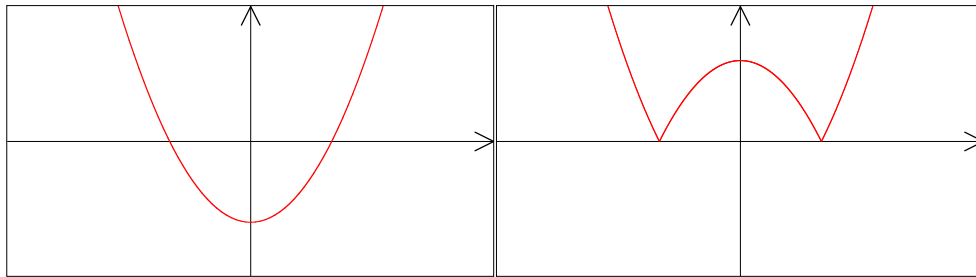


Hans Walser

# Mathematik 1 für Naturwissenschaften



Modul 101

Einführung

Lernumgebung Teil 1



**Inhalt**

1	Beschriftung von Skalen.....	1
2	Beschriftung von Skalen.....	1
3	Beschriftung von Skalen.....	1
4	Beschriftung von Skalen.....	2
5	Beschriftung von Skalen.....	2
6	Der harte Franken und der weiche Euro.....	2
7	Verschieden skalierte Koordinatensysteme.....	3
8	Verschieden skalierte Koordinatensysteme.....	5
9	Der absolute Betrag.....	7
10	Der absolute Betrag.....	7
11	Der absolute Betrag.....	10
12	Der absolute Betrag.....	13
13	Der absolute Betrag.....	15
14	Ungleichung mit absolutem Betrag.....	15
15	Abstände.....	16
16	Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen.....	16
17	Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen.....	17
18	Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen.....	17
19	Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen.....	18
20	Funktionen mit Beträgen.....	19

Modul 101 für die Lehrveranstaltung: *Mathematik 1 für Naturwissenschaften*

Winter 2003/04 Erstausgabe

Winter 2004/05 Überarbeitung und Erweiterung. Teilweise mit Lösungswegen

Winter 2005/06 Fehlerkorrekturen. Geändertes Layout. Erweiterungen

Winter 2006/07 Erweiterungen und Kürzungen. MathType. Unterteilung in 2 Teile.  
Fehlerkorrekturen

Herbst 2007 Erweiterungen

Herbst 2008 Grafische Überarbeitung

**last modified: 1. Juni 2008**

Hans Walser

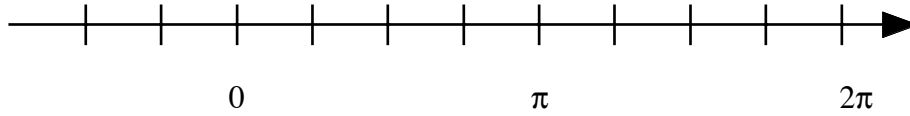
Mathematisches Institut, Rheinsprung 21, 4051 Basel

[www.math.unibas.ch/~walser](http://www.math.unibas.ch/~walser)

[hwals@bluewin.ch](mailto:hwals@bluewin.ch)

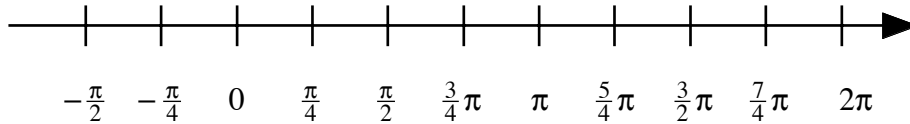
### 1 Beschriftung von Skalen

Was passt bei den unbeschrifteten Strichlein?



**Ergänzung der Skala?**

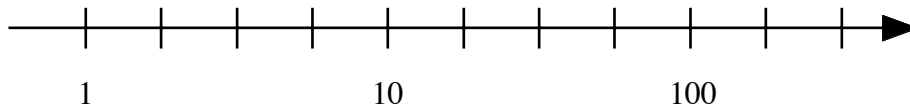
**Ergebnis**



**Lineare Skala**

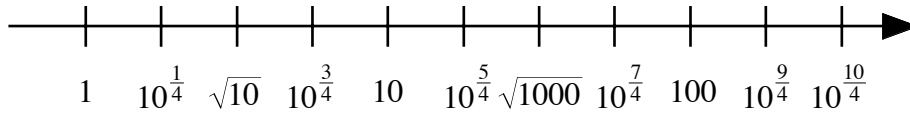
### 2 Beschriftung von Skalen

Was passt bei den unbeschrifteten Strichlein?



**Ergänzung der Skala?**

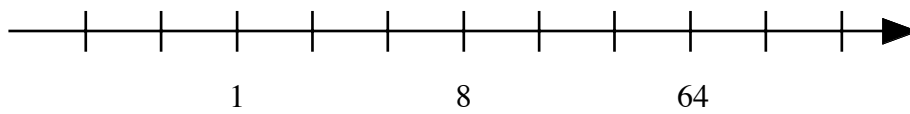
**Ergebnis**



**So genannte logarithmische Skala**

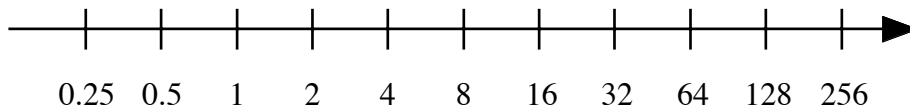
### 3 Beschriftung von Skalen

Was passt bei den unbeschrifteten Strichlein?



**Ergänzung der Skala?**

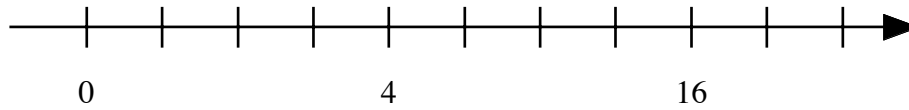
**Ergebnis**



**So genannte logarithmische Skala**

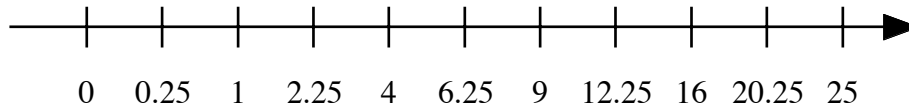
#### 4 Beschriftung von Skalen

Was passt bei den unbeschrifteten Strichlein?



**Ergänzung der Skala?**

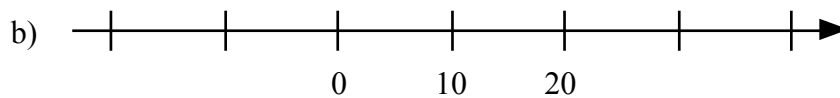
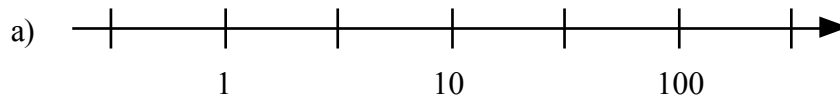
**Ergebnis**



**Quadratische Skala**

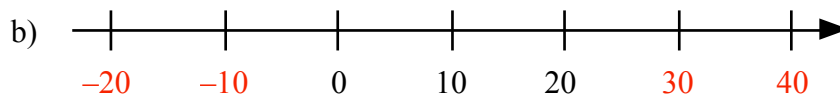
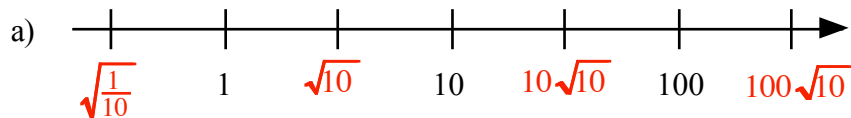
#### 5 Beschriftung von Skalen

Wie kann die Skalenbeschriftung sinnvoll ergänzt werden?



