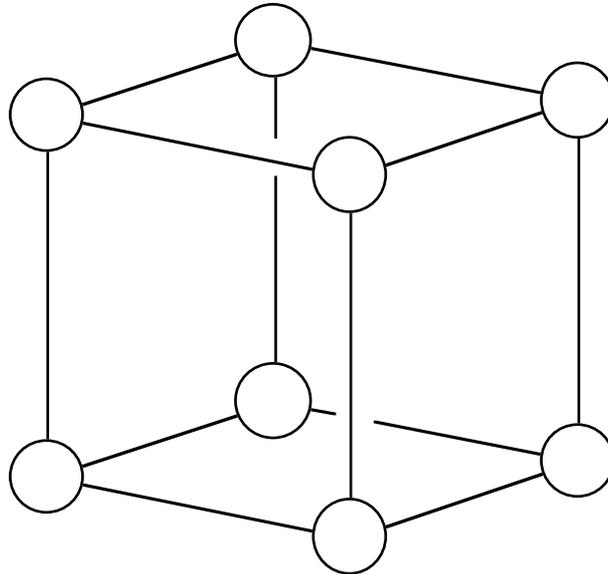
Durch eine Auswahl von vier geeigneten Würfecken erhält man ein reguläres Tetraeder. Die folgende Zeichnung ist das Schrägbild eines regulären Tetraeders. Rekonstruieren Sie den „dazugehörenden“ Würfel.



Passender Würfel?

12 2^3 Sudokubus

Auf wie viele Arten können die Zahlen 1, 2, 3, 4 so auf die Ecken eines Würfels verteilt werden, dass auf jeder Würfelseite jede der vier Zahlen genau einmal vorkommt?



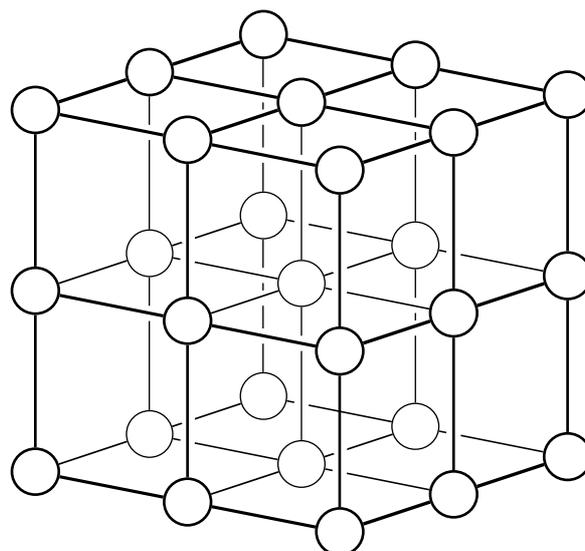
Würfel

Ergebnis

Es gibt $4! = 24$ Möglichkeiten, die aber alle durch Bewegungen ineinander übergeführt werden können. Bei einem nicht feststehenden Würfel gibt es also nur eine Möglichkeit.

13 Sudokubus

Ein würfelförmiges Gerüst wird an den Knoten mit Kugeln versehen. Die Kugeln bilden eine $3 \times 3 \times 3$ -Anordnung.



