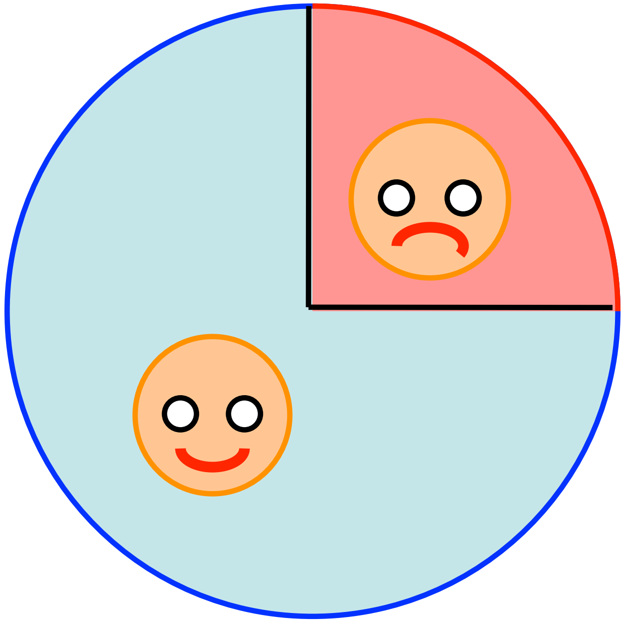


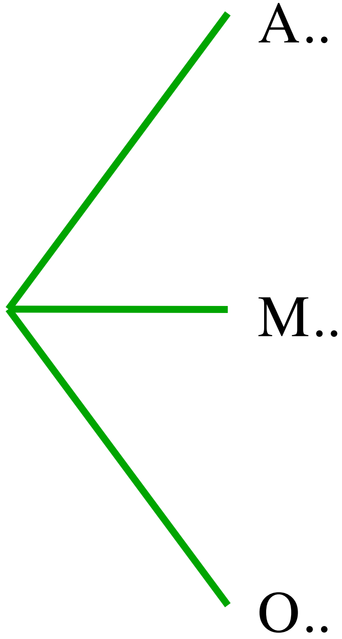
Modul 205: Binomialverteilung

Kurzzug durch die Kombinatorik

Kurzzug durch die Kombinatorik

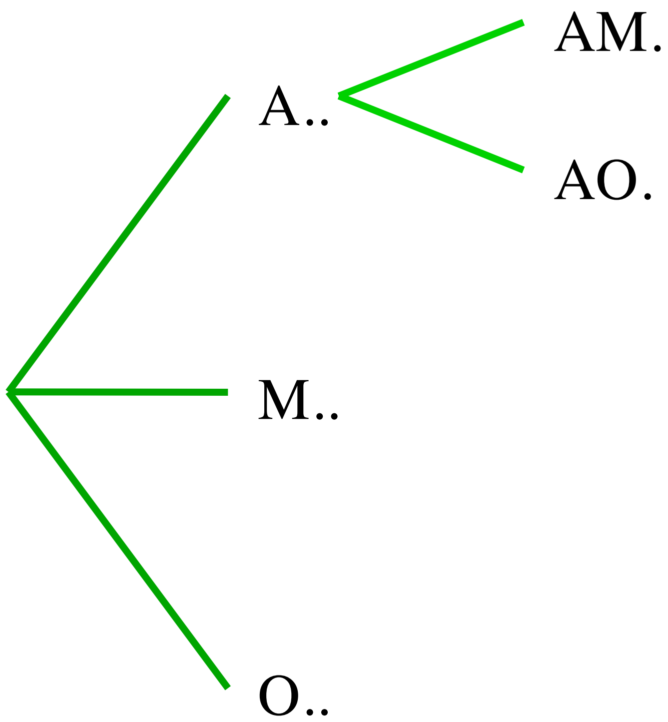
\# Wörter mit $\{A, M, O\}$?

Kurzzug durch die Kombinatorik
Wörter mit {A, M, O} ?



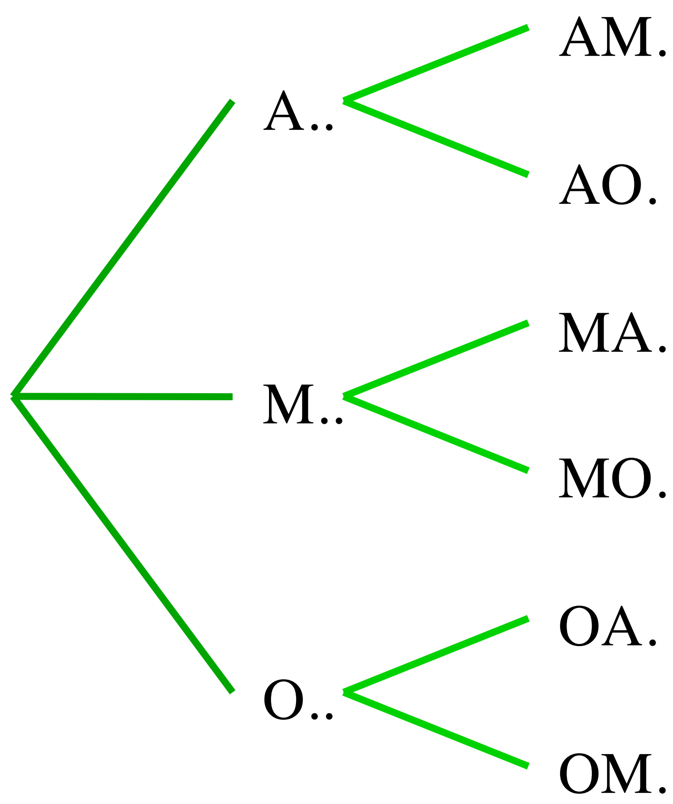
3

Kurzzug durch die Kombinatorik
Wörter mit {A, M, O} ?



3

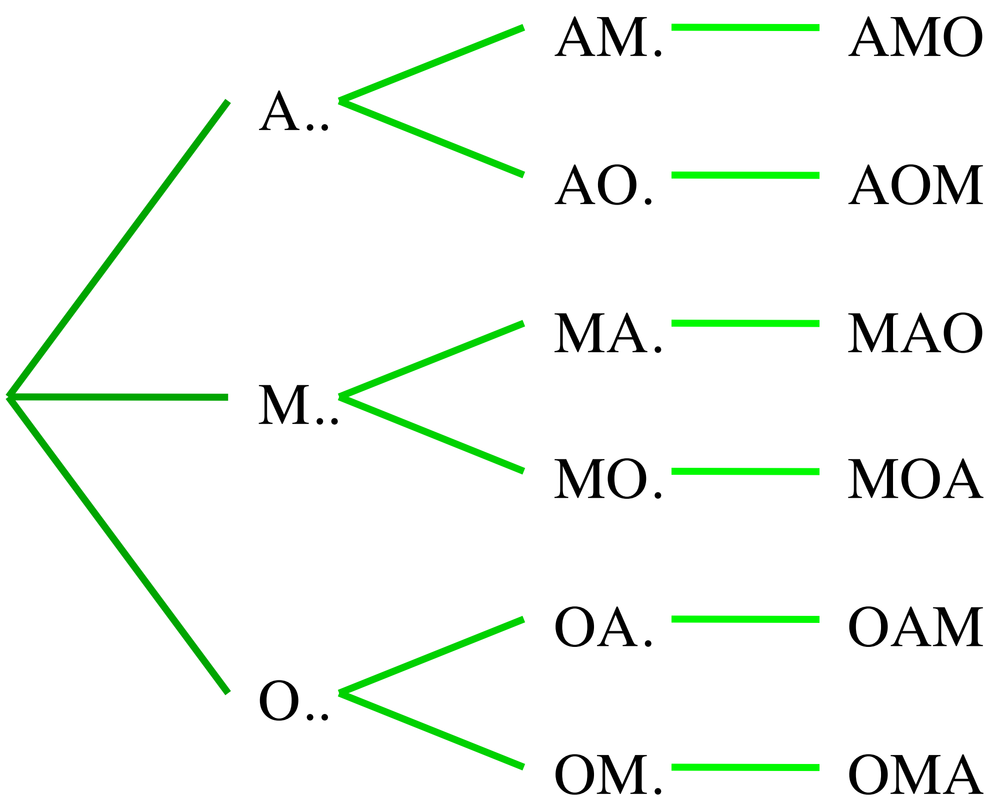
Kurzzug durch die Kombinatorik
Wörter mit {A, M, O} ?



3 * 2

Kurzzug durch die Kombinatorik

Wörter mit {A, M, O} ?



$3 \quad * \quad 2 \quad * \quad 1 \quad = 3! = 6$

n Elemente können

auf $n!$ Arten

in eine Reihenfolge gebracht werden.

Es gibt $n!$ Permutationen von n Elementen

Kurzzug durch die Kombinatorik

n	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800

n	$n!$
10	3628800
11	39916800
12	479001600
13	6227020800
14	87178291200
15	1307674368000
16	20922789888000
17	355687428096000
18	6402373705728000
19	121645100408832000
20	2432902008176640000

Kurzzug durch die Kombinatorik

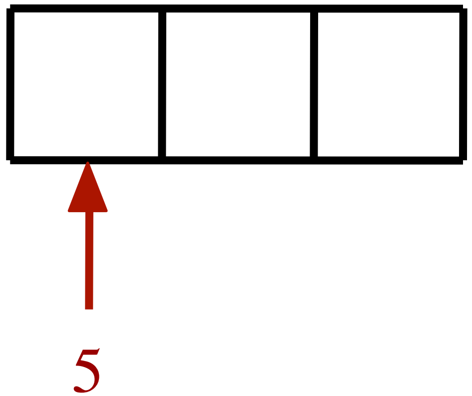
n	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800

Tabelle Seite 1

n	$n!$
10	3628800
11	39916800
12	479001600
13	6227020800
14	87178291200
15	1307674368000
16	20922789888000
17	355687428096000
18	6402373705728000
19	121645100408832000
20	2432902008176640000

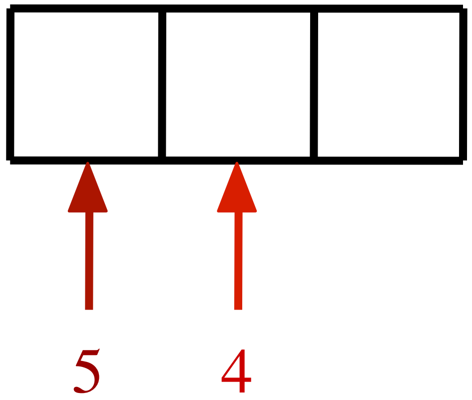
Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



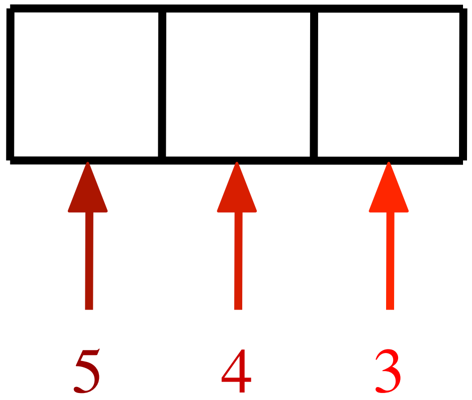
Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



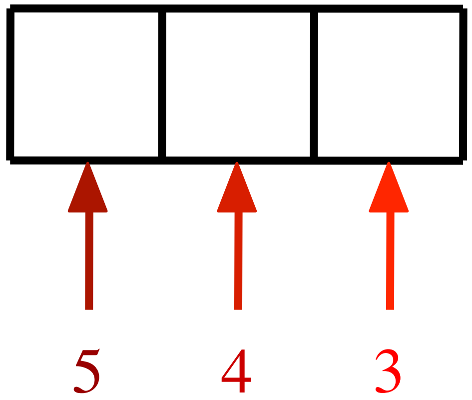
Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



Wer die Wahl hat, hat die Qual

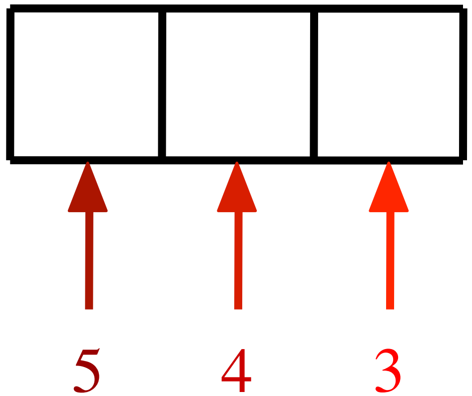
Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



$5 \cdot 4 \cdot 3$

Wer die Wahl hat, hat die Qual

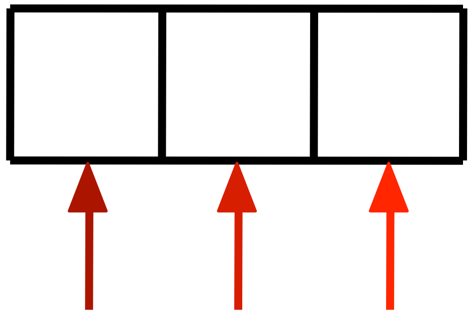
Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



$$5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus {A, M, O, R, E} und anordnen.

