

Übung 5

3. Mai 2011

Aufgabe 5.1 Schraubenlinie

Bestimmen Sie die Länge der Schraubenlinie $\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} r \cos(t) \\ r \sin(t) \\ pt \end{bmatrix}$; $t \in [0, 2\pi]$

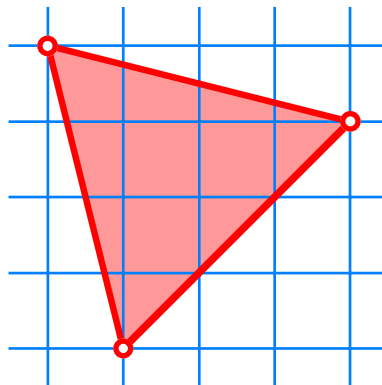
durch Abwickeln der Kurve.

Ergebnis

$$s = 2\pi\sqrt{r^2 + p^2}$$

Aufgabe 5.2 Regelmäßiges Dreieck?

Ist das Dreieck regelmäßig?



Regelmäßiges Dreieck?

Ergebnis

Nein. Das Dreieck ist gleichschenkelig. Die Schenkel sind $\sqrt{17} \approx 4.12$, die Basis ist $3\sqrt{2} \approx 4.24$. Der Basiswinkel ist $\alpha \approx 59.04^\circ$.

Aufgabe 5.3 Quadrat falten

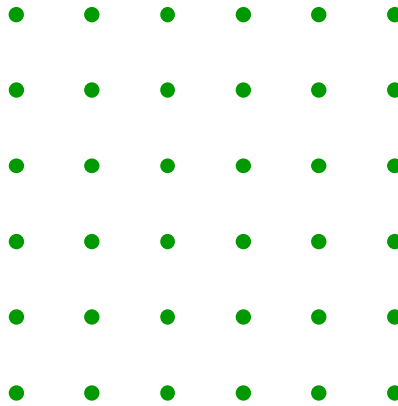
Aus einem Papierstück mit nirgends geradem Rand soll allein durch Falten ein Quadrat hergestellt werden. Geht das?

Lösungshinweis

Erste Kante. Rechter Winkel und zweite Kante. Rechter Winkel und dritte Kante. Diagonale. Rechter Winkel und vierte Kante.

Aufgabe 5.4 Anzahl Quadrate?

Wie viele Quadrate mit Gitterpunkten als Eckpunkten können im Gitter mit 6×6 Gitterpunkten (Figur) eingezeichnet werden?



Wie viele Quadrate gibt es in diesem Gitter?

Ergebnis

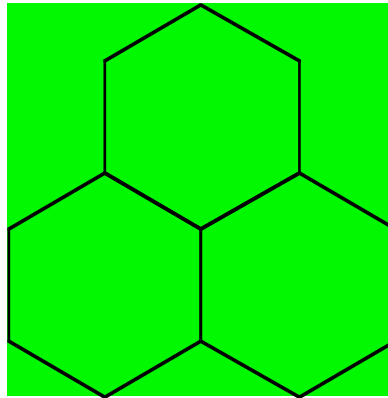
105

Bearbeitung

| Seitenlänge | Anzahl | Anzahl total |
|-------------|-----------------------|--------------|
| 1 | 5×5 | 25 |
| 2 | 4×4 | 16 |
| 3 | 3×3 | 9 |
| 4 | 2×2 | 4 |
| 5 | 1 | 1 |
| $\sqrt{2}$ | 4×4 | 16 |
| $2\sqrt{2}$ | 2×2 | 4 |
| $\sqrt{5}$ | $3 \times 3 \times 2$ | 18 |
| $\sqrt{10}$ | $2 \times 2 \times 2$ | 8 |
| $\sqrt{17}$ | 2 | 2 |
| $\sqrt{13}$ | 2 | 2 |
| Total | | 105 |

Aufgabe 5.5 Quadrat?

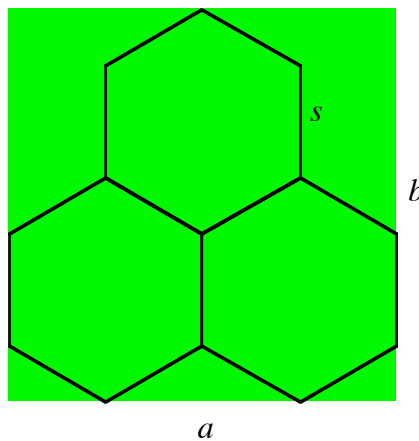
Die drei Sechsecke sind regelmäßig. Ist das Umrissrechteck ein Quadrat?



Quadrat?

Bearbeitung

Es kann kein Quadrat sein, da die regelmäßigen Sechsecke zu einem regulären Dreiecksraster gehören, welcher zu einem Quadratraster inkompatibel ist.