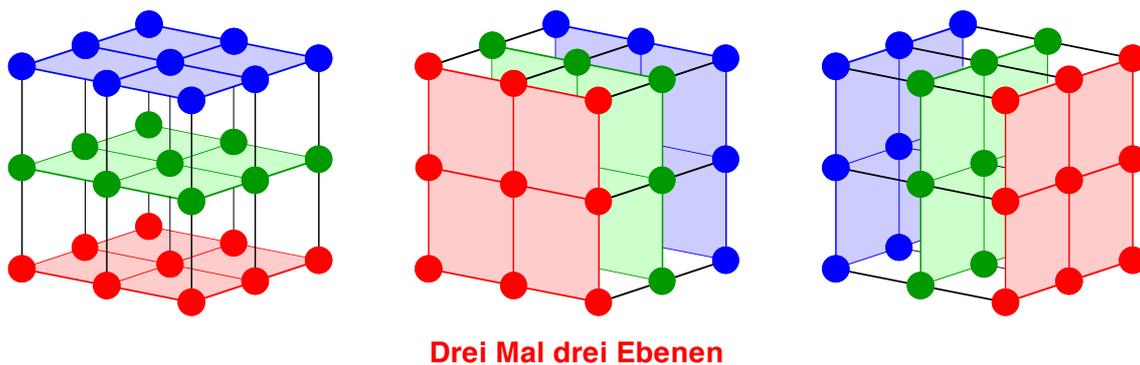
Würfel mit 27 Kugeln

13.1 Spielregeln

Versehen Sie die 27 Kugeln mit den Zahlen 1 bis 9, so dass

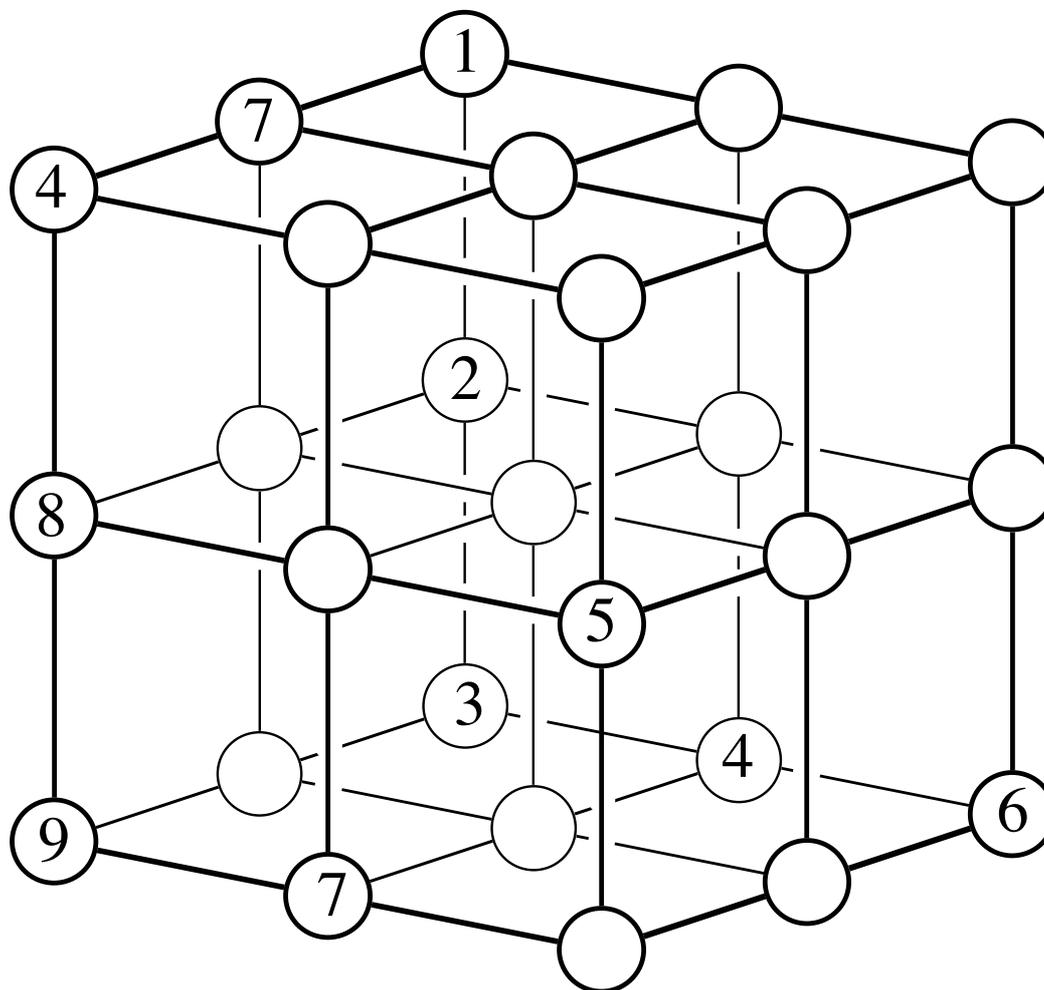
- in jeder der drei Etagen jede Zahl genau ein Mal erscheint,
- in jeder der drei zur Frontalebene parallelen Ebenen jede Zahl genau ein Mal erscheint und
- in jeder der drei zur Seitenwand parallelen Ebenen jede Zahl genau ein Mal erscheint.