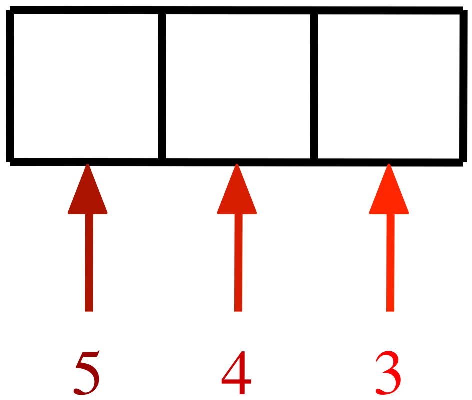


5 4 3

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1}{2{\cdot}1} = \frac{5!}{2!}$$

Wer die Wahl hat, hat die Qual

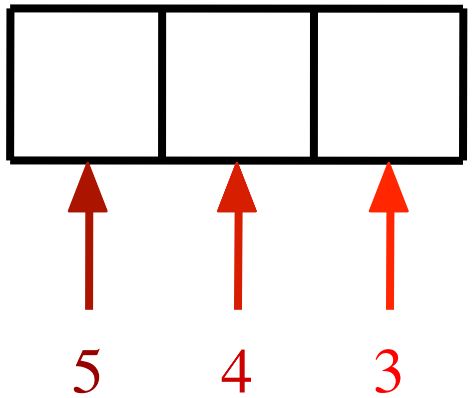
Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



$$5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!}$$

Wer die Wahl hat, hat die Qual

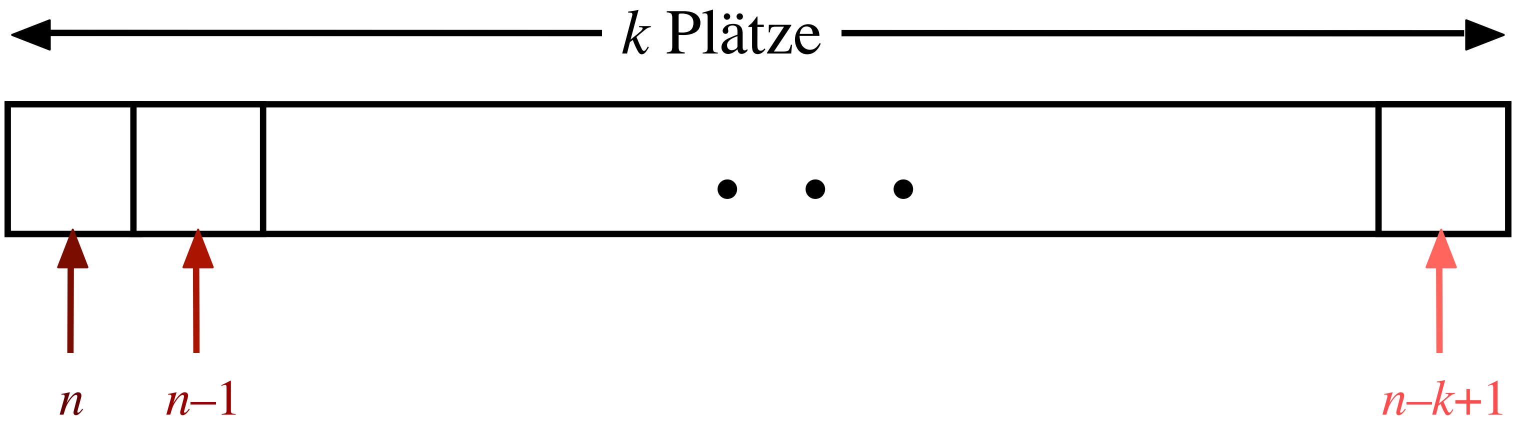
Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.



$$5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

Wer die Wahl hat, hat die Qual

Auswählen und anordnen

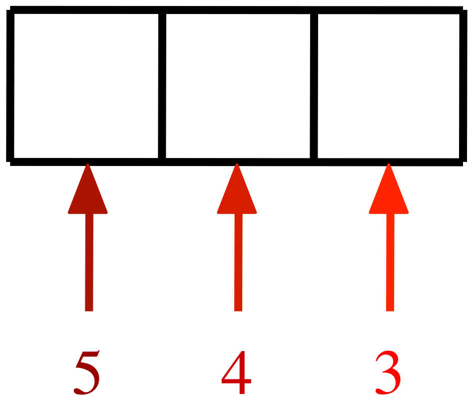


Auswählen und anordnen
\# Möglichkeiten

$$n(n-1)\cdots(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!}$$

Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ und anordnen.

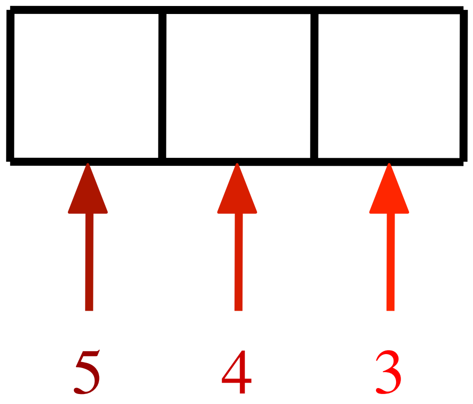


$$5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

Es gibt $3! = 6$ Anordnungsmöglichkeiten.

Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus {A, M, O, R, E} und anordnen.



$$5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{5!}{2!} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

Es gibt 3! = 6 Anordnungsmöglichkeiten.

Verzicht auf Ordnung:

Durch 3!=6 dividieren

10 Auswahlmöglichkeiten

Wer die Wahl hat, hat die Qual

Drei aus $\{A, M, O, R, E\}$ ohne anordnen.

$$\frac{5\cdot4\cdot3}{1\cdot2\cdot3} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{1\cdot2\cdot3\cdot2\cdot1} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{120}{6\cdot2} = 10$$

Es gibt $3! = 6$ Anordnungsmöglichkeiten.

Verzicht auf Ordnung:

Durch $3!=6$ dividieren

10 Auswahlmöglichkeiten

Wer die Wahl hat, hat die Qual

Aus n deren k auswählen:

$$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot \cdots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

" n tief k "

" n choose k "

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Tabelle Seite 2

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

$$\binom{5}{3} = 10$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Binomische Formel

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Binomische Formel

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

$$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$$

$$(a+b)^6 = 1a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1b^6$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Binomische Formel

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

$$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$$

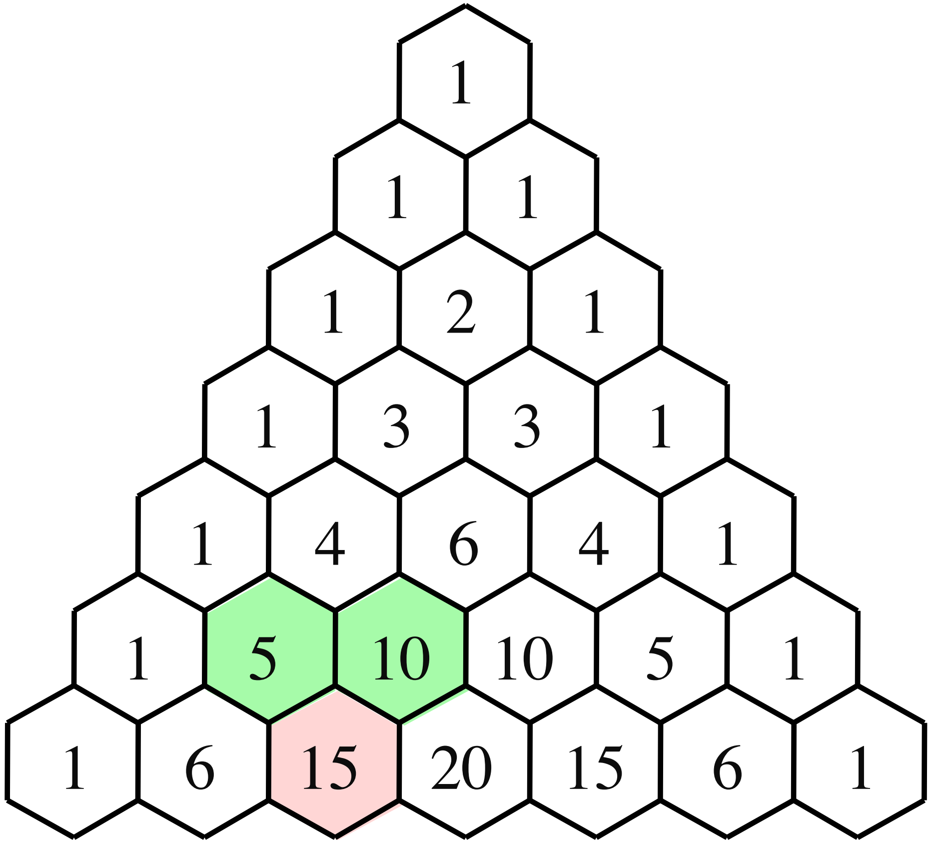
$$(a+b)^6 = 1a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1b^6$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Pascalsches Dreieck

Blaise Pascal, 1623-1662



Kopf oder Zahl

Erfolg oder Misserfolg

Mädchen oder Knabe

To be or not to be

1 oder 0

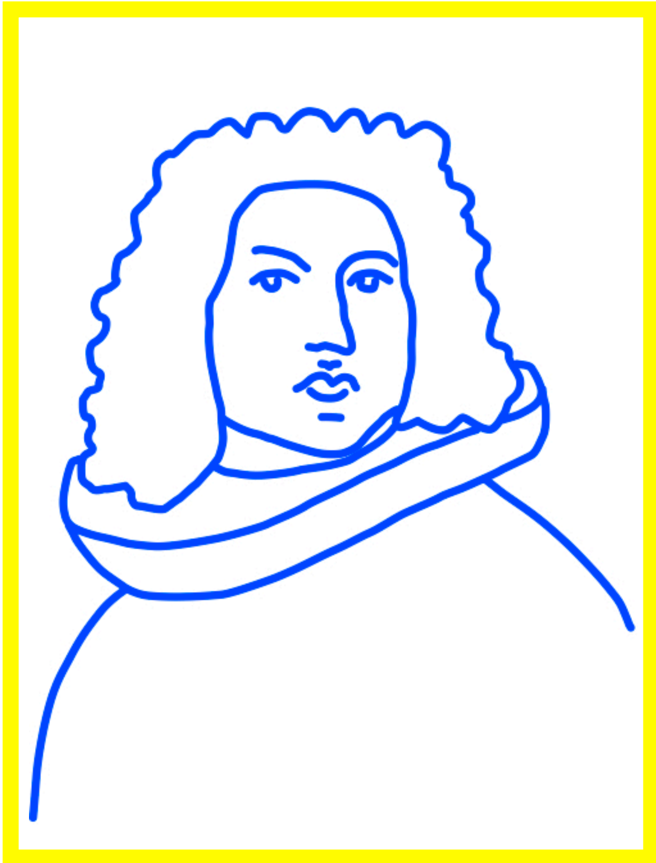
Er liebt mich / liebt mich nicht

Genau zwei möglichen Ausgänge:

Bernoulli-Experiment

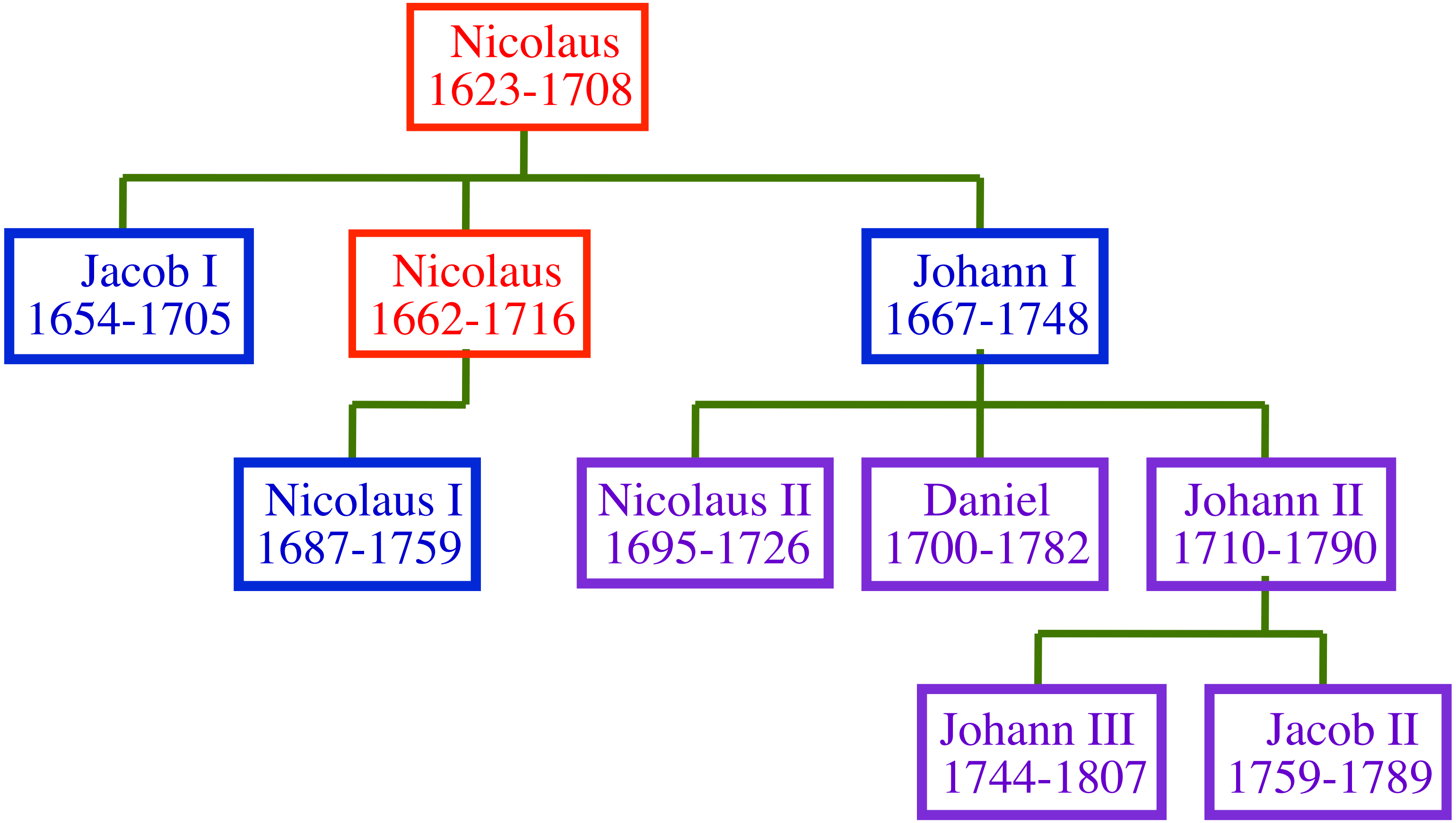
Jacob Bernoulli, 1655 - 1705

Original in der Aula des Museums der Kulturen



Jacob Bernoulli, 1655 - 1705

Bernoulli


Nicolaus
1623-1708
Jacob I
1654-1705
Nicolaus
1662-1716
Johann I
1667-1748
Nicolaus I
1687-1759
Nicolaus II
1695-1726
Daniel
1700-1782
Johann II
1710-1790
Johann III
1744-1807
Jacob II
1759-1789

Genau zwei möglichen Ausgänge:

Bernoulli-Experiment

Beispiel: Würfelwurf:

Fünf oder nicht fünf

Genau zwei möglichen Ausgänge:

Bernoulli-Experiment

Beispiel: Würfelwurf:

Fünf oder nicht fünf

$$\boxed{p = P\left(\text{Erfolg}\right) = \frac{1}{6}}$$

Bernoulli-Kette:

Folge von *gleichen* Bernoulli-Experimenten.

