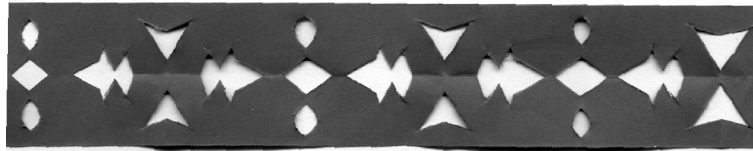


Hans Walser

Symmetrie: Inhalt und Literatur



Mathematik für die Sekundarstufe 1
Frühjahrssemester 2011

last modified: 3. Januar 2014

Hans Walser
www.walser-h-m.ch/hans



Inhaltsverzeichnisse der Module

201 Symmetrie

1	Symmetrie?	1
1.1	Fragen	2
1.2	und Antworten	2
2	Ein Spiel im Quadratraster	6
3	Bandornamente (Frieze Patterns)	7
3.1	Symmetrieklassen	7
3.2	Beispiele	8
3.3	Zöpfe	8
4	Flächenornamente und Parkette	9
5	Das ästhetische Wiesel	10
5.1	Symmetrie in der Sprache	11
5.2	Palindrome	11

202 Isometrien

1	Was sind Isometrien?	1
1.1	Fragebogen	1
1.2	Definition	2
2	Klassifizierung der Isometrien	3
2.1	Die Translation	3
2.1.1	Translationssymmetrie	3
2.1.2	Gruppen	3
2.1.3	Darstellung durch Gleichungen	5
2.1.4	Funktionen mit translationssymmetrischen Funktionsgraphen	6
2.2	Die Geradenspiegelung	8
2.2.1	Funktionen mit achsensymmetrischen Funktionsgraphen	9
2.3	Die Punktspiegelung	13
2.3.1	Funktionen mit punktsymmetrischen Funktionsgraphen	14
2.4	Die Rotation (Drehung)	15
2.4.1	Rotationszentrum gesucht	15
2.4.2	n-strahlige Rotationssymmetrie	15
2.5	Die Schubspiegelung	17

203 Zusammensetzung von Geradenspiegelungen. Symmetriegruppen

1	Nochmals Scherenschnitte	1
2	Zusammensetzung von Geradenspiegelungen	2
2.1	Begründung	2
2.2	Vorgehen und Schreibweisen	2
3	Zusammensetzung von zwei Geradenspiegelungen	4
3.1	Spiegelung an zwei sich schneidenden Geraden. Rotation	4
3.1.1	Ein Beispiel	4
3.1.2	Positiver Drehsinn	5
3.1.3	Didaktischer Hinweis	6
3.1.4	Vertauschung der Reihenfolge	7

3.1.5	Umkehrung der Fragestellung	8
3.2	Spiegelung an zwei orthogonalen Geraden. Punktspiegelung	8
3.3	Spiegelung an zwei parallelen Geraden	9
3.3.1	Die zwei Spiegelachsen sind bekannt	9
3.3.2	Umkehrung der Fragestellung	10
4	Zusammensetzung von drei Geradenspiegelungen.....	10
4.1	Drei parallele Geraden	10
4.2	Ein weiterer Spezialfall: Schubspiegelung	11
4.3	Drei kopunktuale Geraden	13
4.4	Drei allgemeine Geraden	14
5	Zusammensetzung von vier Geradenspiegelungen.....	16
6	Übersicht	17
7	Symmetriegruppen.....	18
7.1	Repetition: Was ist eine Gruppe	18
7.2	Beispiele und Gegenbeispiele	18
7.3	Symmetrien eines gleichseitigen Dreieckes	19
7.4	Zyklische Gruppe.....	22
7.4.1	Rotationen beim Dreieck	22
7.4.2	Addition modulo 3	22
	Anhang: Das Kartenspiel.....	23

204 Bandornamente und Flächenornamente

1	Bandornamente	1
1.1	Symmetrieklassen	1
1.1.1	Beispiele zu den sieben Symmetrieklassen	2
1.1.2	Symmetrieklassen als Buchstabenfolgen.....	3
1.1.3	Autostereogramme	4
1.2	Keine Bandornamente	5
2	Flächenornamente und Parkette.....	5
2.1	Geschichte.....	5
2.2	Die 17 Flächenornamente	6
2.3	Klassifizierungsschema	11
2.4	Arabische Kunst.....	12
	Anhang 1: Autostereogramme	13
	Anhang 2: Klassifizierungsschema	15