**Ergänzung der Skala?**

**Ergebnis**



**Ergänzung**

#### 6 Der harte Franken und der weiche Euro

1 Fr. = 100 Rappen • 100 Rappen = 10'000 Rappen = 100 Franken

1 EUR = 100 Cent = 10 Cent • 10 Cent = 0,1 EUR • 0,1 EUR = 0,01 EUR

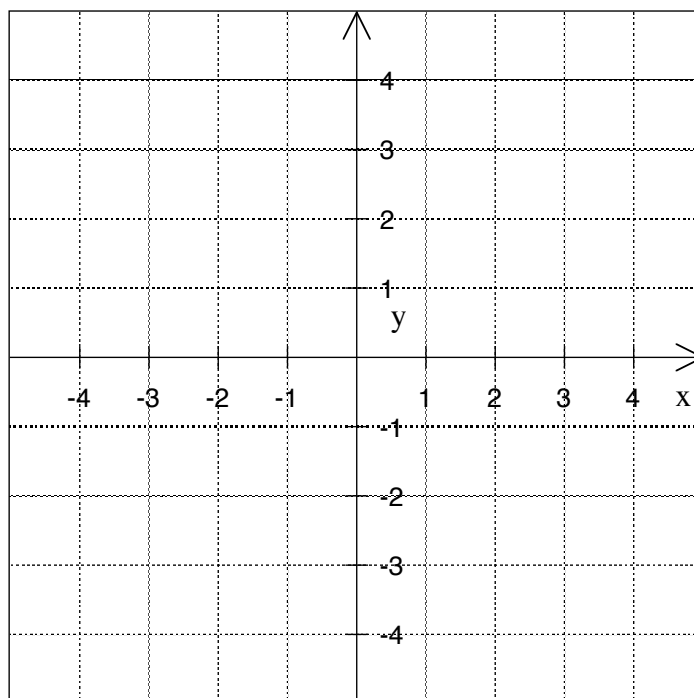
#### **Kommentar**

Falsche Verwendung von Maßzahlen. Es gibt keine „Quadratfranken“.

### 7 Verschieden skalierte Koordinatensysteme

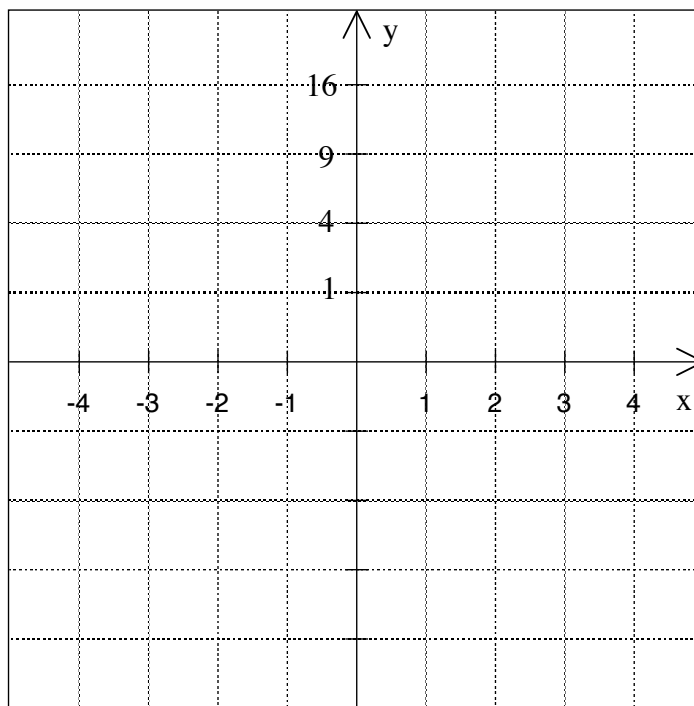
Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $y = f(x) = x^2$  in den beiden Koordinatensystemen.

a)



**Koordinatensystem**

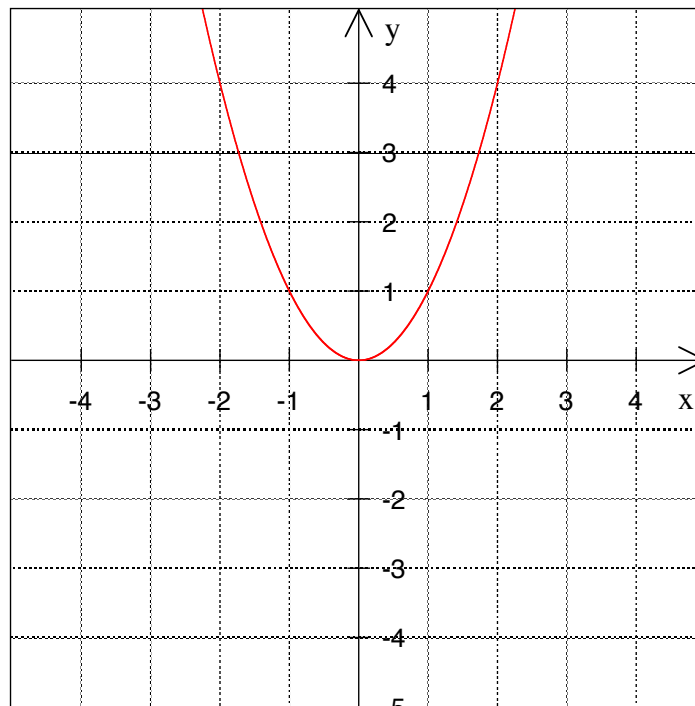
b)



**Koordinatensystem**

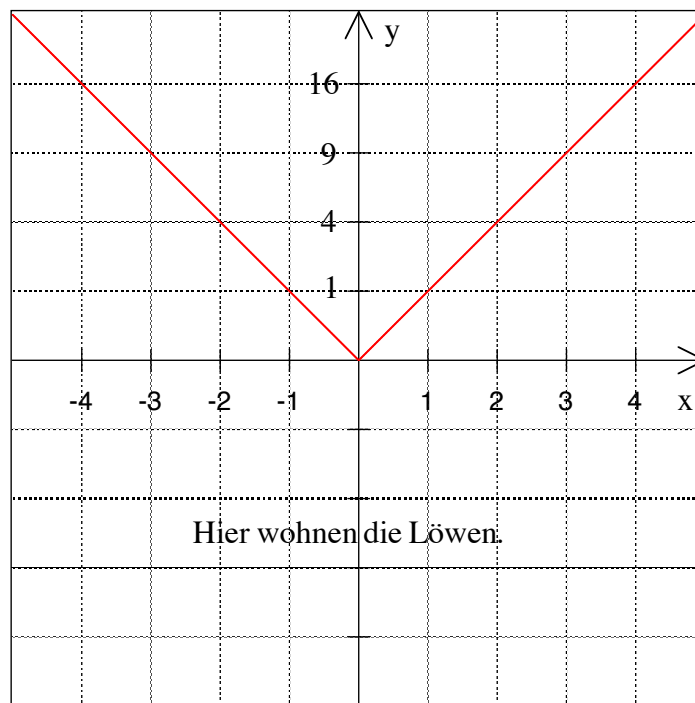
**Ergebnis**

a)



$$y = f(x) = x^2$$

b)