Beispiel:
Wir werfen einen Würfel vier Mal hintereinander.
„Erfolg“ ist jeweils die Augenzahl fünf.

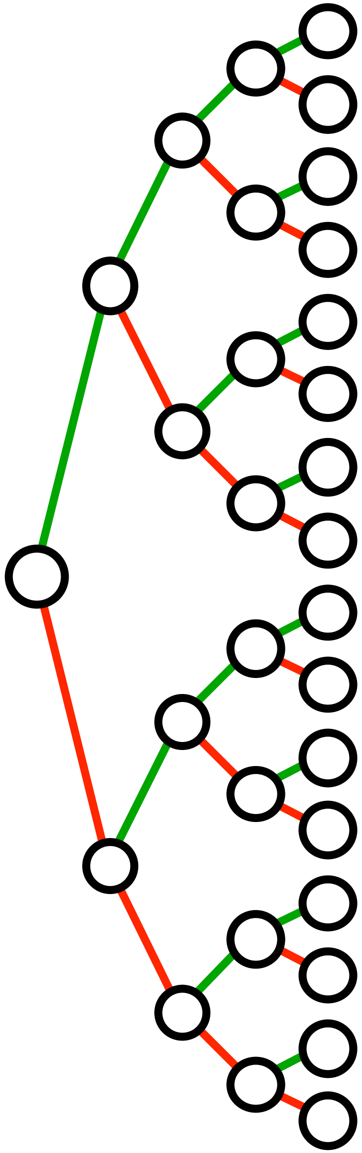
$$p = P\left(\text{Erfolg}\right) = \frac{1}{6}$$