205 Spiralen

1	Radiales Netz	1
2	Drehstrecksymmetrie	2
2.1	Ein „rundes Quadratnetz“	2
2.2	Zeichnen einer logarithmischen Spirale	3
2.3	Eckige logarithmische Spirale	3
2.3.1	Zeichnung	3
2.3.2	Faltmodell	4
2.3.3	Analyse	4
2.3.4	Eckige und runde Spirale	4
2.3.5	Komplexe Zahlen.....	5
2.4	Jacob Bernoulli	6

3	Spiralentypen	8
3.1	Übersicht und Beispiele	8
3.1.1	Archimedische Spirale	8
3.1.2	Logarithmische Spirale	9
3.1.3	Hyperbolische Spirale	10
3.1.4	Baslerstab (Bischofsstab).....	10
3.2	Weitere Beispiele	10
3.2.1	Pythagoras und eine archimedische Spirale	10
3.2.2	Die Klothoide	13
4	Spiralen im Raum: Schraubenlinien	15
4.1	Schraubenlinien	15
4.1.1	Beispiele	16
4.2	Wendelflächen	17
4.3	Treppenhaus	18

206 Regelmäßige Vielecke

1	Regelmäßige Vielecke	1
2	Das regelmäßige Dreieck	1
2.1	Parkette	1
2.2	Ganzzahlige Koordinaten der Eckpunkte?	2
2.3	Näherungsverfahren mit Falten	2
2.4	Falten und Schneiden	3
3	Das Quadrat	4
3.1	Quadrat als Gelenkmodell	4
4	Das regelmäßige Fünfeck und das Pentagramm	5
4.1	Knoten	5
4.2	Der Goldene Schnitt	5
4.3	Fünfeck und Quadratraster	7
5	Das regelmäßige Sechseck	8
5.1	Das Hexaflexagon	8
5.2	Papiersterne	9
6	Das regelmäßige Siebeneck	9
6.1	Konstruktionen mit Zirkel und Lineal	10
6.2	Scherengeometrie	11
7	Das regelmäßige Achteck	13
7.1	Kirchenbau	13
7.2	Castel del Monte	14
7.3	Oktogon aus DIN A4	14
8	Das regelmäßige Zwölfeck	18

207 Die fünf platonischen Körper

1	Definition der fünf platonischen Körper	1
2	Tabelle	2
2.1	Die Polyederformel von Euler	2
3	Falten und Schneiden	3
3.1	Der Würfel	3
3.1.1	Der Schiffchen-Würfel	3
3.1.2	Origami	4

3.1.3	Flechtmodelle des Würfels	5
3.2	Tetraeder aus einem dreieckigen Origami Papier	8
4	Lasst hören aus alter Zeit	12
4.1	Die platonischen Körper und die vier Elemente	12
4.2	Kepler und die platonischen Körper	12
5	Zusammenfassung	14
5.1	Die platonischen Körper	14
5.2	Polyederformel von Euler	14
5.3	Herstellungsmethoden	14
5.4	Geschichte	14

208 Periodizität

1	Periodische Dezimalbrüche	1
1.1	Beispiel	1
1.2	Wann gibt es endliche Dezimalbrüche?	2
1.3	Periodenlänge bei periodischen Dezimalbrüchen	2
1.4	Das Schubfach-Prinzip von DIRICHLET	3
2	Periodische Funktionen	3
2.1	Kreisfunktionen	3
2.2	Frequenz und Bogenlänge	4
2.3	Joseph Fourier	5
2.4	Periodisches Verhalten der Ableitungen	6
3	Periodische Folgen	7
3.1	FIBONACCI	7
3.1.1	Die FIBONACCI-Folge ist nicht periodisch	7
3.1.2	Varianten zur FIBONACCI-Folge	8
3.2	Weitere Beispiele	8
4	Schließungsfiguren	9
4.1	Schließungsfiguren im Dreieck	9
4.1.1	Kreisbögen	9
4.1.2	Spiegeln an den Ecken	10
4.1.3	Parallelen zu den Seiten	11
4.2	Schließungsfigur mit rechten Winkeln	12
4.3	Kreis und Parallelen zu Dreiecksseiten	13