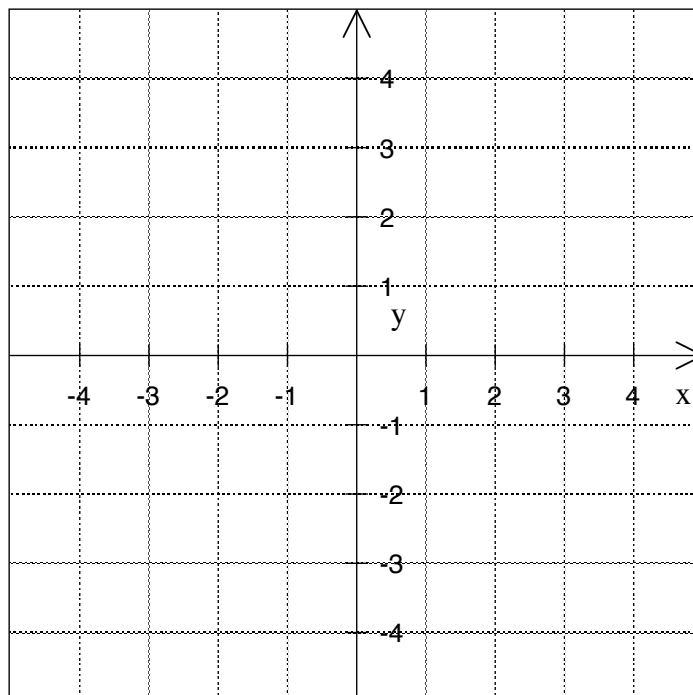


$$y = f(x) = x^2$$

### 8 Verschieden skalierte Koordinatensysteme

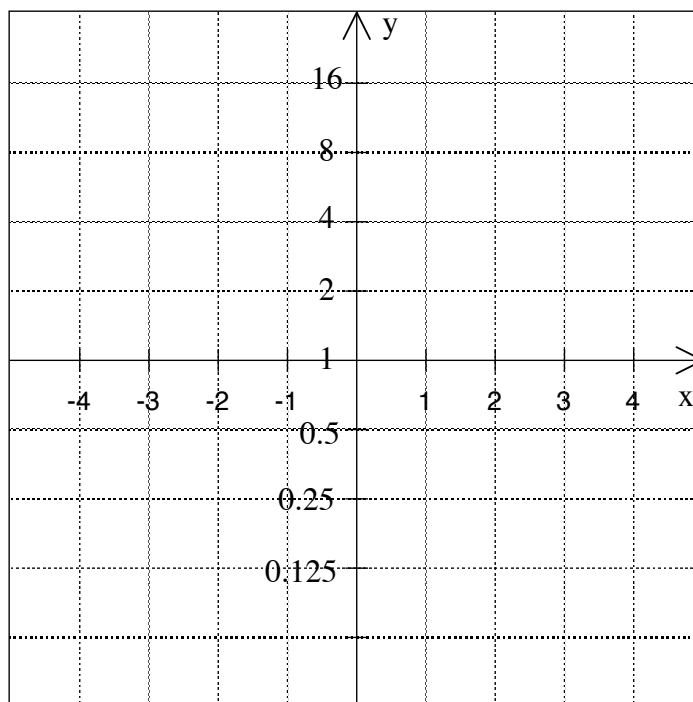
Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $y = f(x) = \frac{1}{2}2^x$  in den beiden Koordinatensystemen.

a)



**Koordinatensystem**

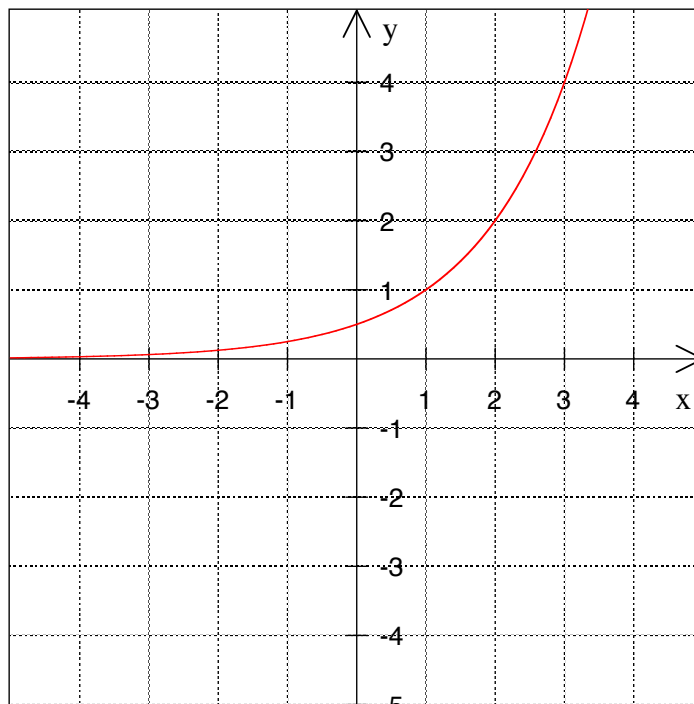
b)



**Koordinatensystem**

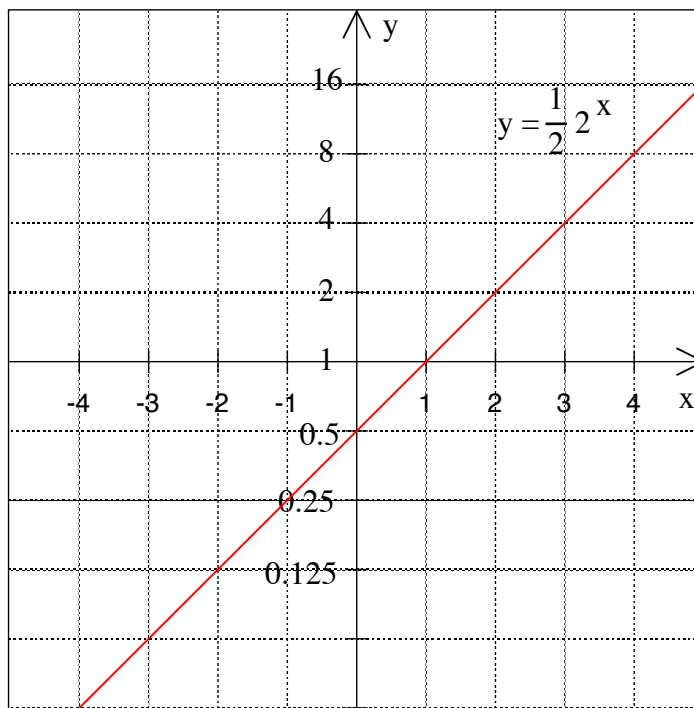
**Ergebnis**

a)



$$y = f(x) = \frac{1}{2} 2^x$$

b)