Binärer Baum

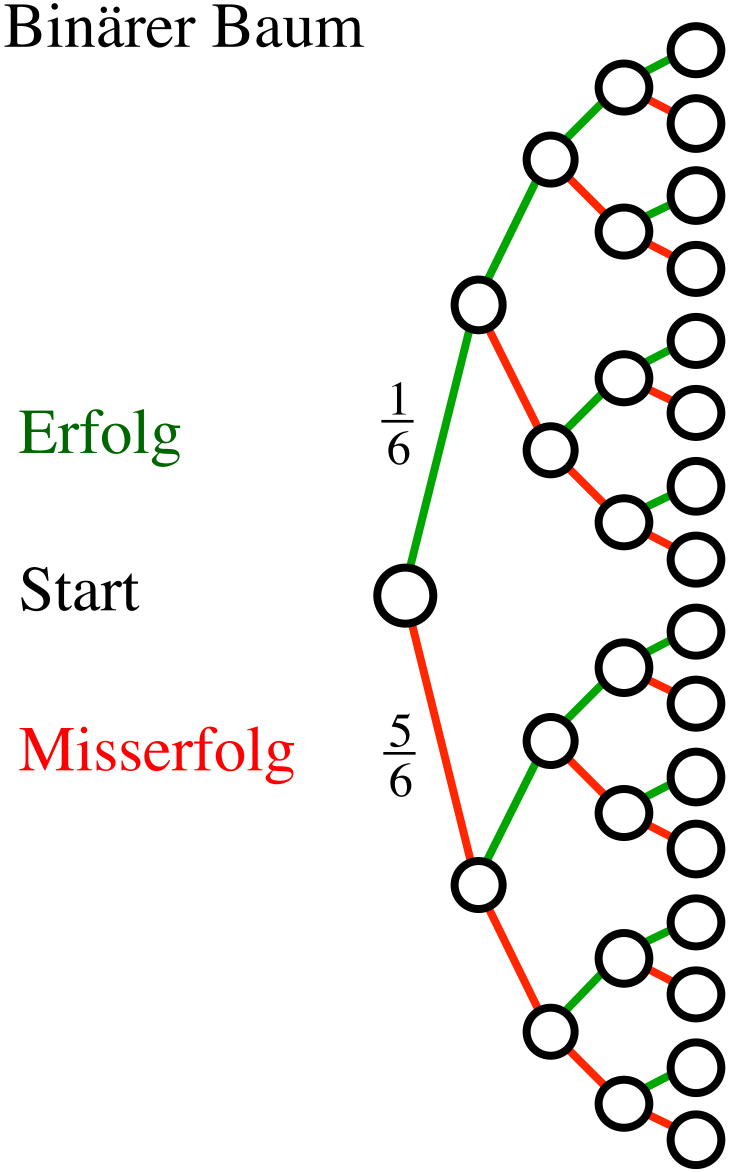
Erfolg

Start

Misserfolg



Binärer Baum

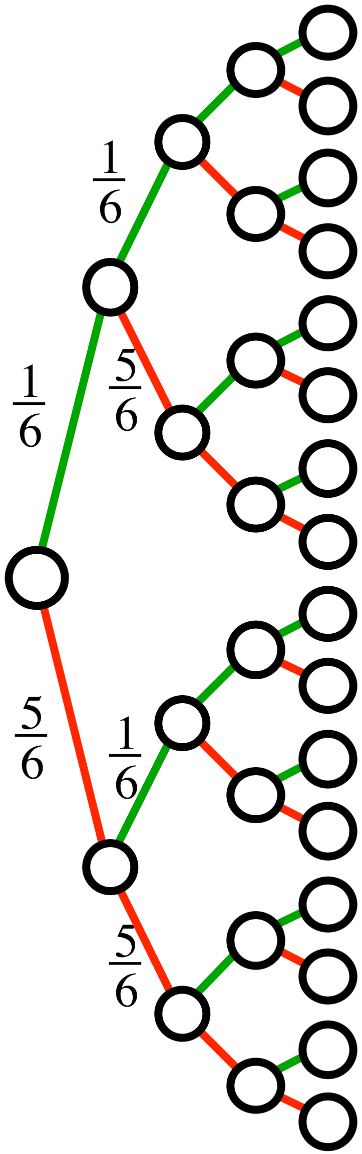


Binärer Baum

Erfolg

Start

Misserfolg

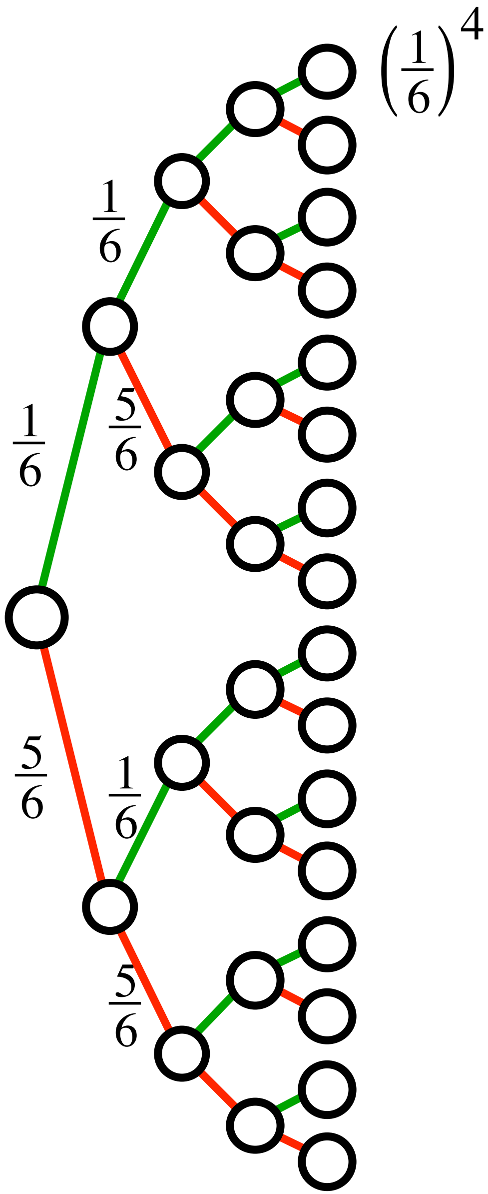


Binärer Baum

Erfolg

Start

Misserfolg



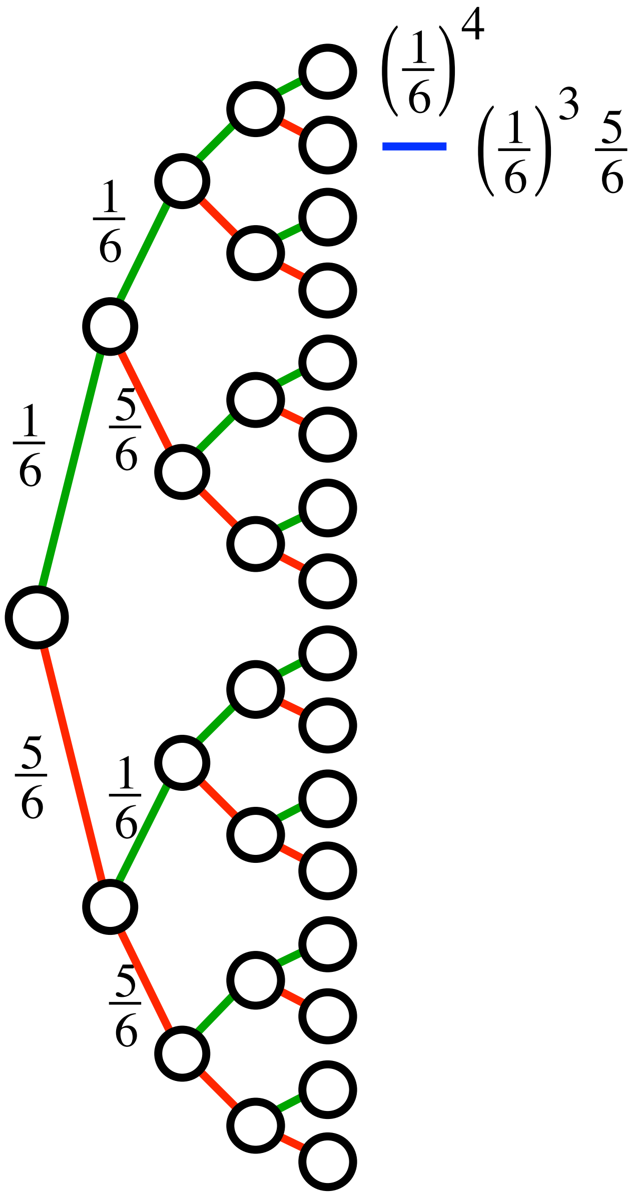
Vier mal Erfolg

Binärer Baum

Erfolg

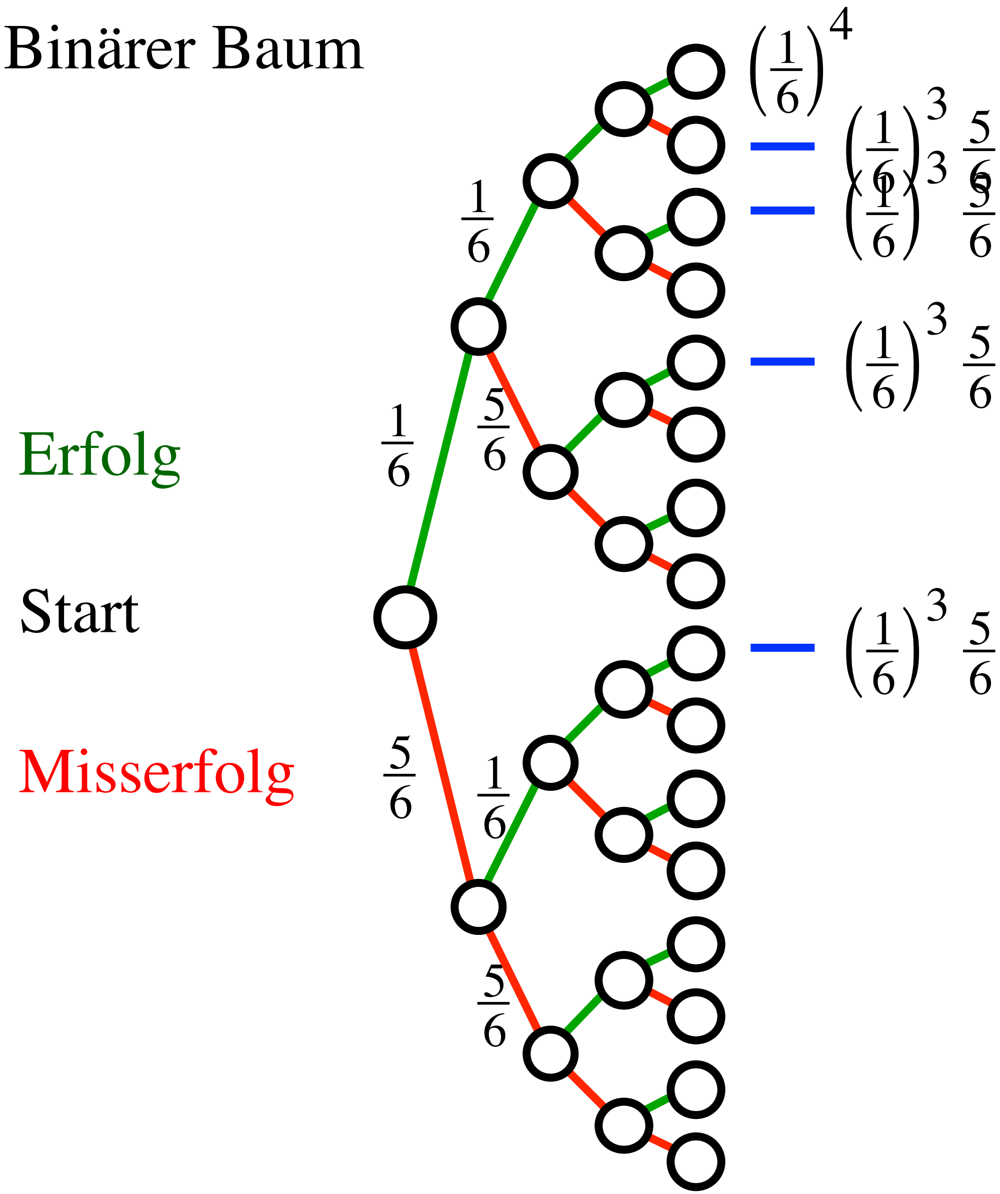
Start

Misserfolg

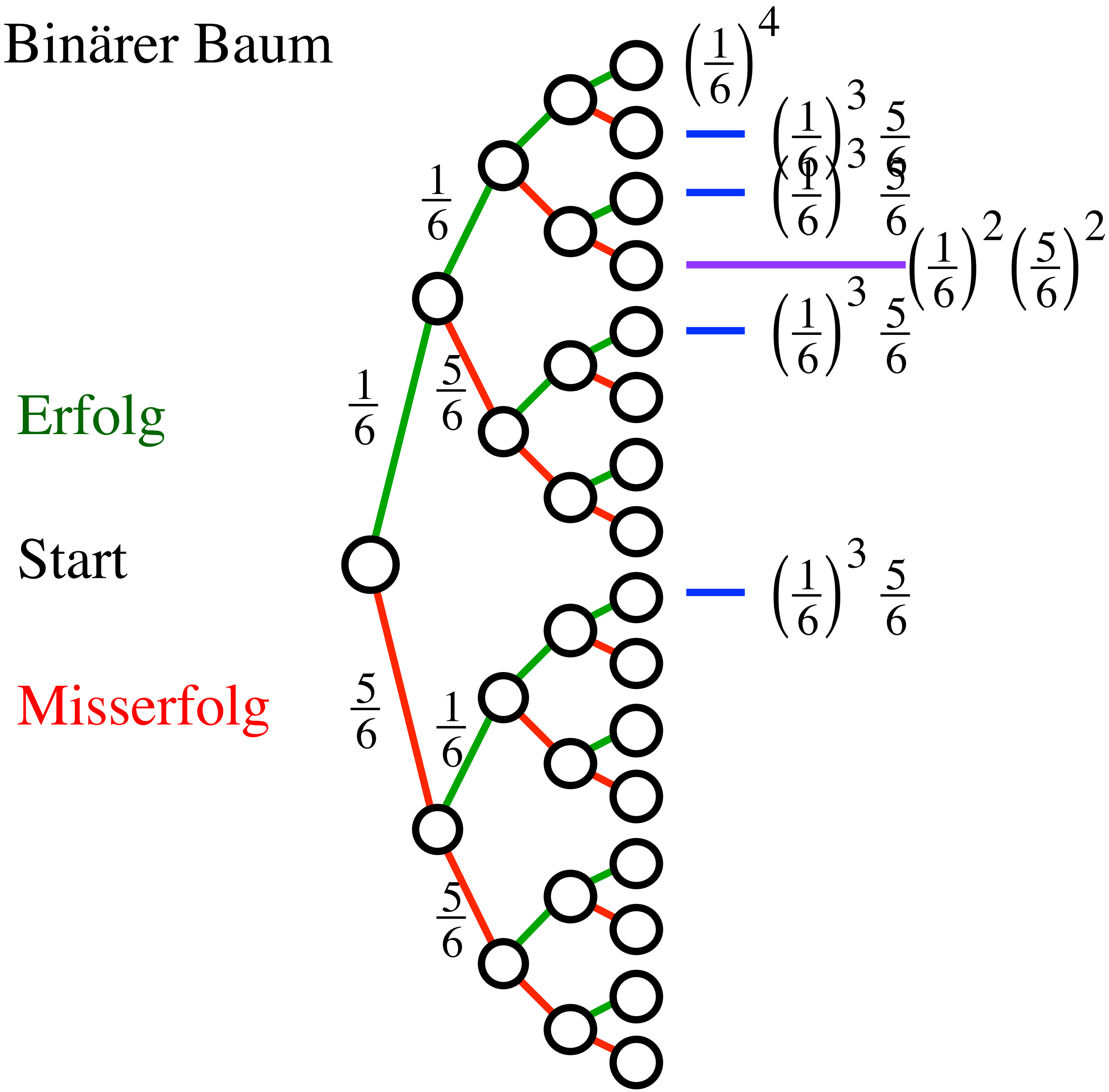


Drei mal Erfolg,
ein Misserfolg

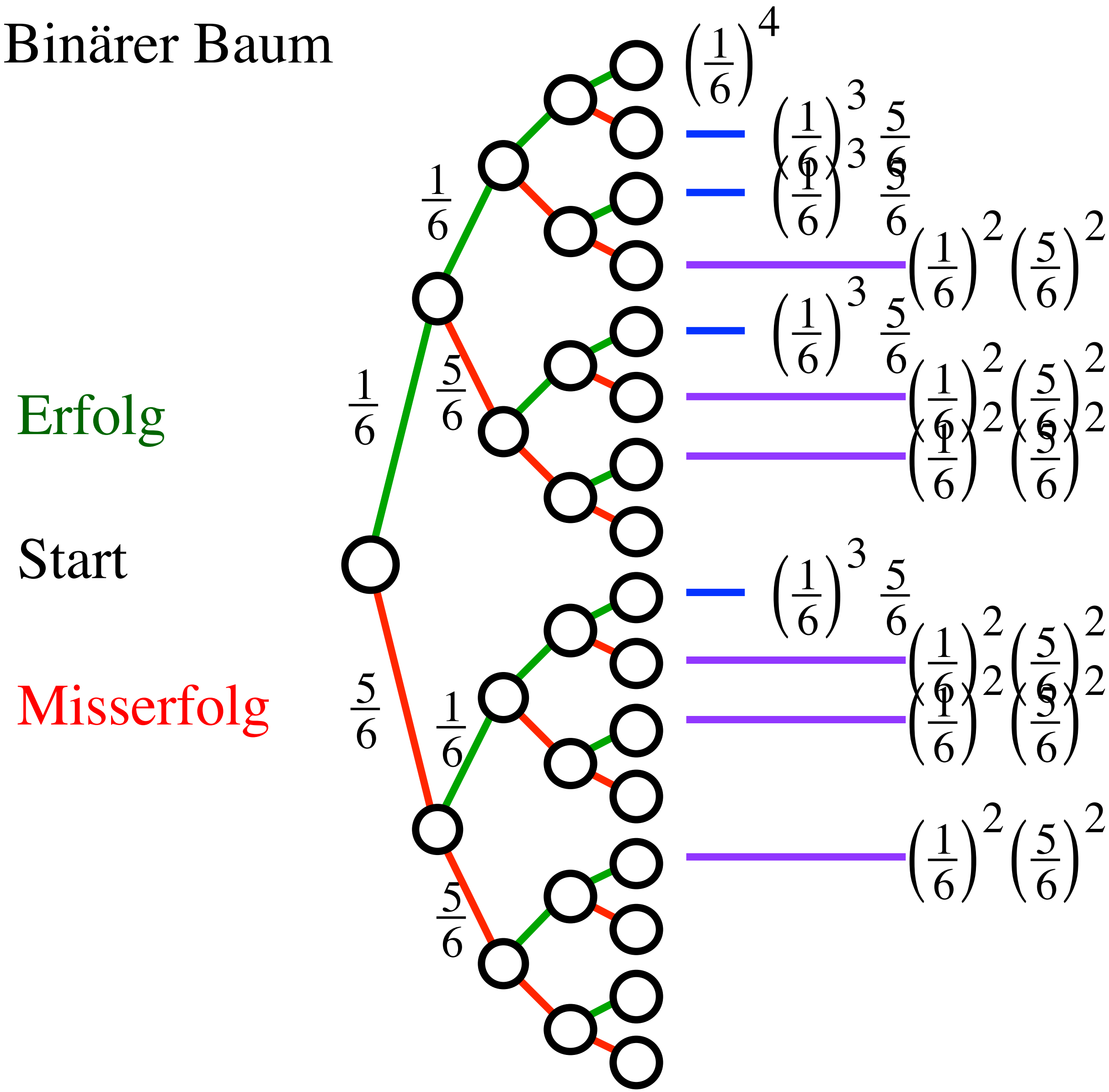
Binärer Baum



Binärer Baum



Binärer Baum

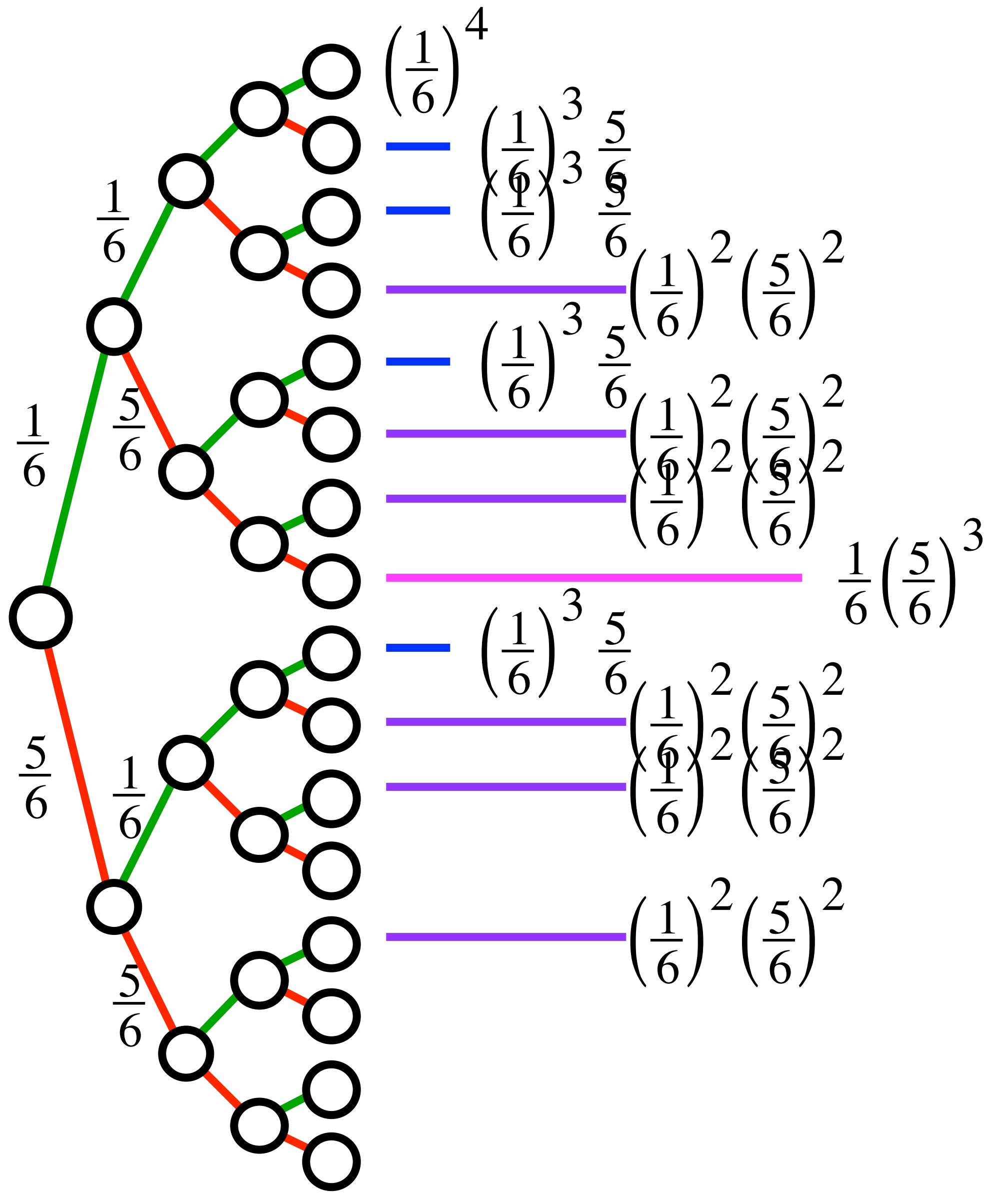


Binärer Baum

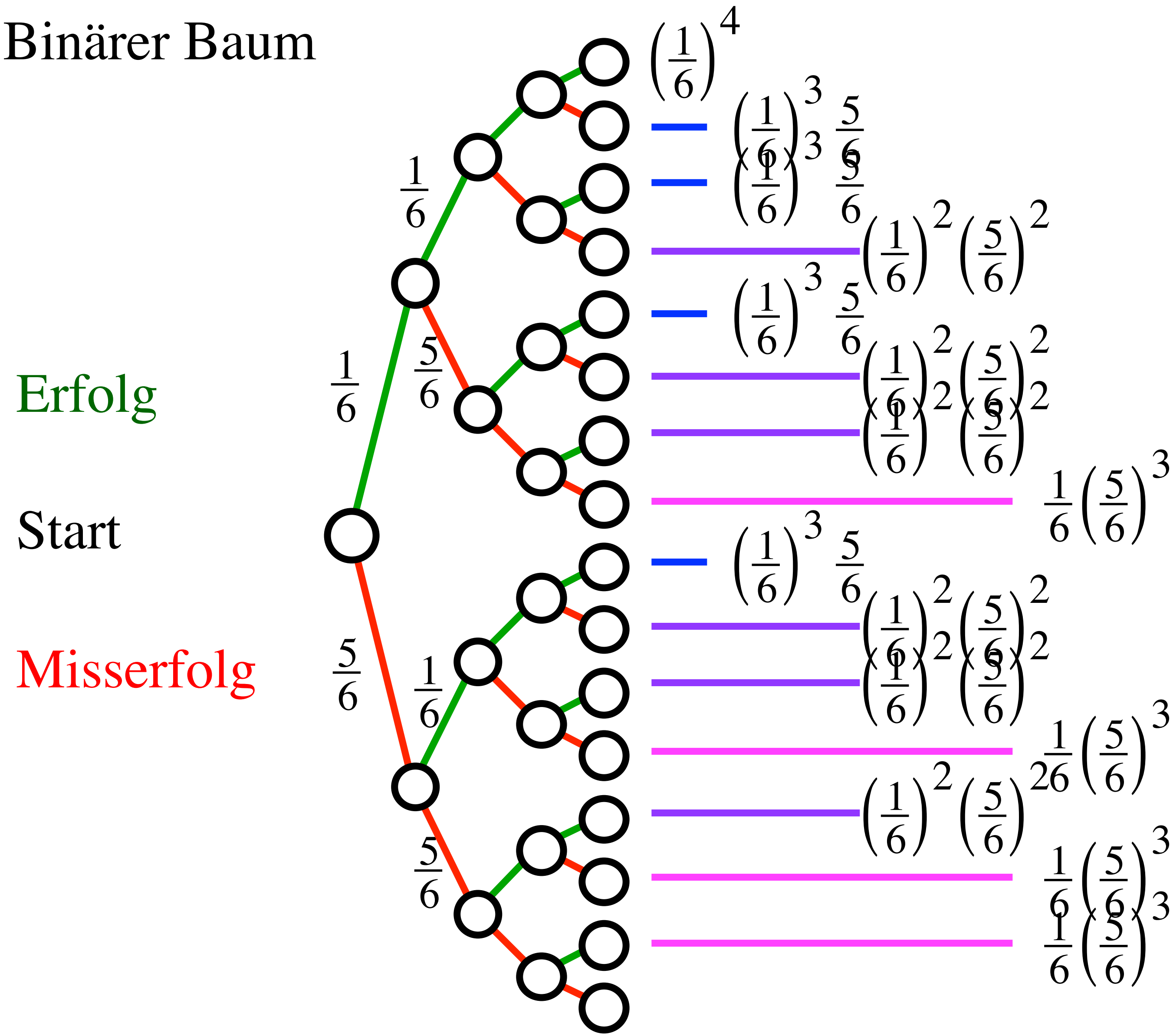
Erfolg

Start

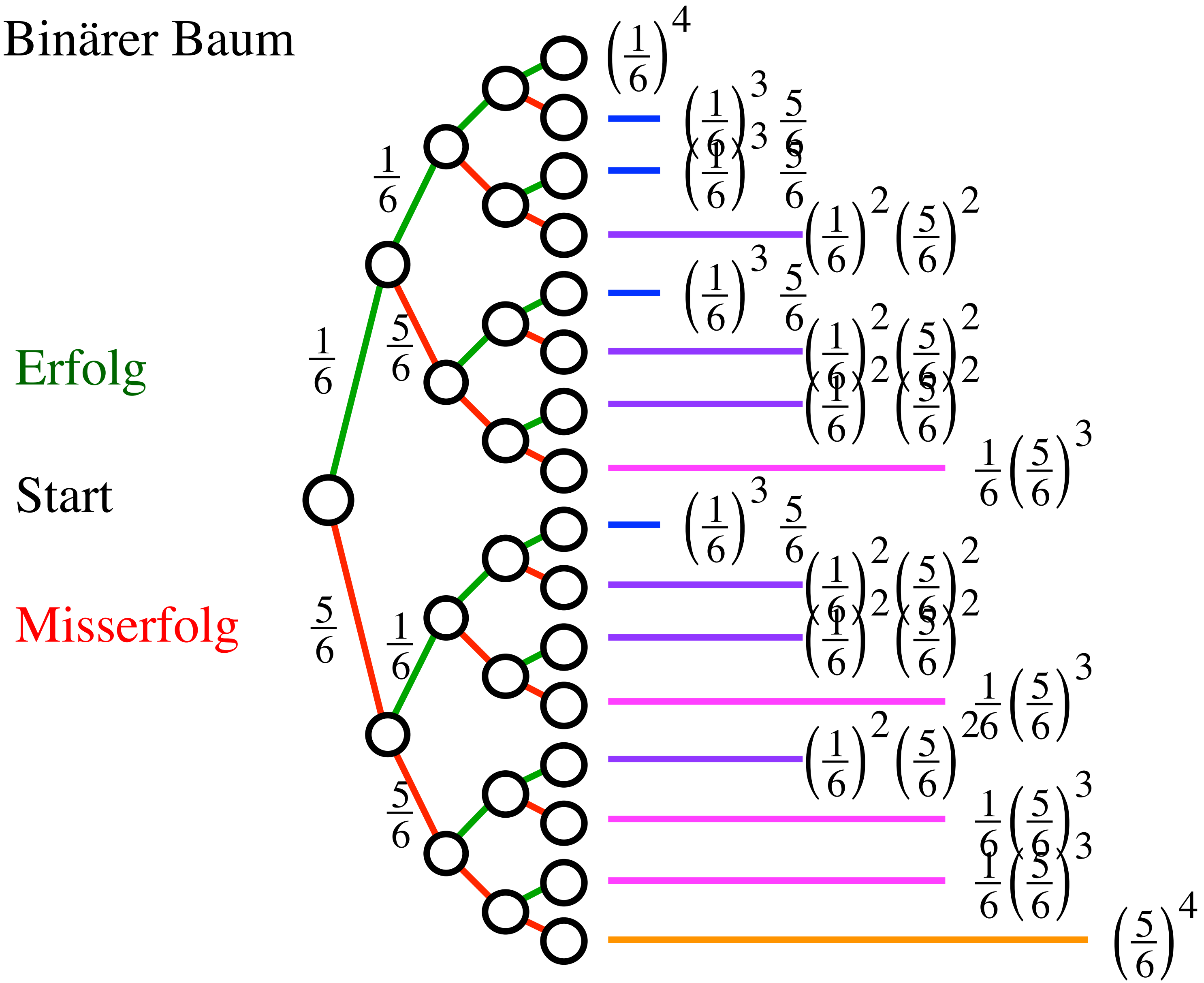
Misserfolg



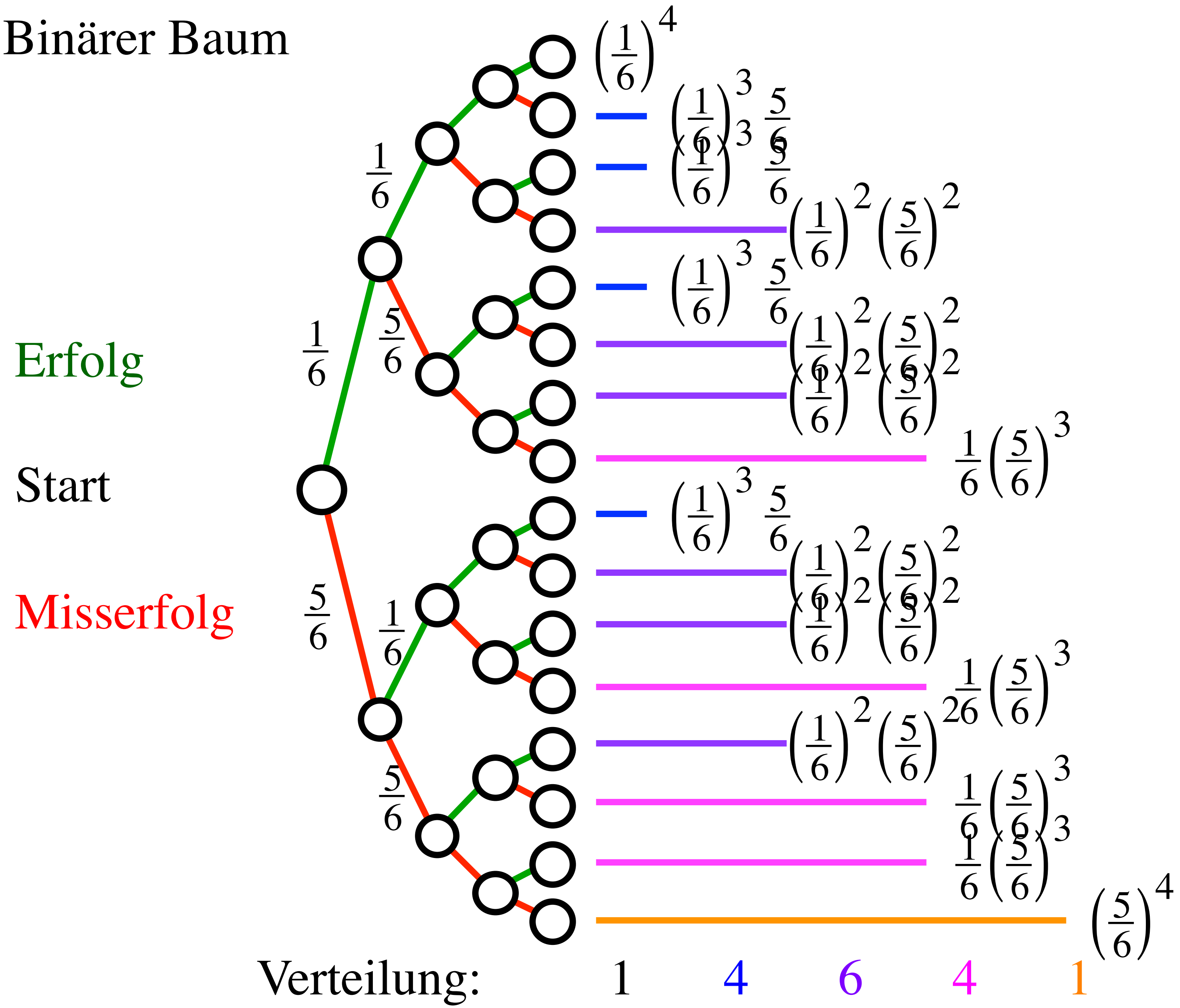
Binärer Baum



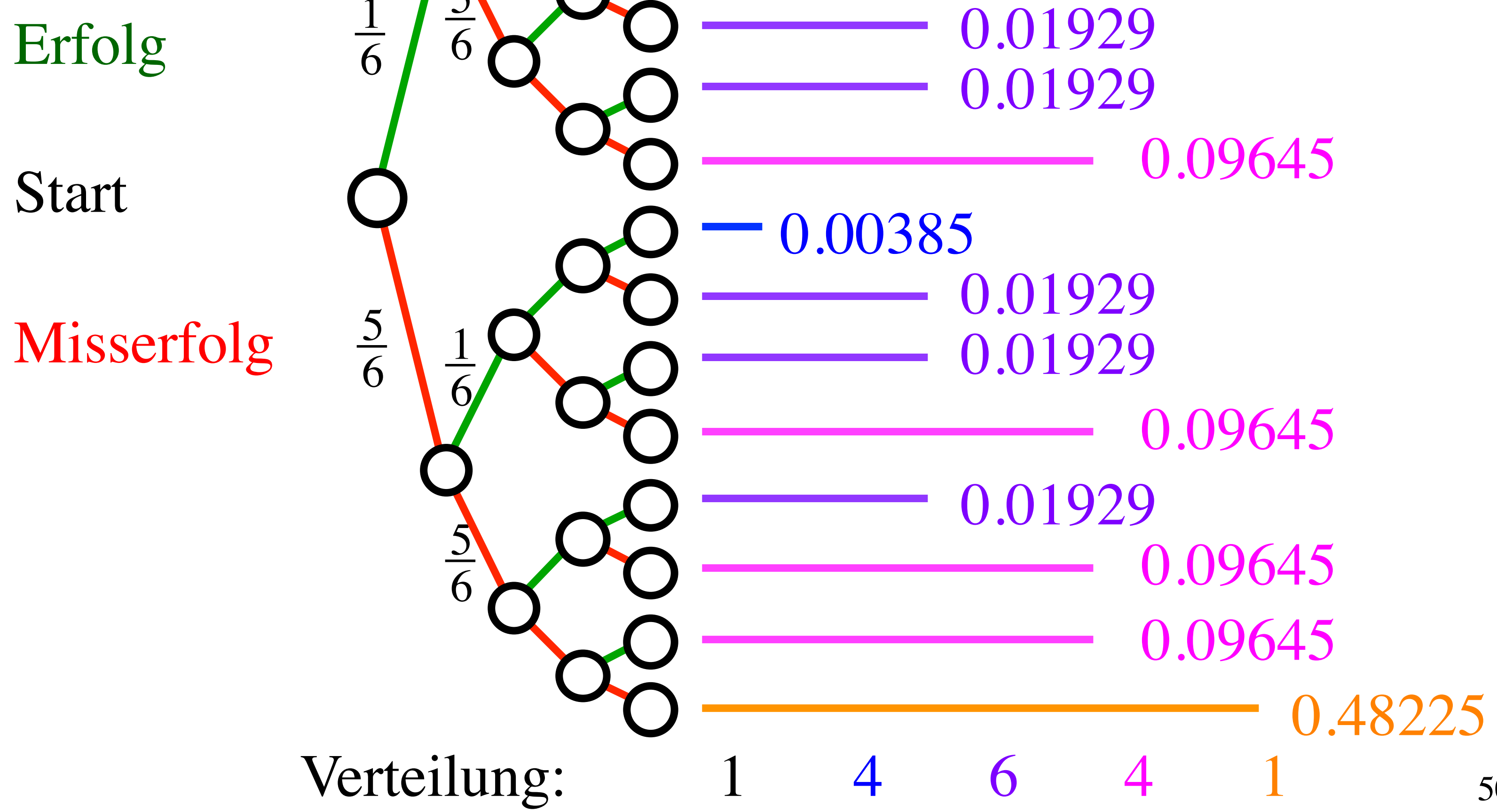
Binärer Baum



Binärer Baum



Binärer Baum



k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0		
1		
2		
3		
4		

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0	1	
1	4	
2	6	
3	4	
4	1	

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(\,k\,)$
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4$
1	4	
2	6	
3	4	
4	1	

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4$
1	4	$4 \cdot \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^3$
2	6	$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2$
3	4	$4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6}$
4	1	$\left(\frac{1}{6}\right)^4$