Die Figur illustriert die drei Etagen, die drei zur Frontalebene parallelen Ebenen und die drei zur Seitenwand parallelen Ebenen.



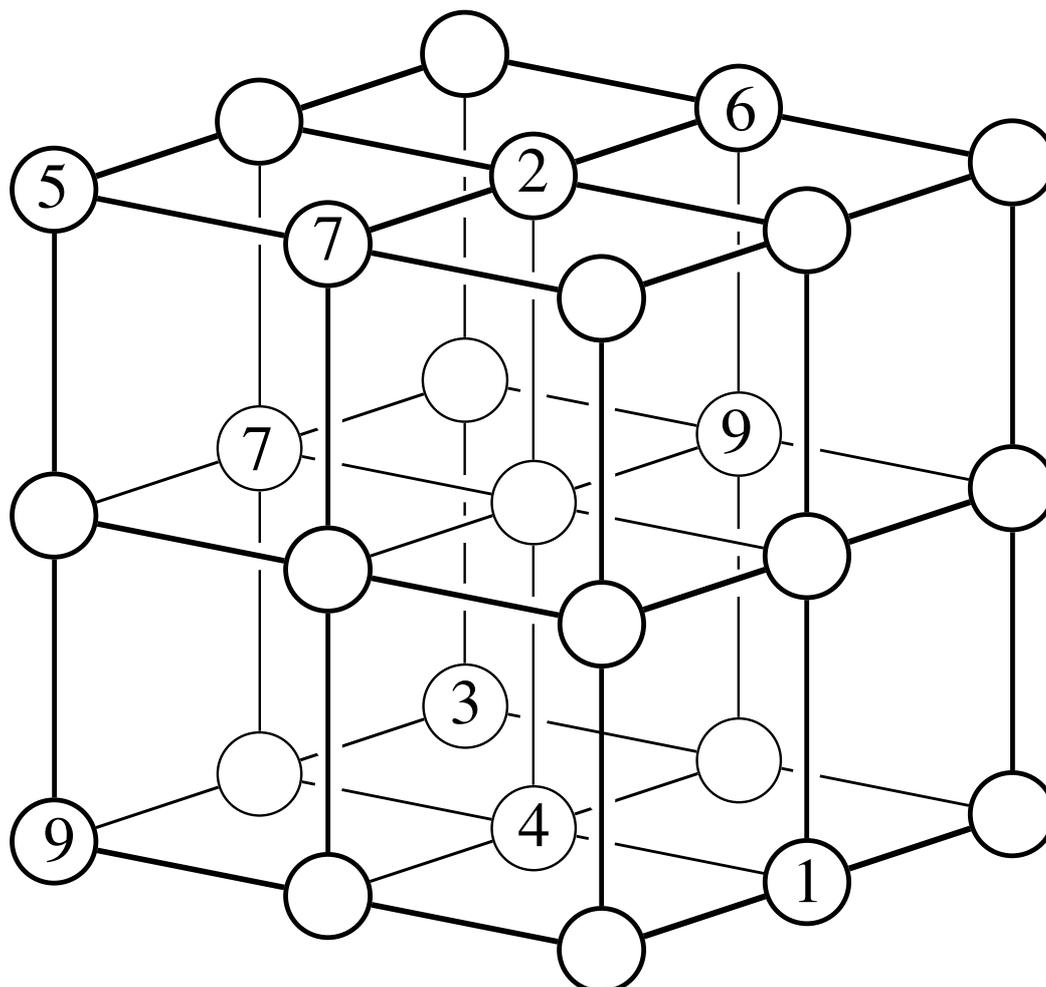
13.2 Beispiele