$$y = f(x) = \frac{1}{2} 2^x$$



## 9 Der absolute Betrag

Was gilt:

a)  $|x| \cdot |y| \stackrel{?}{=} |xy|$

b)  $|x| + |y| \stackrel{?}{=} |x + y|$

c)  $|x| - |y| \stackrel{?}{=} |x - y|$

d)  $\frac{|x|}{|y|} \stackrel{?}{=} \left| \frac{x}{y} \right|$

### Ergebnis

a)  $|x| \cdot |y| \stackrel{?}{=} |xy|$  richtig

b)  $|x| + |y| \stackrel{?}{=} |x + y|$  falsch

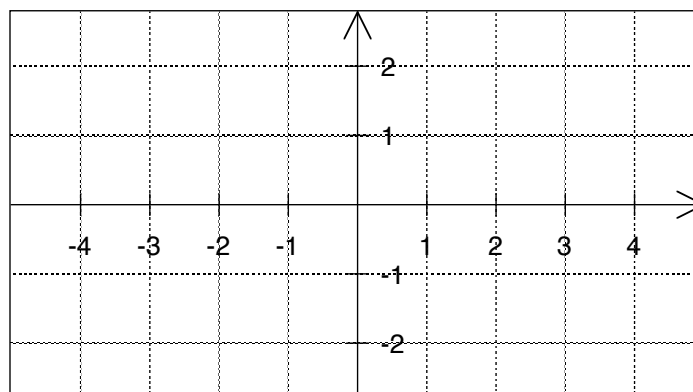
c)  $|x| - |y| \stackrel{?}{=} |x - y|$  falsch

d)  $\frac{|x|}{|y|} \stackrel{?}{=} \left| \frac{x}{y} \right|$  richtig

## 10 Der absolute Betrag

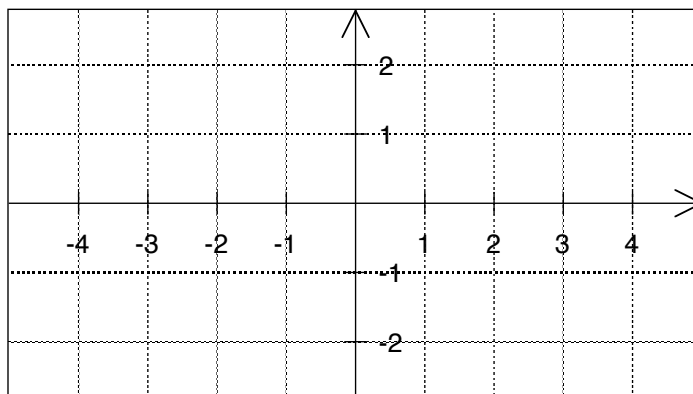
Skizzieren Sie:

a)  $y = |x|$



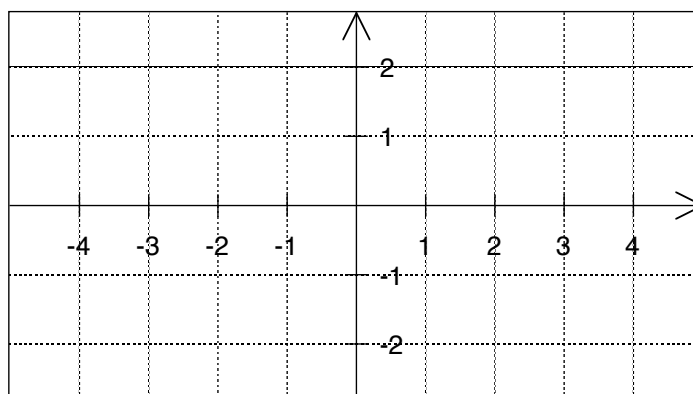
$y = |x|$

b)  $y = |x - 2|$



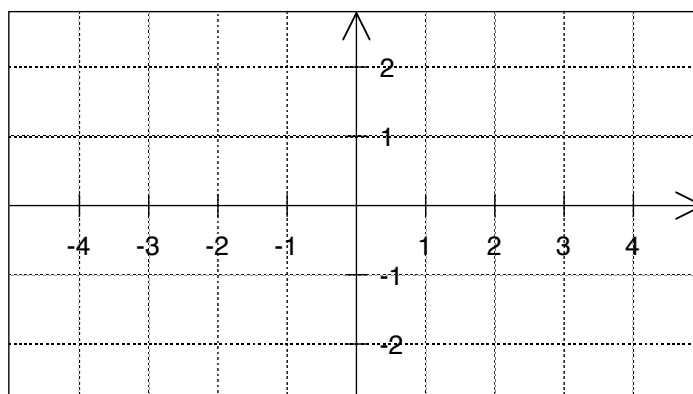
$y = |x - 2|$

c)  $y = |x - 2| - 1$



$y = |x - 2| - 1$

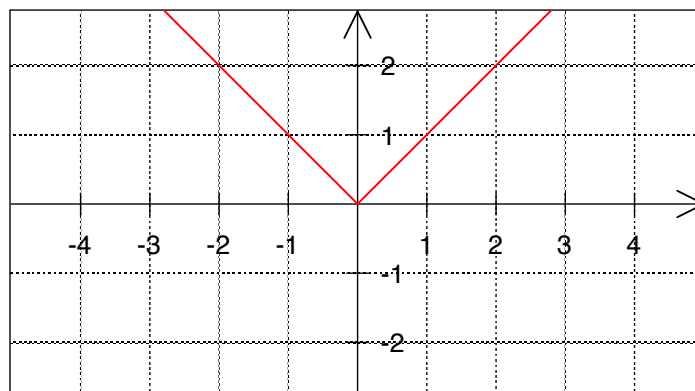
d)  $y = ||x - 2| - 1|$



$y = ||x - 2| - 1|$

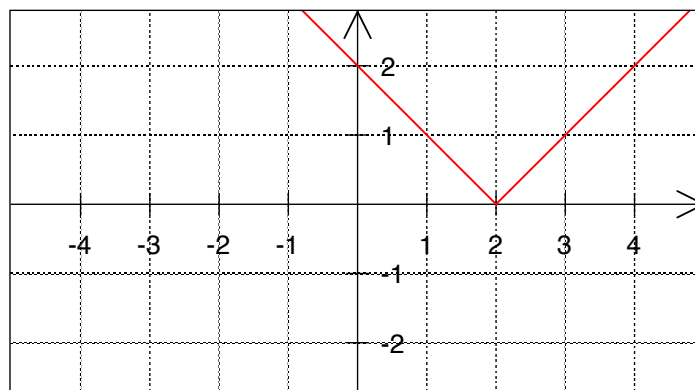
**Ergebnis**

a)  $y = |x|$



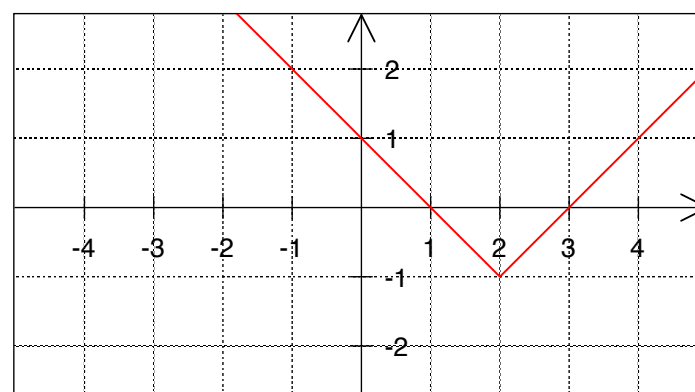
$$y = |x|$$

b)  $y = |x - 2|$



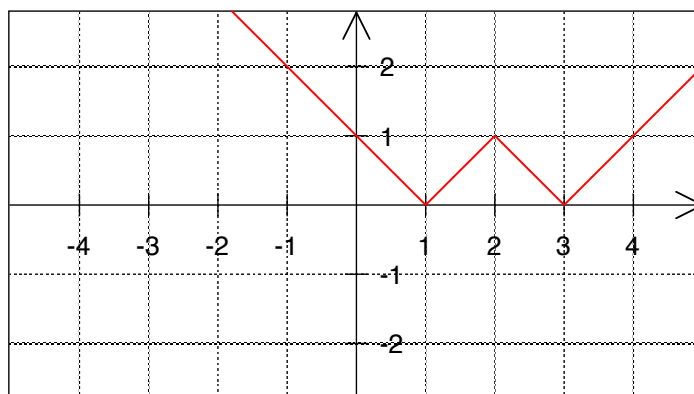
$$y = |x - 2|$$

c)  $y = |x - 2| - 1$



$$y = |x - 2| - 1$$

d)  $y = ||x - 2| - 1|$

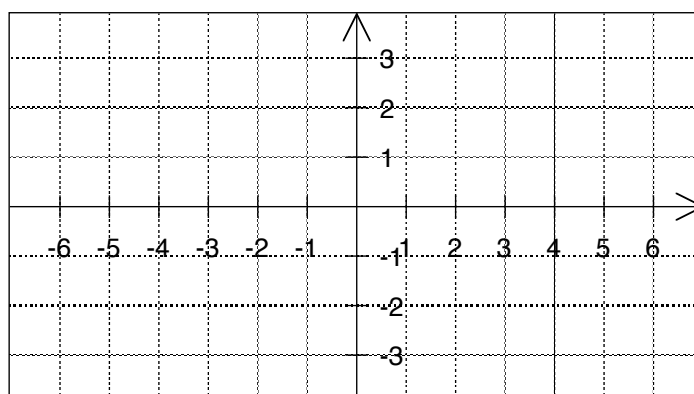


$y = ||x - 2| - 1|$

### 11 Der absolute Betrag

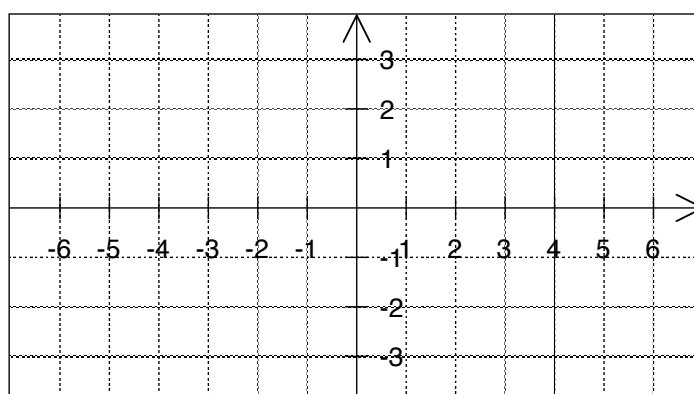
Skizzieren Sie

a)  $y = f(x) = |x| - 3$