Binomialverteilung

$$\boxed{P_4(k) = \binom{4}{k}\left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{4-k}}$$

Binomialverteilung

$$\boxed{P_4(k) = \binom{4}{k}\left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{4-k}}$$

Anzahl Versuche

Binomialverteilung

Anzahl Erfolge

$$\boxed{P_4(k) = \binom{4}{k}\left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{4-k}}$$

Anzahl Versuche

Binomialverteilung

Anzahl Erfolge

$$P_4(k) = \binom{4}{k}\left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{4-k}$$

Anzahl Versuche

Binomialkoeffizient

Binomialverteilung

Anzahl Erfolge

Erfolgswahrscheinlichkeit
im Einzelversuch

$$P_4(k) = \binom{4}{k}\left(\frac{1}{6}\right)^k\left(\frac{5}{6}\right)^{4-k}$$

Anzahl Versuche

Binomialkoeffizient

Binomialverteilung

Anzahl Erfolge

Erfolgswahrscheinlichkeit
im Einzelversuch

$$P_4(k) = \binom{4}{k}\left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{4-k}$$

Anzahl Versuche

Binomialkoeffizient

Misserfolgswahrscheinlichkeit
im Einzelversuch

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4$
1	4	$4 \cdot \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^3$
2	6	$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2$
3	4	$4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6}$
4	1	$\left(\frac{1}{6}\right)^4$

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.48225$
1	4	$4 \cdot \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0.38580$
2	6	$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0.11574$
3	4	$4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6} \approx 0.01543$
4	1	$\left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0.00077$

Tabelle Seite 4

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(\ k\ )$	
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.48225$	0.482
1	4	$4 \cdot \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0.38580$	0.386
2	6	$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0.11574$	0.116
3	4	$4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6} \approx 0.01543$	0.015
4	1	$\left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0.00077$	0.001

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.48225$
1	4	$4 \cdot \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0.38580$
2	6	$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0.11574$
3	4	$4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6} \approx 0.01543$
4	1	$\left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0.00077$

Summe ≈ 0.99999

k= #Erfolge	# Fälle	$P_4(k)$
0	1	$\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0.48225$
1	4	$4 \cdot \frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0.38580$
2	6	$6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0.11574$
3	4	$4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6} \approx 0.01543$
4	1	$\left(\frac{1}{6}\right)^4 \approx 0.00077$