13.2.1 Sudokubus 1



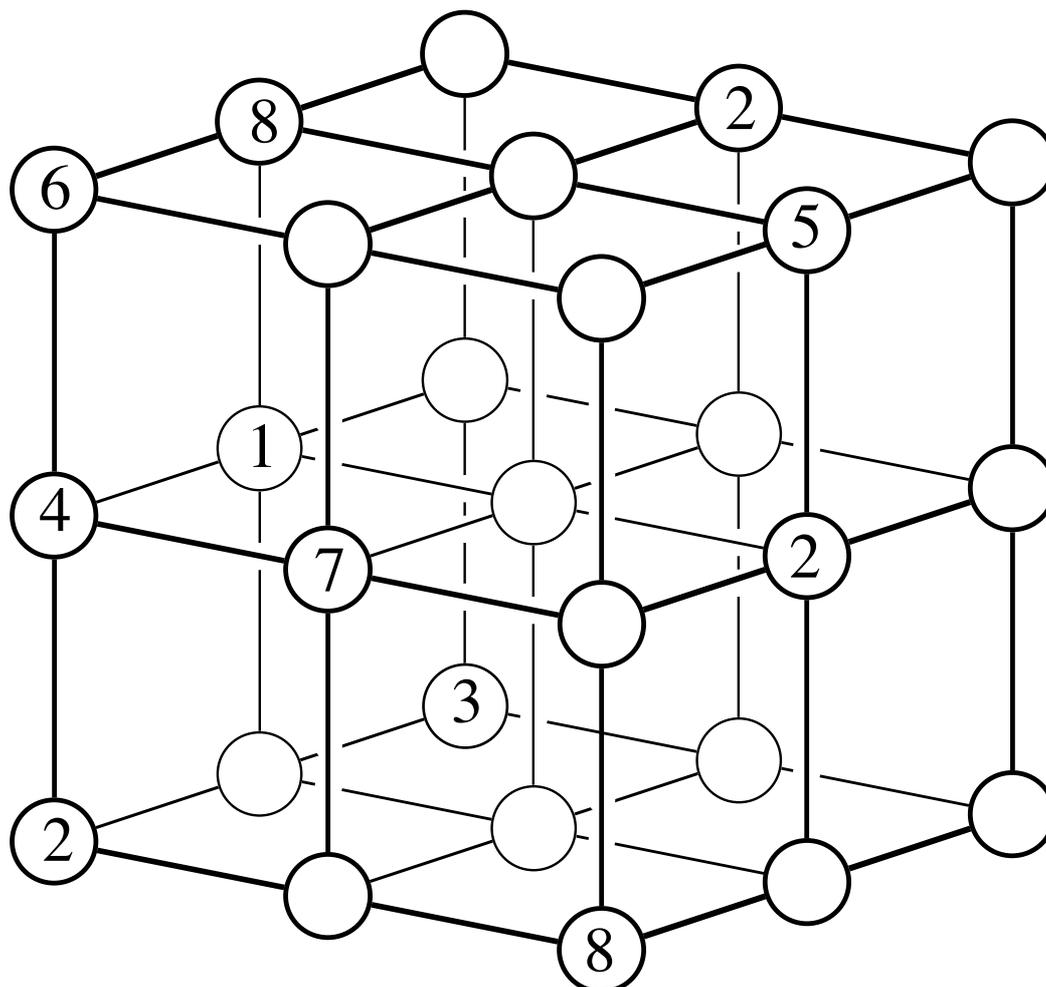
Sudokubus 1

13.2.2 Sudokubus 2



Sudokubus 2

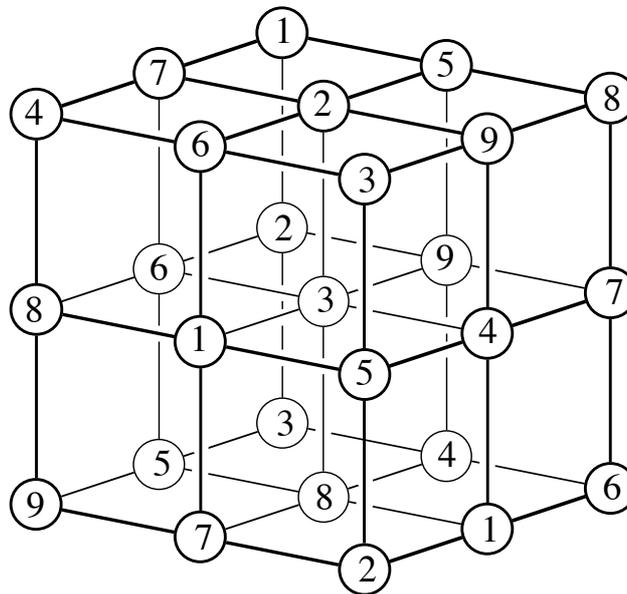
13.2.3 Sudokubus 3



Sudokubus 3