Literatur

- [Bigalke/Wippermann 1994] Bigalke, Hans-Günther / Heinrich Wippermann.: Reguläre Parkettierungen. Mit Anwendungen in Kristallographie, Industrie, Baugewerbe, Design und Kunst. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich: BI-
- [Bongartz/Borho/Mertens/Steins 1988] Bongartz, Klaus / Walter Borho / Detlev Mertens / Andreas Steins: Farbige Parkette. Mathematische Theorie und Ausführung mit dem Computer. Vier Aufsätze zur ebenen Kristallographie. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser 1988. ISBN 3-7643-2223-3
- [Bourgoin 1973] Bourgoin, J.: Arabic Geometrical Pattern and Design. New York: Dover 1973. ISBN 0-486-22924-6
- [Chatani 1986] Chatani, Masahiro: *Kunstwerke aus Papier*. Band 1 und 2. Zürich: Orell Füssli 1986 und 1988. ISBN 3-280-01669-X und 3-280-01834-X
- [Chatani 1989] Chatani, Masahiro: *Papierkunst*. Dreidimensionales Falten. Stuttgart 1989.
- [Cook 1979] Cook, Theodore Andrea: The Curves of Life. New York: Dover 1979. ISBN 0-486-23701-X
- [Cowen 1992] Cowen, Painton: Rose Windows. London: Thames and Hudson 1992. ISBN 0-500-81021-4
- [Coxeter 1963] Coxeter, H.S.M.: Unvergängliche Geometrie. Basel: Birkhäuser 1963.
- [Farris/Rossing 1999] Farris, Frank A. / Nils Kristian Rossing: Woven Rope Friezes. *Mathematics Magazine*, 1/72, 1999, p. 32 - 38.
- [Fedorov 1891] Fedorov, Evgraf Stepanovich: Zapiski Mineralogicheskogo Imperatorskogo S. Petersburgskogo Obshchestva (2), 28 (1891), S. 345 - 390.
- [Field/Golubitsky 1993] Field Michael / Martin Golubitsky: Chaotische Symmetrien. Die Suche nach Mustern in Mathematik, Kunst und Natur. Basel: Birkhäuser 1993. ISBN 3-7643-2844-4
- [Flachsmeyer/Feiste/Manteuffel 1990] Flachsmeyer, Jürgen / Uwe Feiste / Karl Manteuffel: Mathematik und ornamentale Kunstformen. Leipzig: B. G. Teubner 1990. ISBN 3-322-00679-4
- [Fusè 1990] Fusè, Tokomo: *Kunstwerke aus Papier*. Band 3. Zürich: Orell Füssli 1990. ISBN 3-280-02002-6
- [Fusè 1993] Fusè, Tomoko: *Unit Origami*. Multidimensional Transformations. Tokyo: Japan Publications 1993. ISBN 0-87040-852-6
- [Gardner 1959] Gardner, Martin: *The Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*. New York: Simon and Schuster, 1959

- [Gardner] Gardner, Martin: *Martin Gardner's Sixth Book of Mathematical Games from Scientific American*. San Francisco: W.H. Freeman and Company.
- [Götze 1986] Götze, Heinz: *Castel del Monte*. Gestalt und Symbol der Architektur Friedrichs II. 2. Auflage. München: Prestel 1986. ISBN 3-7913-0693-6
- [Götze 1991] Götze, Heinz: Die Baugeometrie von Castel del Monte. *Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften*. Philosophisch-historische Klasse. Jahrgang 1991, Bericht 4. ISSN 0933-6613
- [Gouvêa 2004] Geouvêa, Fernando Q.: Octagon Feedback. Focus, The Newsletter of the Mathematical Association of America, February 2004, Volume 24, Number 2. p. 18-19
- [Grünbaum/Shephard 1987] Grünbaum, Branko / Shephard, G. C.: *Tilings and Patterns*. New York: Freeman 1987. ISBN 0-7167-1193-1
- [Hartmann/Mislin 1985] Hartmann, Hans / Hans Mislin: *Die Spirale im menschlichen Leben und in der Natur*. Basel: Museum für Gestaltung 1985. ISBN 3-85700-058-9
- [Heilbronner/Dunitz 1993] Heilbronner, Edgar / Jack D. Dunitz: *Reflections on Symmetry in Chemistry and Elsewhere*. Basel: Verlag Helvetica Chimica Acta 1993. ISBN 3-906390-01-2
- [Heitzer 1998] Heitzer, Johanna: *Spiralen, ein Kapitel phänomenaler Mathematik*. Leipzig: Klett 1998. ISBN 3-12-720044-7
- [Hilbert/Cohn-Vossen 1996] David Hilbert / Stephan Cohn-Vossen: *Anschauliche Geometrie*. Zweite Auflage. Berlin: Springer 1996. ISBN 3-540-59069-2
- [Hilton/Holton/Pedersen 1996] Hilton, Peter / Derek Holton / Jean Pedersen: *Mathematical Reflections: In a Room with Many Mirrors*. New York: Springer 1996. ISBN 0-387-94770-1
- [Hilton/Pedersen 1994] Hilton, Peter / Pedersen, Jean: *Build Your Own Polyhedra*. Menlo Park: Addison-Wesley 1994. ISBN 0-201-49096-X
- [Hilton/Pedersen/Walser 1997.1] Peter Hilton, Jean Pedersen and Hans Walser: The Faces of the Tri-hexaflexagon. *Mathematics Magazine*. Vol. 70, October 1997, 243-251
- [Hoffman 1999] Hoffman, Paul: *The man who loved only numbers. The story of Paul Erdős and the search for mathematical truth*. London: Fourth Estate Limited 1999. ISBN 1-85702-829-5
- [Jeger 1976] Jeger, Max: *Einführung in die Kombinatorik*. Band 2. Stuttgart: Klett 1976. ISBN 3-12-983210-9
- [Kneißler 1996] Kneißler, Irmgard. *Kreatives Origami*. Ravensburg: Ravensburger Buchverlag 1996. ISBN 3-473-42573-7