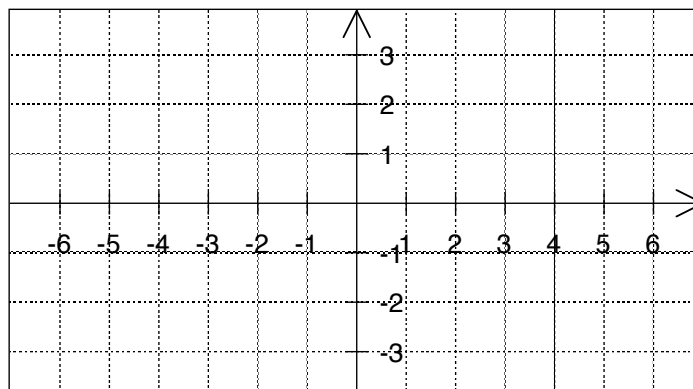
$y = f(x) = |x| - 3$

b)  $y = g(x) = |x - 3|$



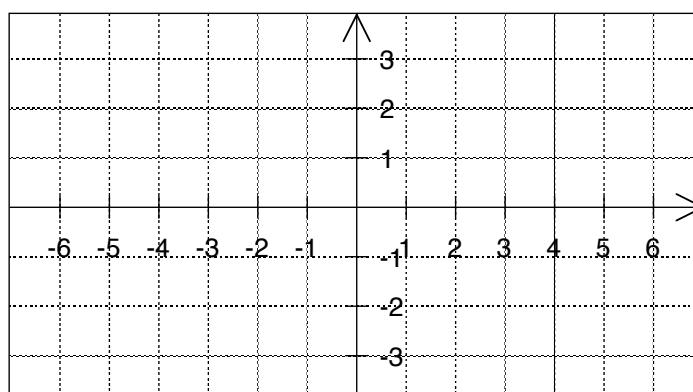
$y = g(x) = |x - 3|$

c)  $y = h(x) = x - |3|$



$$y = h(x) = x - |3|$$

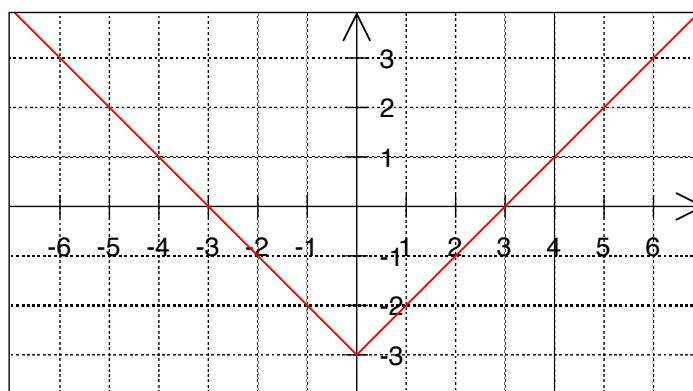
d)  $y = i(x) = ||x| - 3|$



$$y = i(x) = ||x| - 3|$$

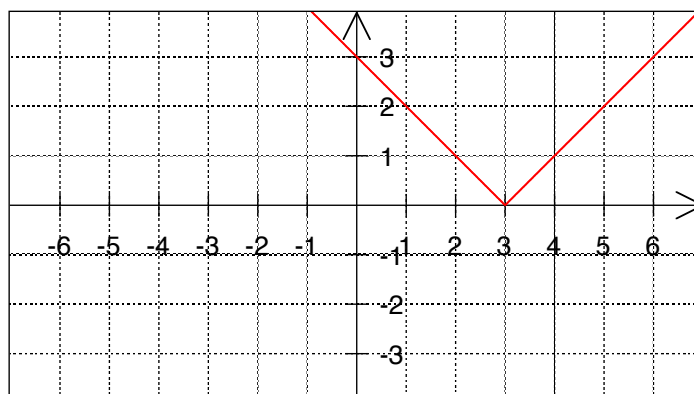
**Ergebnis**

a)  $y = f(x) = |x| - 3$



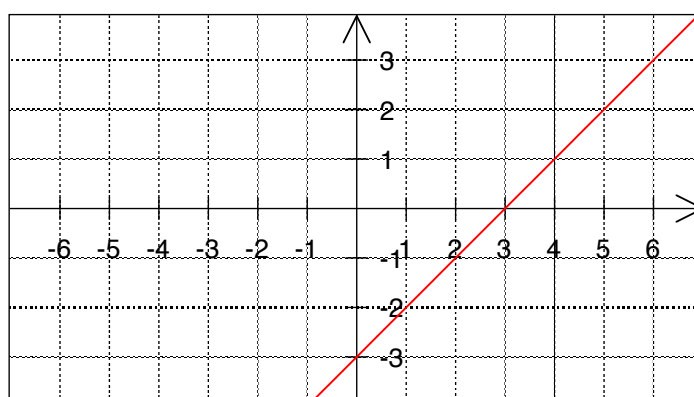
$$y = f(x) = |x| - 3$$

b)  $y = g(x) = |x - 3|$



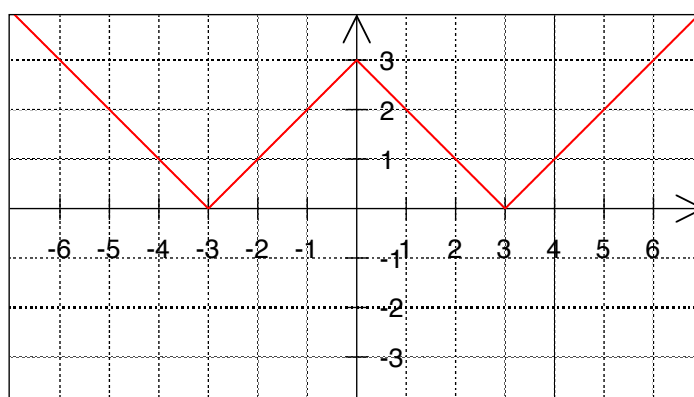
$y = g(x) = |x - 3|$

c)  $y = h(x) = x - |3|$



$y = h(x) = x - |3|$

d)  $y = i(x) = ||x| - 3|$

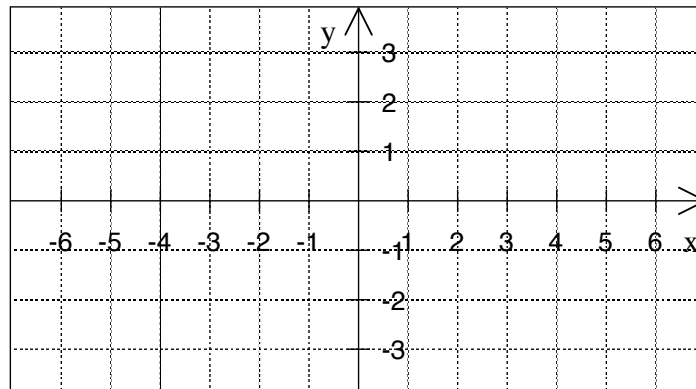


$y = i(x) = ||x| - 3|$

**12 Der absolute Betrag**

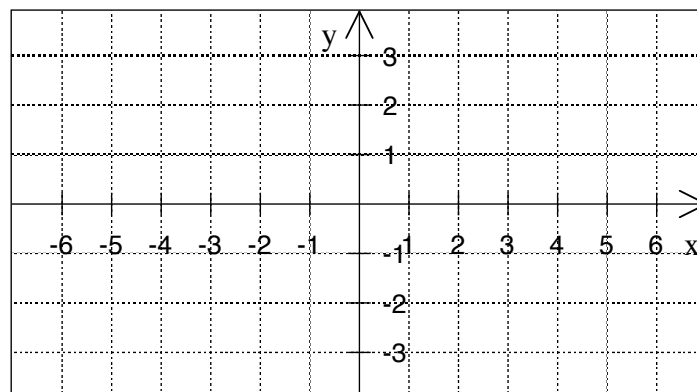
Skizzieren Sie:

a)  $y = x^3 + (-2)$



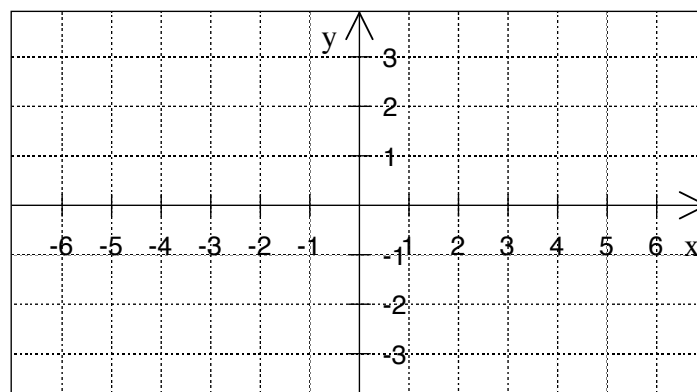
$$y = x^3 + (-2)$$

b)  $y = x^3 + |-2|$



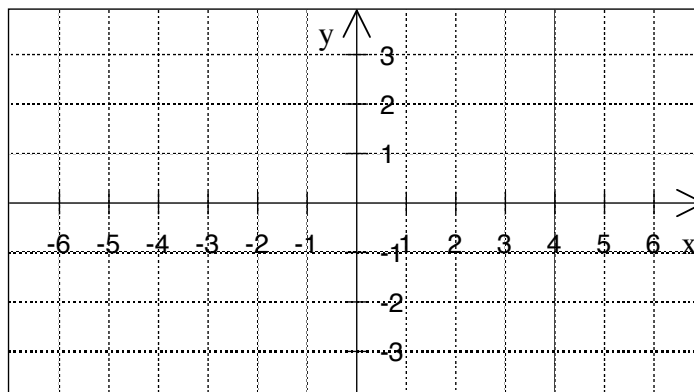
$$y = x^3 + |-2|$$

c)  $y = |x^3 + (-2)|$



$$y = |x^3 + (-2)|$$

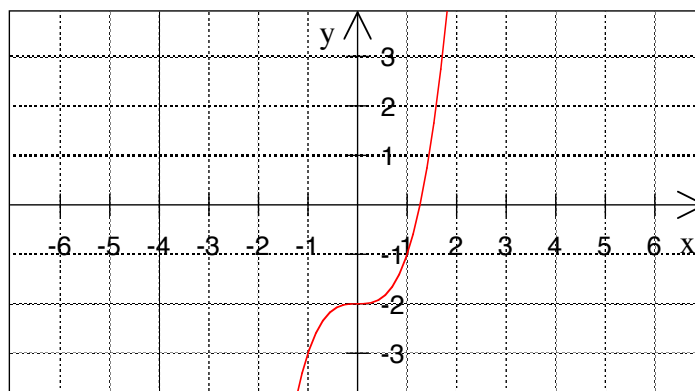
d)  $y = |x^3 + |-2||$



$y = |x^3 + |-2||$

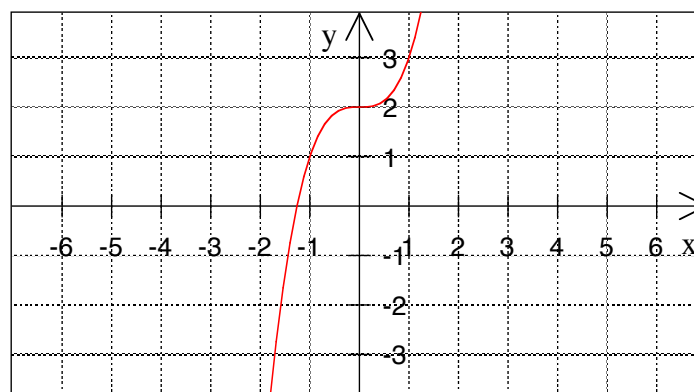
**Ergebnis**

a)  $y = x^3 + (-2)$



$y = x^3 + (-2)$

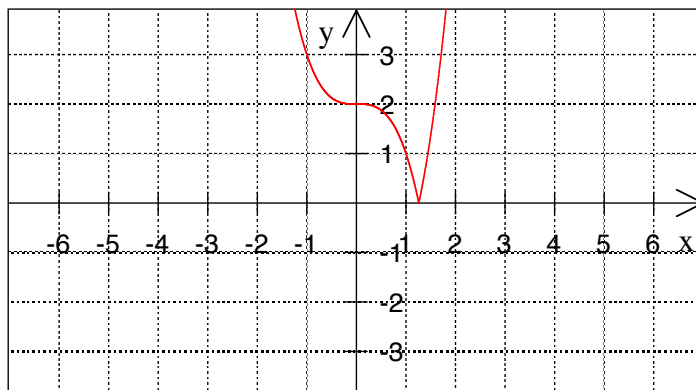
b)  $y = x^3 + |-2|$



$y = x^3 + |-2|$

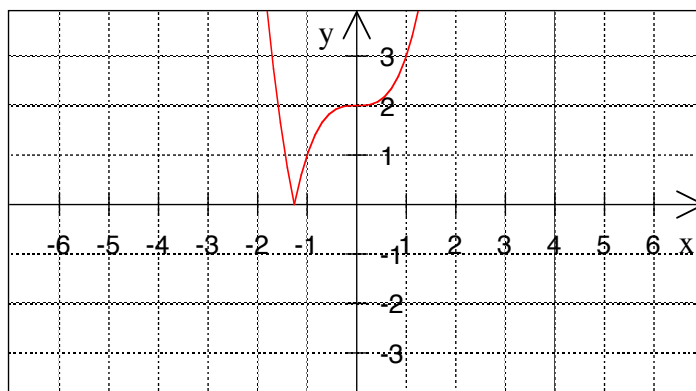


c)  $y = |x^3 + (-2)|$



$$y = |x^3 + (-2)|$$

d)  $y = |x^3 + |-2||$



$$y = |x^3 + |-2||$$

### 13 Der absolute Betrag

a)  $|5 - x| = 2$

b)  $|x - 5| = 2$

#### Ergebnis

a)  $\{3, 7\}$

b)  $\{3, 7\}$

### 14 Ungleichung mit absolutem Betrag

Welche Werte von  $x$  erfüllen die Ungleichung?

a)  $|x - 5| < 2$

b)  $|x - 5| > 2$

#### Ergebnis

a)  $x \in ]3, 7[$

b)  $x \in ]-\infty, 3[ \cup ]7, \infty[$

**15 Abstände**

Welche reellen Zahlen haben auf der Zahlengeraden

- a) von 7 höchstens den Abstand 3?
- b) von 3 höchstens den Abstand 7?
- c) von  $-7$  mindestens den Abstand 3?
- d) von 7 höchstens den Abstand 7?

**Ergebnis**

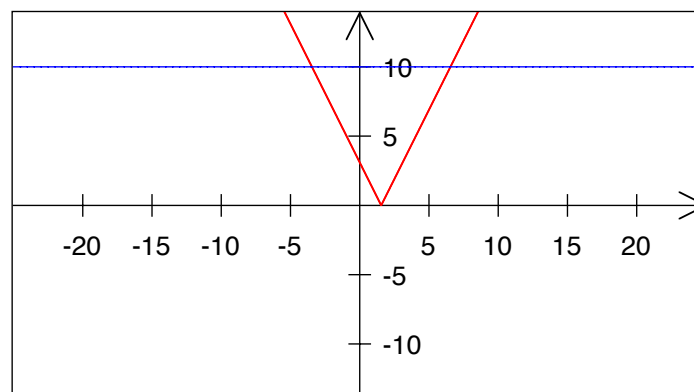
- a)  $x \in [4, 10]$
- b)  $x \in [-4, 10]$
- c)  $x \in ]-\infty, -10] \cup [-4, \infty[$
- d)  $x \in [0, 14]$

**16 Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen**

- a)  $2|-1.55 + x| = 10$
- b)  $2|-1.55 + x| = -10$
- c)  $2|-1.55 + x| < -10$
- d)  $2|-1.55 + x| > -10$

**Ergebnis**

- a)  $\{-3.45, 6.55\}$
- b) Keine Lösung
- c) Keine Lösung
- d)  $x \in \mathbb{R}$