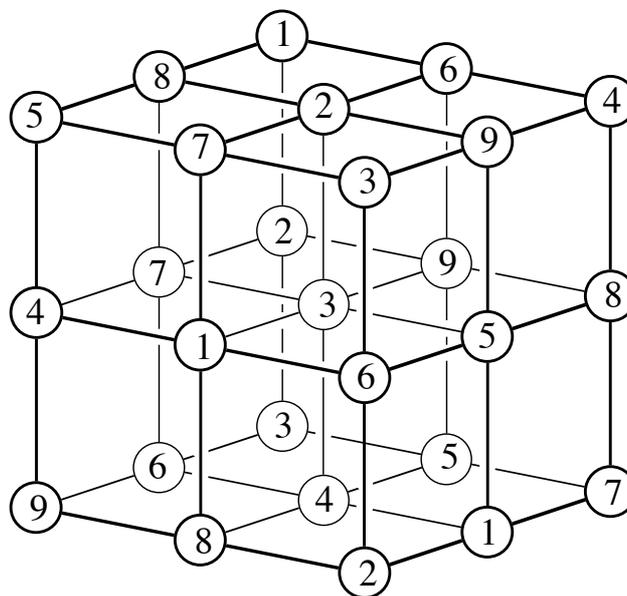
13.3 Ergebnisse

13.3.1 Sudokubus 1



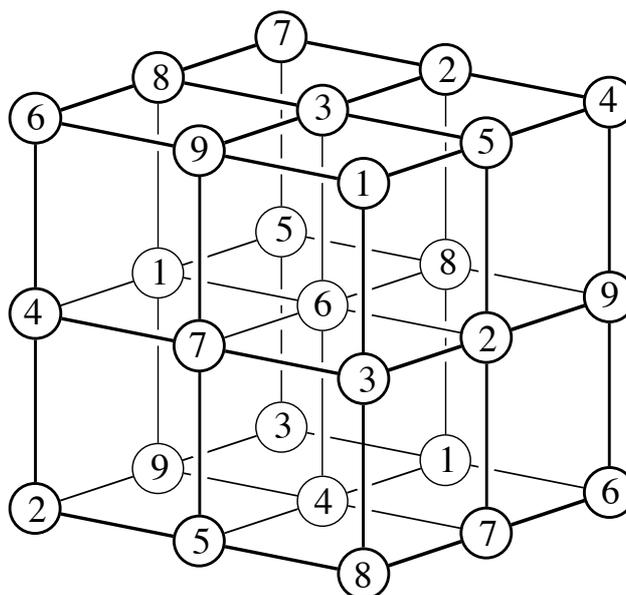
Sudokubus 1

13.3.2 Sudokubus 2



Sudokubus 2

13.3.3 Sudokubus 3



Sudokubus 3