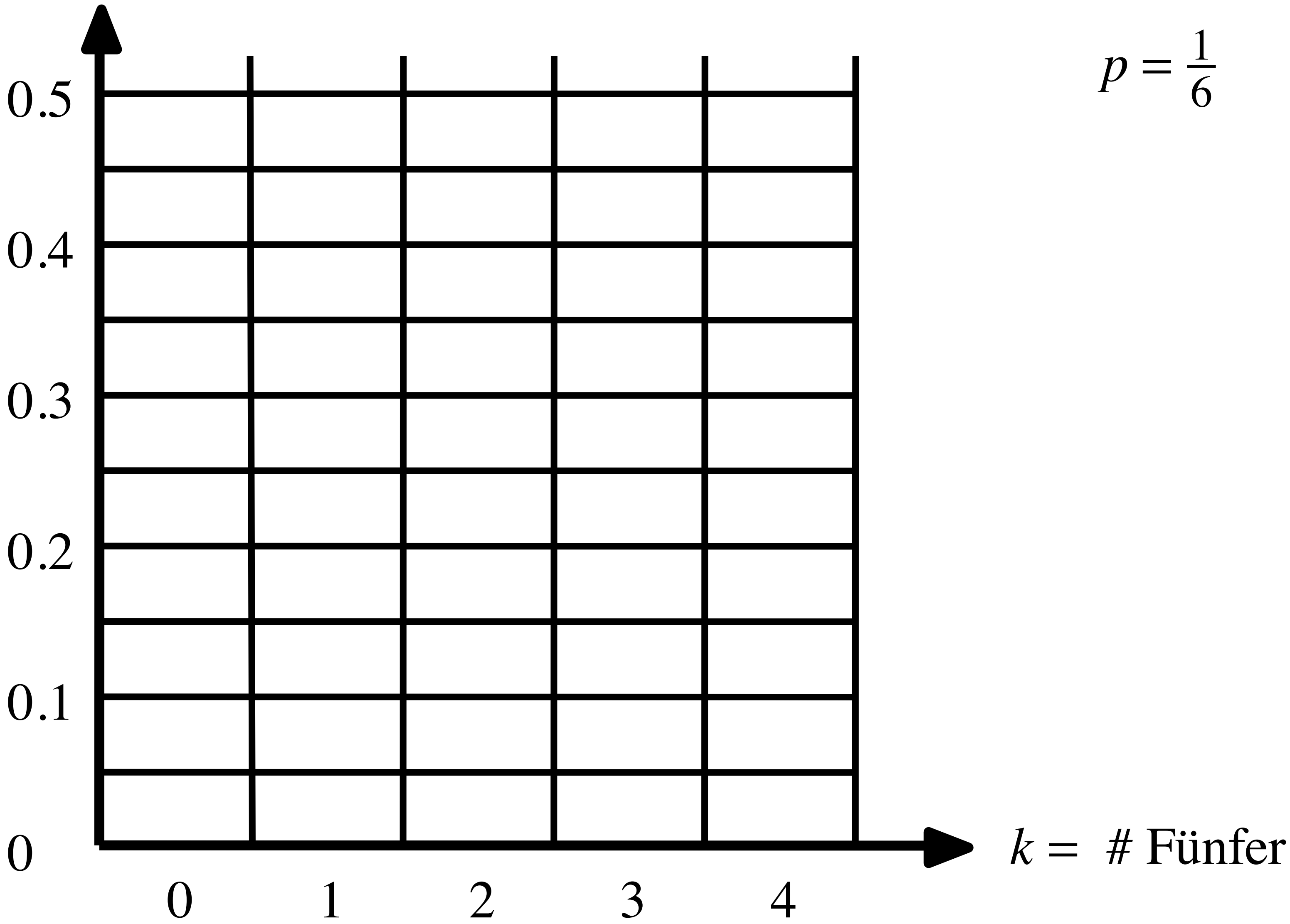
Summe = 1

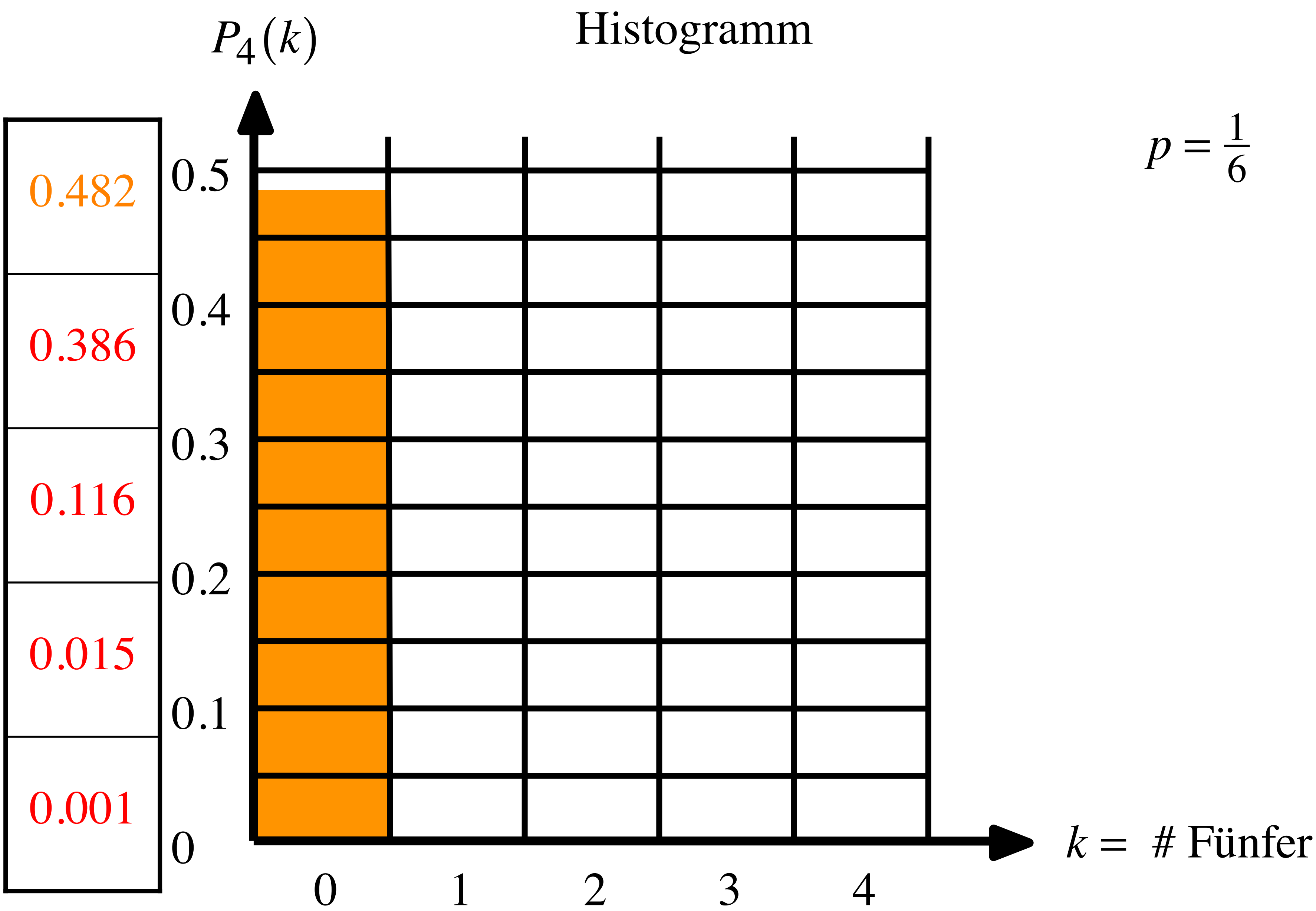
Histogramm

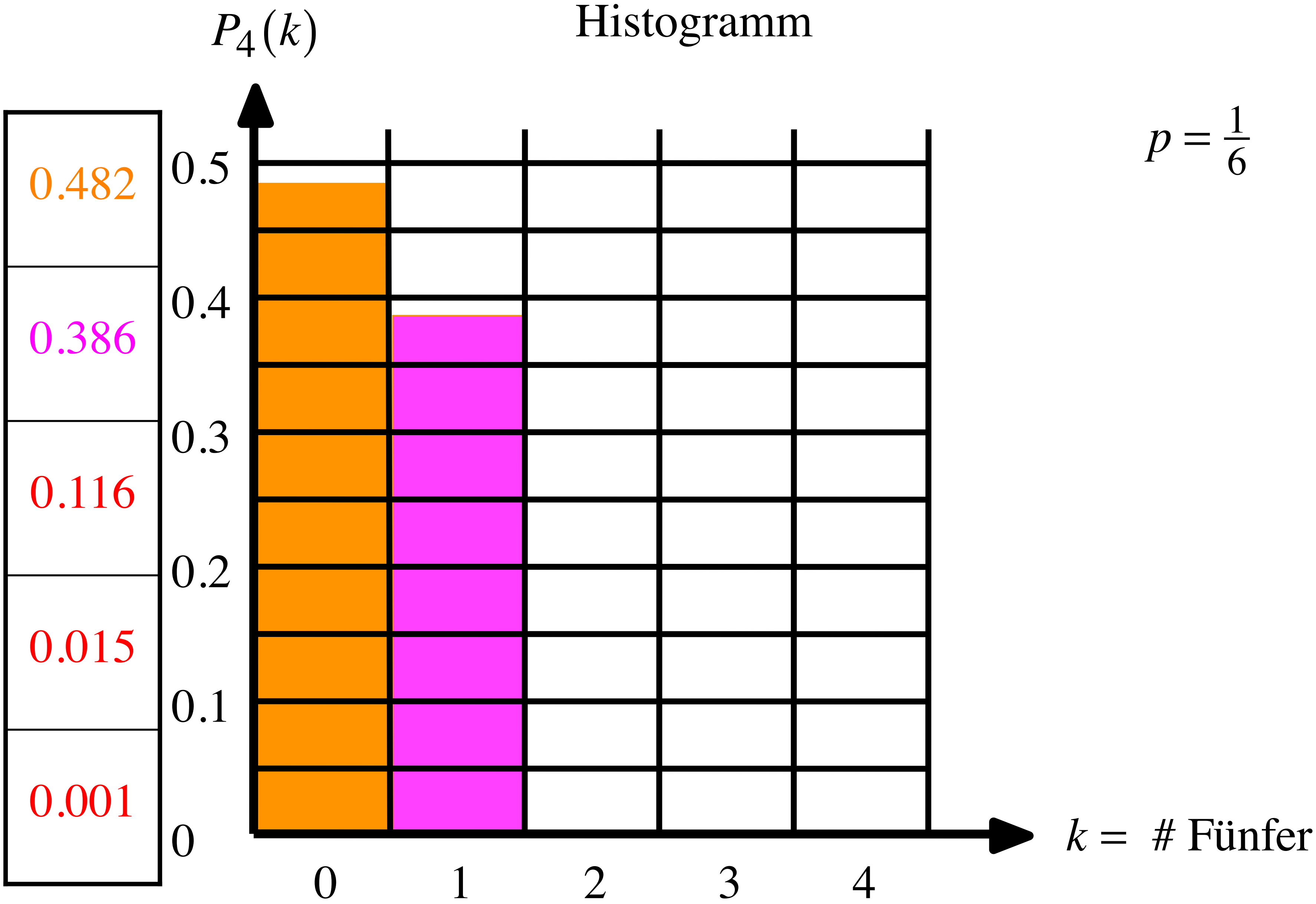
$p = \frac{1}{6}$

0.482
0.386
0.116
0.015
0.001

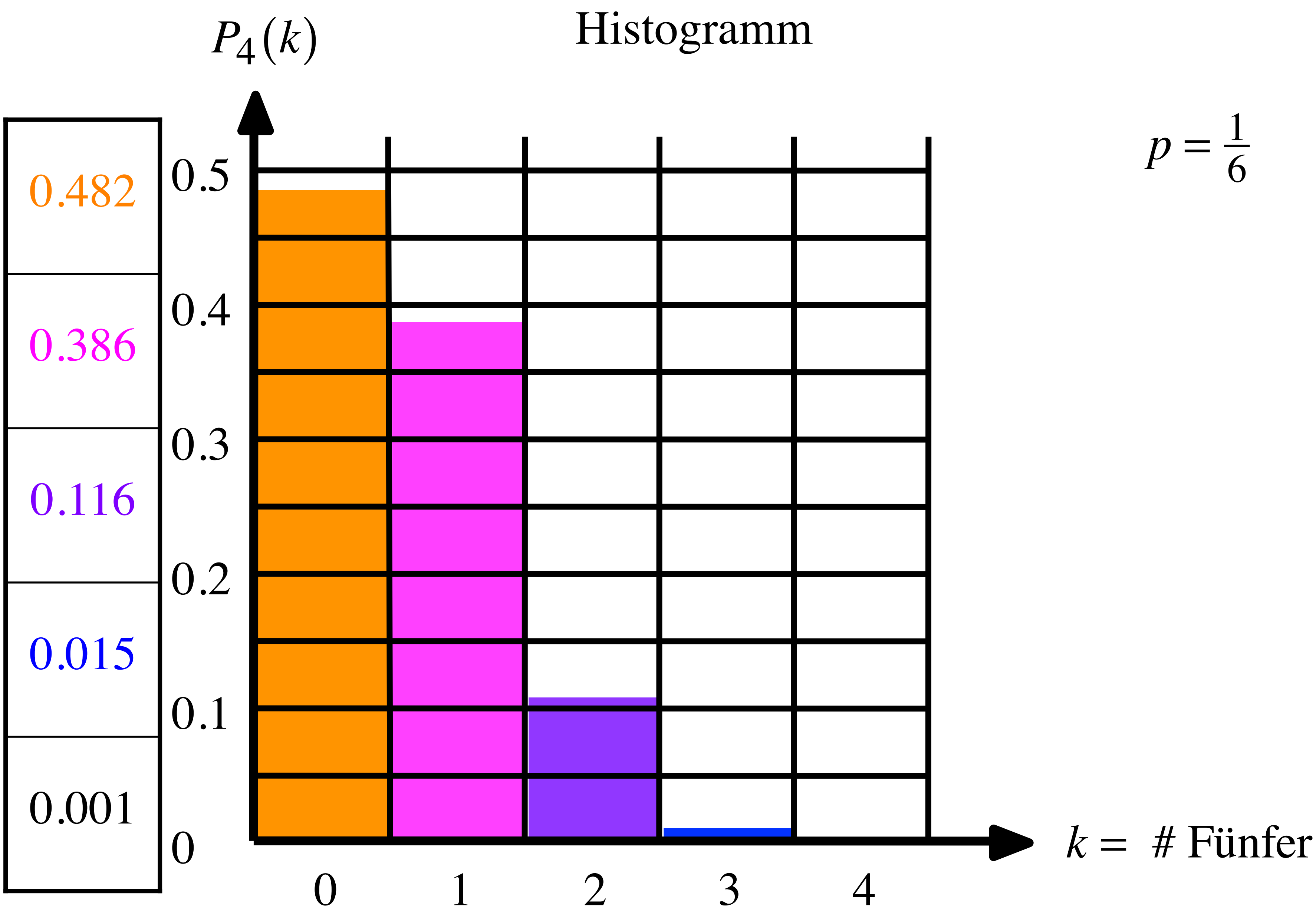
$P_4(k)$




Histogramm
$P_4(k)$
$p = \frac{1}{6}$
0.482
0.386
0.116
0.015
0.001
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
$k =$ # Fünfer
0
1
2
3
4



$P_4(k)$
Histogramm
$p = \frac{1}{6}$
0.482
0.386
0.116
0.015
0.001
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
$k =$ # Fünfer
0
1
2
3
4

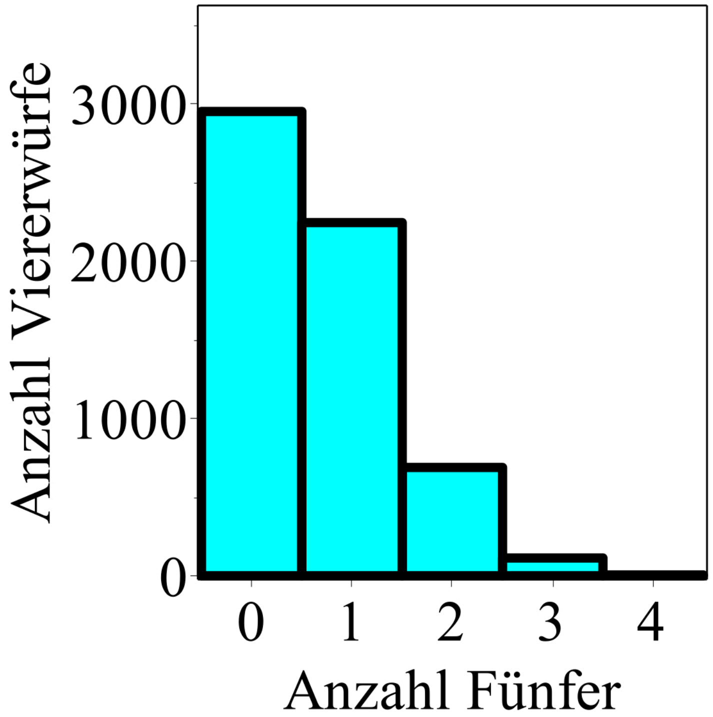


Histogramm
$P_4(k)$
$p = \frac{1}{6}$
0.482
0.386
0.116
0.015
0.001
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
$k =$ # Fünfer
0
1
2
3
4

Histogramm

Simulation mit 6000 Viererwürfen

0.482
0.386
0.116
0.015
0.001



Anteile:

Null Fünfer:	0.49167
Ein Fünfer:	0.37400
Zwei Fünfer:	0.11467
Drei Fünfer:	0.01883
Vier Fünfer:	0.00083

Binomialverteilung allgemein

Binomialverteilung

Anzahl Erfolge

Erfolgswahrscheinlichkeit im Einzelversuch

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Anzahl Versuche

Binomialkoeffizient

Misserfolgswahrscheinlichkeit im Einzelversuch $q = 1 - p$

Beispiel

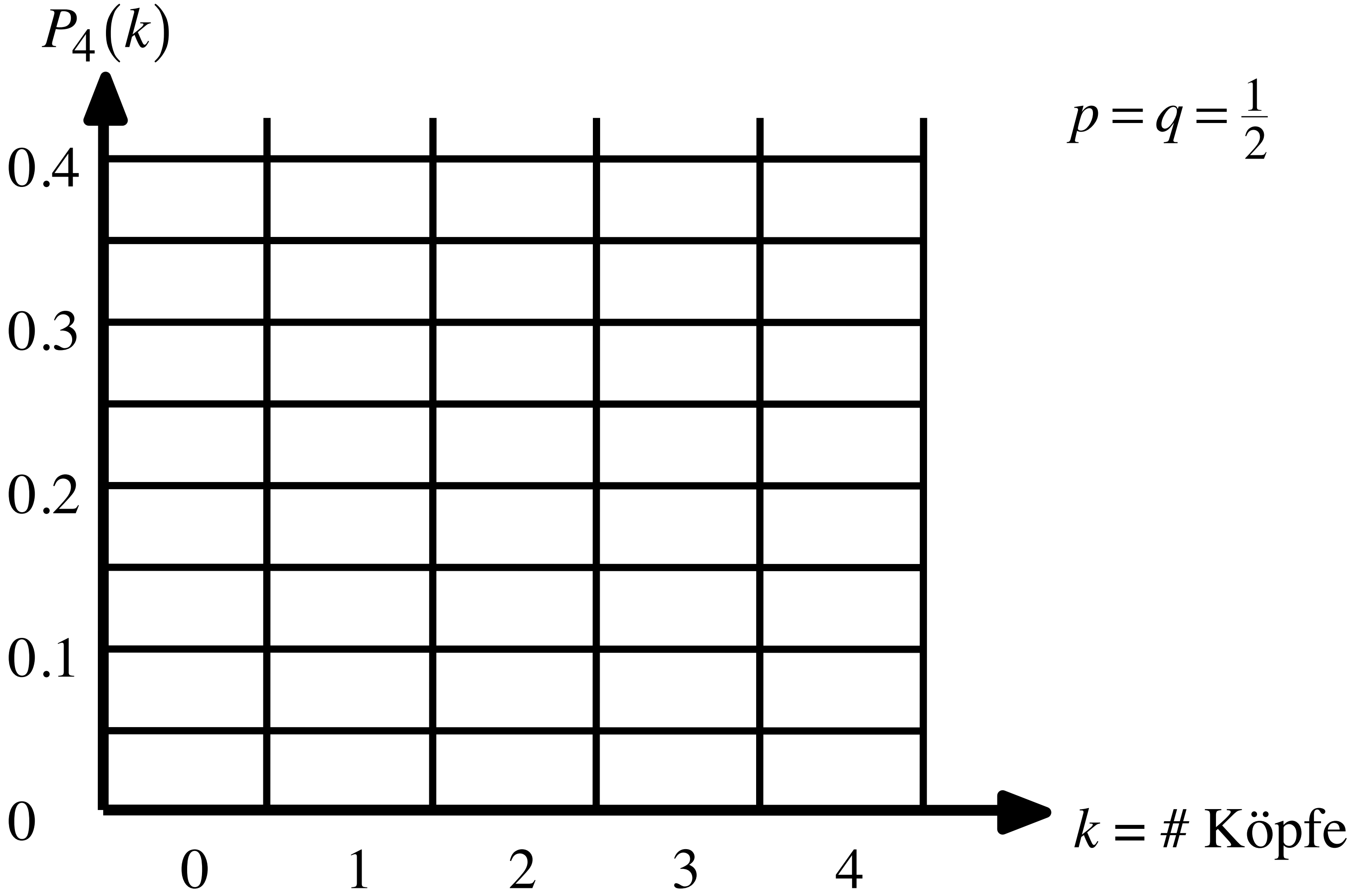
Münzenwurf. Erfolg = „Kopf". $n = 4$. $p = q = \frac{1}{2}$