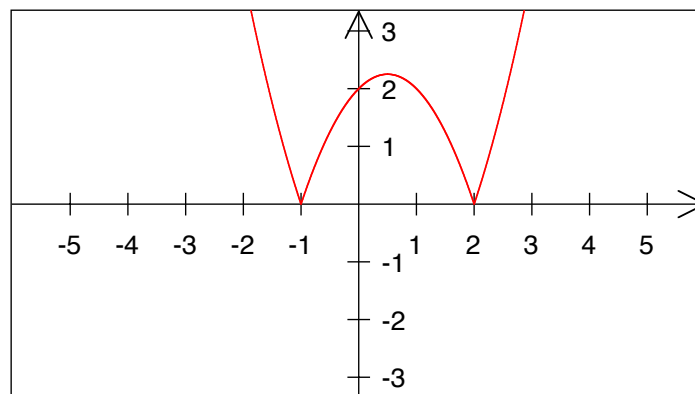
$$f(x) = 2|-1.55 + x|$$

**17 Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen**

a)  $|2 - x| |1 + x| = 0$

b)  $|2 - x| |1 + x| > 0$

c)  $|2 - x| |1 + x| < 0$

**Ergebnis**

$$y = f(x) = |2 - x| |1 + x|$$

a)  $\{-1, 2\}$

b)  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

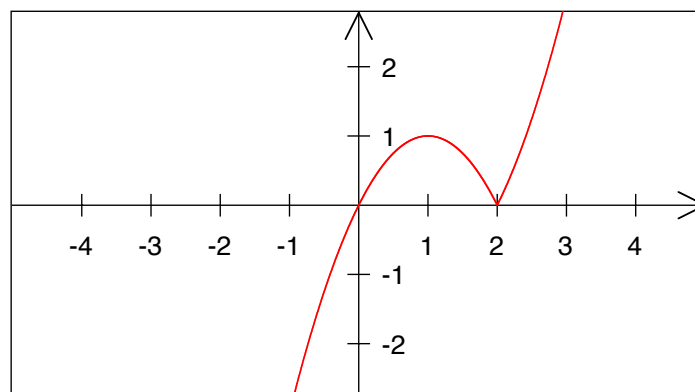
c) Keine Lösung

**18 Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen**

a)  $x |x - 2| = 0$

b)  $x |x - 2| > 0$

c)  $x |x - 2| < 0$

**Ergebnis**

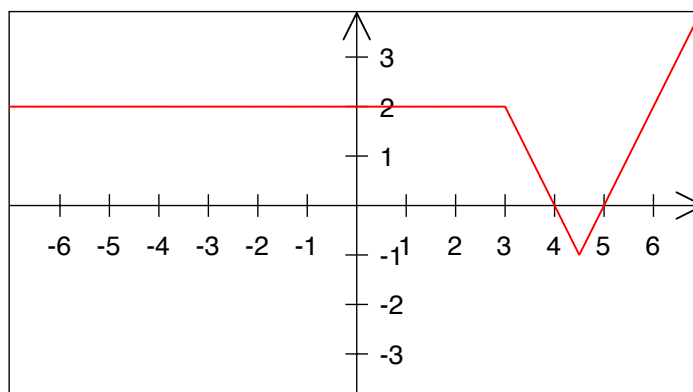
$$y = f(x) = x|x - 2|$$

- a)  $\{0, 2\}$   
 b)  $x \in ]0, 2[ \cup ]2, \infty[$   
 c)  $x \in ]-\infty, 0[$

### 19 Gleichungen und Ungleichungen mit Beträgen

- a)  $|6 - x - |3 - x|| - 1 = 0$   
 b)  $|6 - x - |3 - x|| - 1 > 0$   
 c)  $|6 - x - |3 - x|| - 1 < 0$

### Ergebnis



$$y = f(x) = |6 - x - |3 - x|| - 1$$

- a)  $\{4, 5\}$   
 b)  $x \in ]-\infty, 4[ \cup ]5, \infty[$   
 c)  $x \in ]4, 5[$

### Bearbeitung

a)  $|6 - x - |3 - x|| - 1 = 0$

$$|6 - x - |3 - x|| - 1 = 0$$

$$|6 - x - |3 - x|| = 1$$

$$6 - x - |3 - x| = \pm 1$$

$$-x - |3 - x| = \begin{cases} -5 \\ -7 \end{cases}$$

### Fallunterscheidung

(i)  $-x - |3 - x| = -5$

$$\begin{aligned} -x - |3 - x| &= -5 \\ -|3 - x| &= x - 5 \\ 3 - x &= \begin{cases} 5 - x \\ x - 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Fallunterscheidung

(i.i)  $3 - x = 5 - x$  Widerspruch, keine Lösung(i.ii)  $3 - x = x - 5 \Rightarrow x = 4$ (ii)  $-x - |3 - x| = -7$ 

$$\begin{aligned} -x - |3 - x| &= -7 \\ -|3 - x| &= x - 7 \\ 3 - x &= \begin{cases} 7 - x \\ x - 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Fallunterscheidung

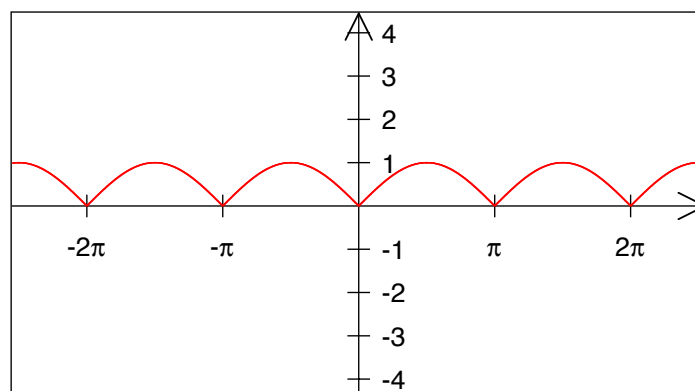
(ii.i)  $3 - x = 7 - x$  Widerspruch, keine Lösung(ii.ii)  $3 - x = x - 7 \Rightarrow x = 5$ 

Die Funktion  $y = f(x) = |6 - x - |3 - x|| - 1$  hat somit die Nullstellen  $\{4, 5\}$ . Nun kann exemplarisch geprüft werden, in welchen Bereichen außerhalb dieser Nullstellen die Funktion positiv oder negativ ist.

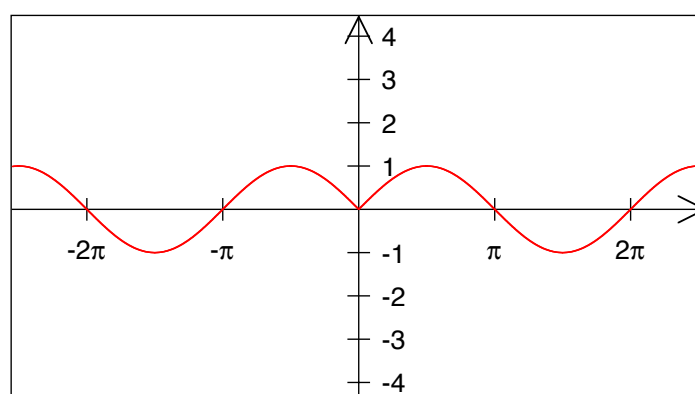
## 20 Funktionen mit Beträgen

Wie sehen die Graphen folgender Funktionen aus (Skizzen):

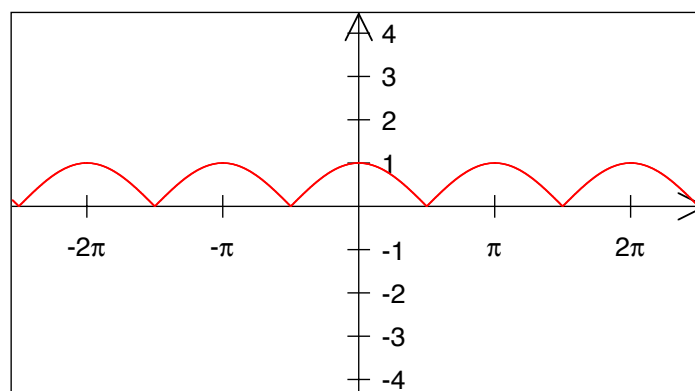
- a)  $f(t) = |\sin(t)|$
- b)  $g(t) = \sin(|t|)$
- c)  $h(t) = |\cos(t)|$
- d)  $i(t) = \cos(|t|)$

**Ergebnis**

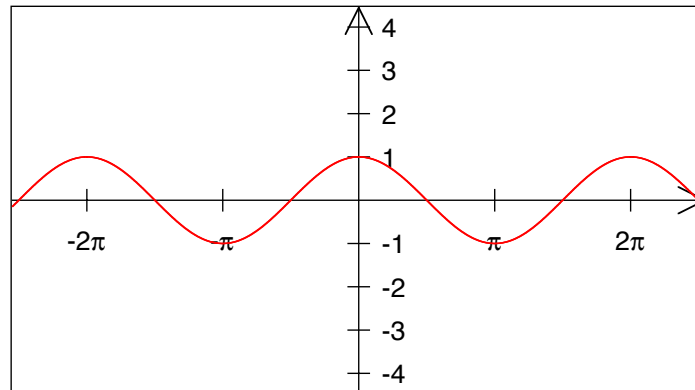
a)  $f(t) = |\sin(t)|$



b)  $g(t) = \sin(|t|)$



c)  $h(t) = |\cos(t)|$



d)  $i(t) = \cos(|t|)$