Bezeichnungen

Es ist:

$$a = 2\sqrt{3}s \approx 3.46410161514s$$

$$b = \frac{7}{2}s = 3.5s$$

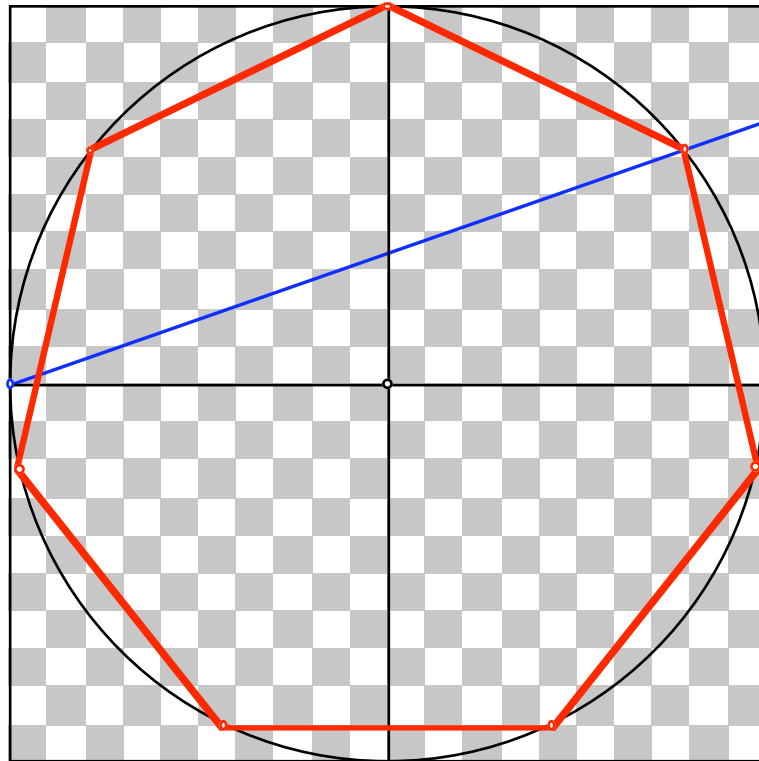
$$\frac{b}{a} = \frac{7\sqrt{3}}{12} \approx 1.01036297108$$

Die Abweichung vom Quadrat beträgt etwa 1%.

Aufgabe 5.6 Eine Näherungskonstruktion des Siebenecks

Nach einer Idee von Jo Niemeyer

Wir arbeiten in einem quadratischen 20×20 -Raster gemäß Figur.



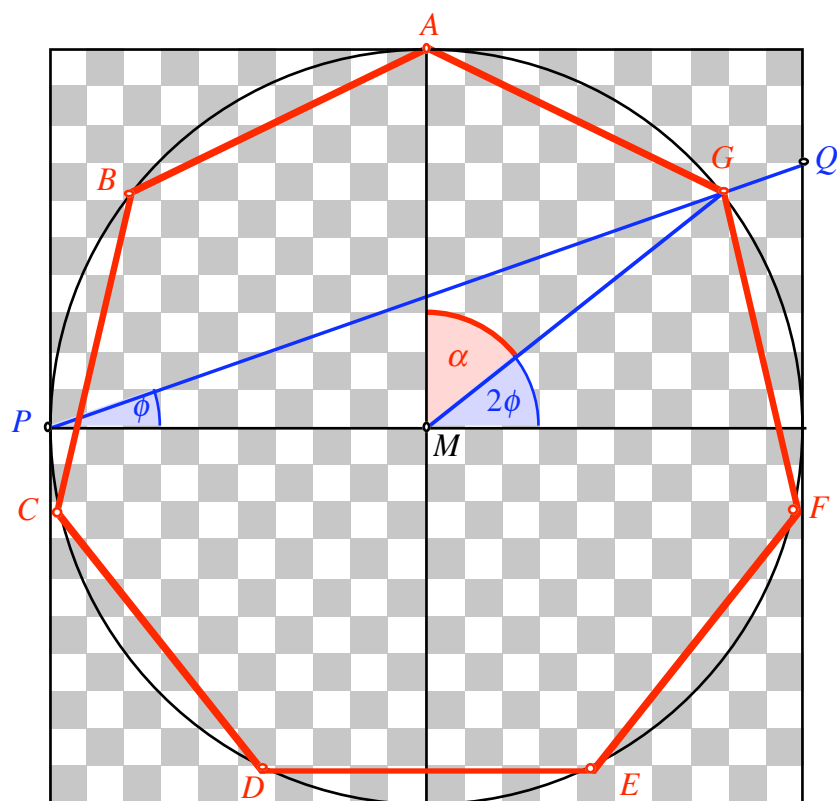
Näherungskonstruktion des Siebenecks

Wir schneiden den Umkreis mit der blauen Geraden und erhalten so einen Eckpunkt.

Wie genau ist diese Konstruktion?

Bearbeitung

Bezeichnungen gemäß Figur.



Bezeichnungen

Die Gerade PQ hat die Steigung $\frac{7}{20}$ und damit den Steigungswinkel $\phi = \arctan\left(\frac{7}{20}\right)$.
Damit gilt für den Sektorwinkel α :

$$\alpha = 90^\circ - 2 \arctan\left(\frac{7}{20}\right) \approx 51.4199^\circ$$

Der exakte Wert wäre $\frac{360^\circ}{7} \approx 51.4286^\circ$.