- [Kneißler 1999] Kneißler, Irmgard: *Einfaches Origami*. Berlin: Urania-Ravensburger 1999. ISBN 3-332-00731-9
- [Locher 1986] Locher, J. L. (Herausgeber): *Leben und Werk M. C. Eschers*. Mit dem Gesamtverzeichnis des Graphischen Werks. Eltville am Rhein: Rheingauer Verlagsgesellschaft 1986. ISBN 3-88102-064-0
- [Martin 1982] Martin, George E.: *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*. New York: Springer 1982. ISBN 0-387-90636-3
- [Meinhardt 1997] Meinhardt, Hans: *Wie Schnecken sich in Schale werfen. Muster tropischer Meeresschnecken als dynamische Systeme*. Berlin: Springer 1997. ISBN 3-540-61945-3
- [Mitchell 1997] Mitchell, David: *Mathematical Origami*. Norfolk: Tarquin Publications 1999. ISBN 1-899618-18-X
- [Pfeiffer 1992] Pfeiffer, Herbert: *Oh Cello voll Echo. Palindromgedichte*. Frankfurt a. M.: Insel 1992.
- [Pólya/Niggli 1924] Pólya, George / Paul Niggli: *Zeitschrift für Kristallographie und Mineralogie*, 60 (1924), S. 278 - 298
- [Servatius 1997] Servatius, Brigitte: *The geometry of folding paper dolls*. *The Mathematical Gazette*. Vol. 81, 1997, p. 29 - 36
- [Spencer 2004] Spencer, Gwen: *A Conversation with Scott Kim*. *Math Horizons*. Published by the Mathematical Association of America. November 2004. p. 9-10
- [Tattoo 2004] *Indeed, You Do Tattoo*. The results of our call for mathematical tattoos! *Math Horizons*. Published by the Mathematical Association of America. November 2004. p. 18-19
- [Walser 1985] Walser, Hans: *Stirlingsche Zahlen im Unterricht*. *Didaktik der Mathematik* (13), 1985, 150-168
- [Walser 1991] Walser, H.: *Schließungsfiguren*. *Didaktik der Mathematik* 19, 1991, S. 187 - 206.
- [Walser 1993] Walser, H.: *Geometrische Schließungsfiguren im Unterricht*. *PM Praxis der Mathematik* 35, 1993, S. 77 - 84.
- [Walser 1998] Walser, Hans: *Symmetrie*. Stuttgart: Teubner Verlag 1998. ISBN 3-8154-2513-1
- [Walser 2004] Walser, Hans: *Der Goldene Schnitt*. 4. Auflage. Leipzig: Edition am Gutenbergplatz 2004. ISBN 3-937219-00-5
- [Walser 2004] Walser, Hans: *Pythagoras, eine archimedische Spirale und eine Approximation von π* . *Praxis der Mathematik* (6/46), 2004, S. 287-288
- [Weyl 1955] Weyl, Hermann: *Symmetrie*. Basel und Stuttgart: Birkhäuser 1955.

- [Wille 1988] Wille, Rudolf (Herausgeber): Symmetrie in Geistes- und Naturwissenschaft. Hauptvorträge und Diskussionen des Symmetrie Symposions an der Technischen Hochschule Darmstadt vom 13. bis 17. Juni 1986 im Rahmen des Symmetrieprojektes der Stadt Darmstadt. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer 1988. ISBN 3-540-16909-1
- [Yale 1988] Yale, Paul B.: Geometry and Symmetry. 2nd edition. New York: Dover 1988. ISBN 0-486-65779-5