Tabelle Seite 4

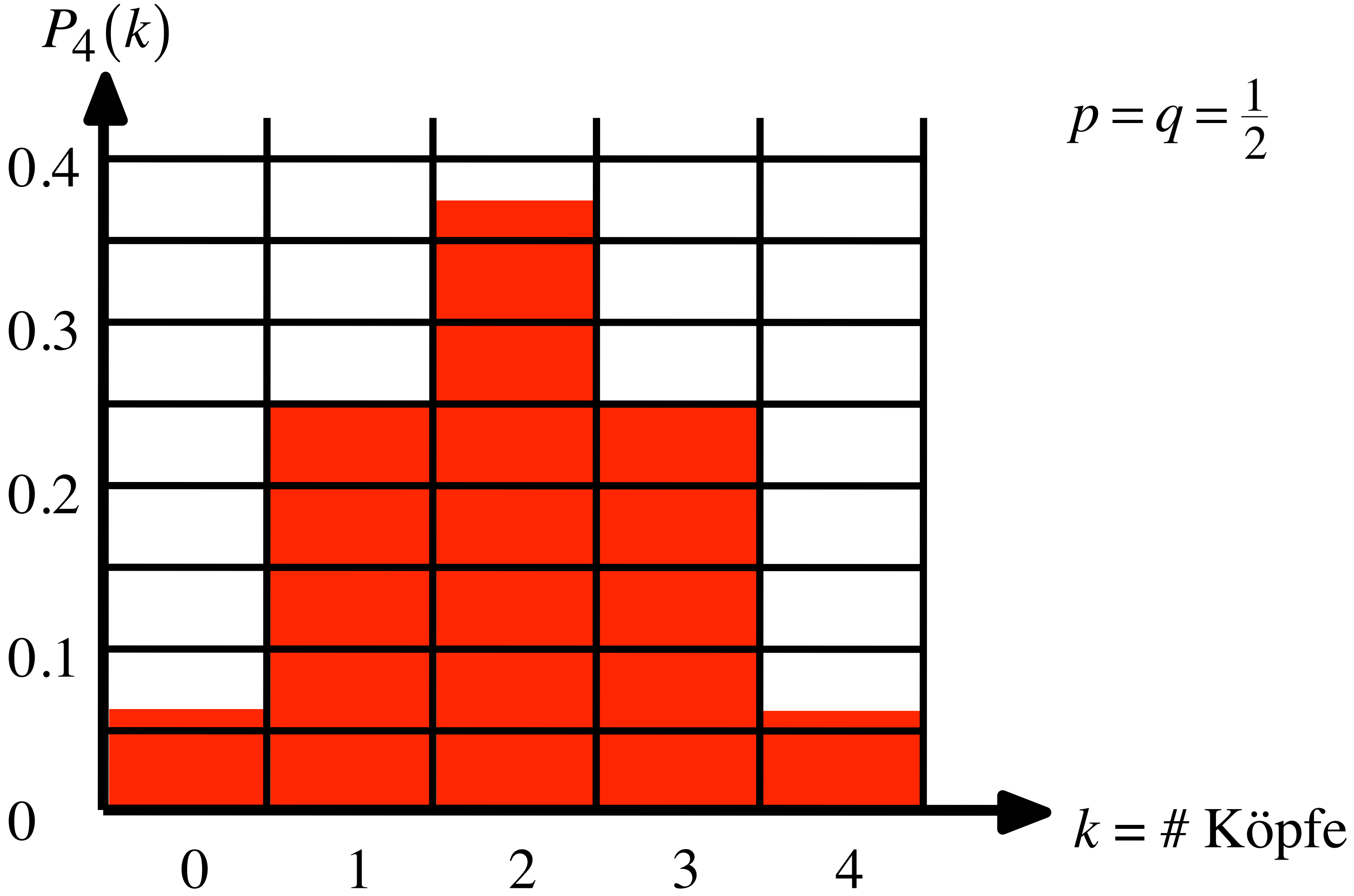
Beispiel

Münzenwurf. Erfolg = „Kopf“. $n = 4$. $p = q = \frac{1}{2}$

	p	0.5
n	k	
4	0	0.063
4	1	0.250
4	2	0.375
4	3	0.250
4	4	0.063



$P_4(k)$
$p = q = \frac{1}{2}$
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
1
2
3
4
k = # Köpfe


$P_4(k)$
$p = q = \frac{1}{2}$
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
1
2
3
4
k = # Köpfe

Summative Binomialverteilung:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben wir höchstens x Erfolge auf n Versuche?

Summative Binomialverteilung:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben wir höchstens x Erfolge auf n Versuche?

$$P_n(k \leq x) = P_n(0) + P_n(1) + \cdots + P_n(x) = \sum_{k=0}^{x} P_n(k)$$

Eine Münze wird 8-mal geworfen. $n = 8$, $p = q = \frac{1}{2}$

$$P(5\text{ - mal Kopf}) = P_8(5) =$$

$$P(\text{höchstens } 5\text{ - mal Kopf}) = P_8(k \leq 5) =$$

$$P(\text{mindestens } 5\text{ - mal Kopf}) = P_8(k \geq 5) =$$

$$P_8(3 \leq k \leq 5) =$$

$\boxed{\text{Eine Münze wird 8-mal geworfen. } n = 8,\ p = q = \tfrac{1}{2}}$

$P(5\text{ - mal Kopf}) = P_8(5) =$ 0.219 (nicht summativ!) $\boxed{\text{Tabelle Seite 5}}$

$P(\text{höchstens 5 - mal Kopf}) = P_8(k \leq 5) =$

$P(\text{mindestens 5 - mal Kopf}) = P_8(k \geq 5) =$

$P_8(3 \leq k \leq 5) =$

Eine Münze wird 8-mal geworfen. $n = 8$, $p = q = \frac{1}{2}$

$P(5\text{-mal Kopf}) = P_8(5) =$ 0.219 (nicht summativ!) Tabelle Seite 5

$P(\text{höchstens } 5\text{-mal Kopf}) = P_8(k \leq 5) =$ 0.855 (summativ)

Tabelle Seite 8

$P(\text{mindestens } 5\text{-mal Kopf}) = P_8(k \geq 5) =$

$P_8(3 \leq k \leq 5) =$

Eine Münze wird 8-mal geworfen. $n = 8$, $p = q = \frac{1}{2}$

$P(5\text{-mal Kopf}) = P_8(5) =$ 0.219 (nicht summativ!) Tabelle Seite 5

$P(\text{höchstens } 5\text{-mal Kopf}) = P_8(k \leq 5) =$ 0.855 (summativ)

Tabelle Seite 8

$P(\text{mindestens } 5\text{-mal Kopf}) = P_8(k \geq 5) = 1 - 0.637 = 0.363$

$P_8(3 \leq k \leq 5) =$

$\boxed{\text{Eine Münze wird 8-mal geworfen. } n = 8,\; p = q = \tfrac{1}{2}}$

$P(5\text{ - mal Kopf}) = P_8(5) =$ 0.219 (nicht summativ!) $\boxed{\text{Tabelle Seite 5}}$

$P(\text{höchstens 5 - mal Kopf}) = P_8(k \leq 5) =$ 0.855 (summativ)

$\boxed{\text{Tabelle Seite 8}}$

$P(\text{mindestens 5 - mal Kopf}) = P_8(k \geq 5) = 1 - 0.637 = 0.363$

$P_8(3 \leq k \leq 5) = 0.855 - 0.145 = 0.710$

Ein Würfel wird 15-mal geworfen.
Erfolg ist das Werfen der Augenzahl 5.

$$n = 15, \quad p = \tfrac{1}{6}$$

$$P(4\text{ - mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(4) =$$

$$P(\text{mindestens } 3\text{ - mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(3 \leq k) =$$

$$P_{15}(2 \leq k \leq 5) =$$

Ein Würfel wird 15-mal geworfen.
Erfolg ist das Werfen der Augenzahl 5.

$n = 15, \quad p = \frac{1}{6}$

$P(4\text{-mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(4) =$ 0.142

Tabelle Seite 6

$P(\text{mindestens 3-mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(3 \leq k) =$

$P_{15}(2 \leq k \leq 5) =$

Ein Würfel wird 15-mal geworfen.
Erfolg ist das Werfen der Augenzahl 5.

$n = 15, \quad p = \frac{1}{6}$

$P(4\text{-mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(4) = 0.142$

Tabelle Seite 6

$P(\text{mindestens } 3\text{-mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(3 \leq k) = 0.468$

Tabelle Seite 9, umrechnen

$P_{15}(2 \leq k \leq 5) =$

Ein Würfel wird 15-mal geworfen.
Erfolg ist das Werfen der Augenzahl 5.

$n = 15, \quad p = \frac{1}{6}$

$P(4\text{-mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(4) =$ 0.142

Tabelle Seite 6

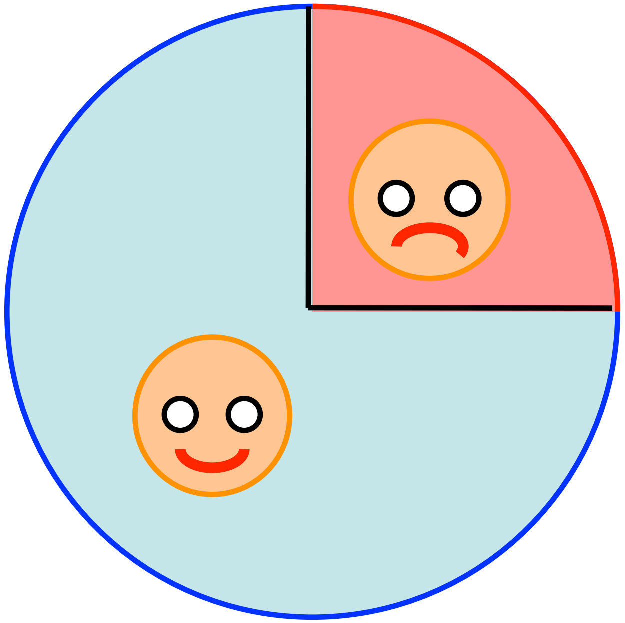
$P(\text{mindestens 3-mal Augenzahl fünf}) = P_{15}(3 \le k) =$ 0.468

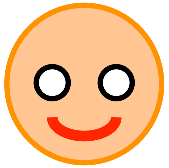
Tabelle Seite 9, umrechnen

$P_{15}(2 \le k \le 5) =$ 0.973 - 0.260 = 0.713

Tabelle Seite 9

Glücksrad mit Problem



$p = P\Big($  $\Big) = \frac{3}{4}$

Nicht in Tabelle

„Erfolg“ und „Misserfolg“ uminterpretieren

Erwartungswert und Varianz

X_i = Anzahl Erfolge beim i-ten Versuch

x	0	1
$w_i(x)$	q	p

X_i = Anzahl Erfolge beim i-ten Versuch

x	0	1
$w_i(x)$	q	p

$$E(X_i) = 0 \cdot q + 1 \cdot p = p$$

Varianz

$(x-p)^2$	$(0-p)^2$	$(1-p)^2$
$w_i(x)$	q	p

Varianz

$(x-p)^2$	$(0-p)^2$	$(1-p)^2$
$w_i(x)$	q	p

$$Var\left(X_i\right) = q \cdot (0-p)^2 + p \cdot (\underbrace{1-p}_{=q})^2$$

Varianz

$(x-p)^2$	$(0-p)^2$	$(1-p)^2$
$w_i(x)$	q	p

$$Var(X_i) = q \cdot (0-p)^2 + p \cdot (\underbrace{1-p}_{=q})^2$$

$$= p^2 q + pq^2 = pq\underbrace{(p+q)}_{=1} = pq$$

Nun sei X die Anzahl Erfolge bei n Versuchen

$$E(X) = np$$

$$Var(X) = npq$$

$$\sigma(X) = \sqrt{npq}$$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu =$ $\sigma =$

$n = 100$ $\mu =$ $\sigma =$

$n = 10000$ $\mu =$ $\sigma =$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu = 5$ $\sigma =$

$n = 100$ $\mu =$ $\sigma =$

$n = 10000$ $\mu =$ $\sigma =$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu = 5$ $\sigma = 1.5811$

$n = 100$ $\mu =$ $\sigma =$

$n = 10000$ $\mu =$ $\sigma =$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu = 5$ $\sigma = 1.5811$

$n = 100$ $\mu = 50$ $\sigma =$

$n = 10000$ $\mu =$ $\sigma =$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu = 5$ $\sigma = 1.5811$

$n = 100$ $\mu = 50$ $\sigma = 5$

$n = 10000$ $\mu =$ $\sigma =$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu =$ 5 $\sigma =$ 1.5811

$n = 100$ $\mu =$ 50 $\sigma =$ 5

$n = 10000$ $\mu =$ 5000 $\sigma =$

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu =$ 5 $\sigma =$ 1.5811

$n = 100$ $\mu =$ 50 $\sigma =$ 5

$n = 10000$ $\mu =$ 5000 $\sigma =$ 50

Eine Münze wird n-mal geworfen. $p = q = \frac{1}{2}$

$n = 10$ $\mu = 5$ $\sigma = 1.5811$

$n = 100$ $\mu = 50$ $\sigma = 5$

$n = 10000$ $\mu = 5000$ $\sigma = 50$

Die Streuung wird relativ immer kleiner