

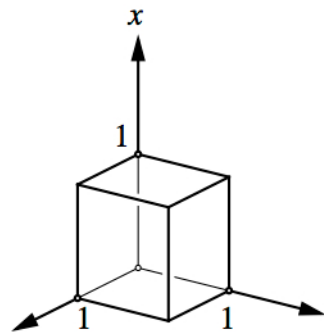
Übung 3: Koordinatensysteme und Transformationen

Übungsstunde: Dienstag, 17. Oktober 2023

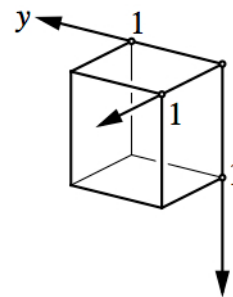
Abgabe: Dienstag, 24. Oktober 2023

Aufgabe 3.1 Rechtssystem

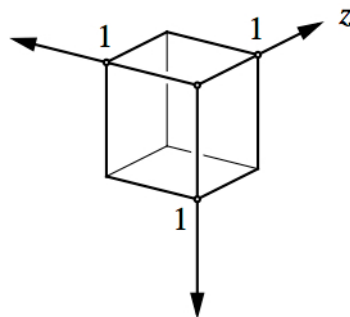
Wie muss die Beschriftung der Achsen ergänzt werden, damit ein Rechtssystem entsteht?



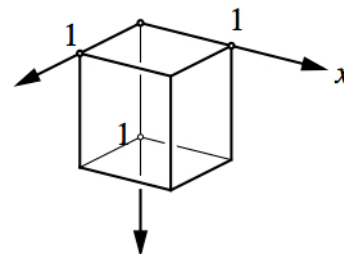
a)



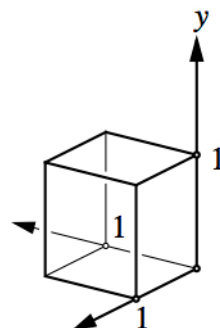
b)



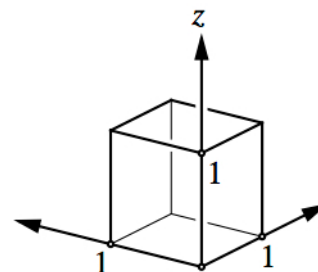
c)



d)



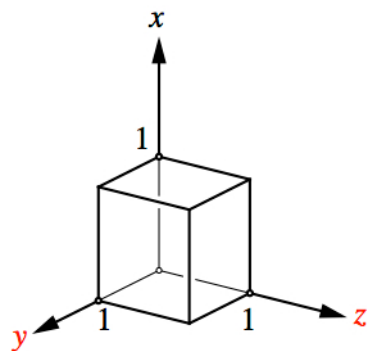
e)



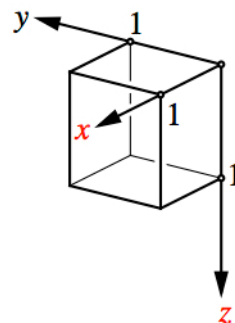
f)

Ergänzung zum Rechtssystem

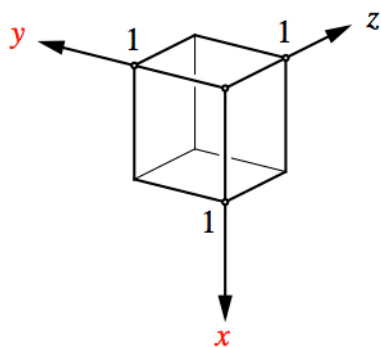
Ergebnisse



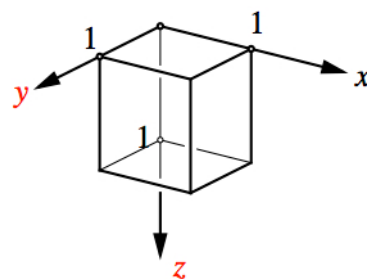
a)



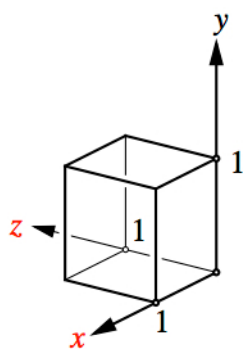
b)



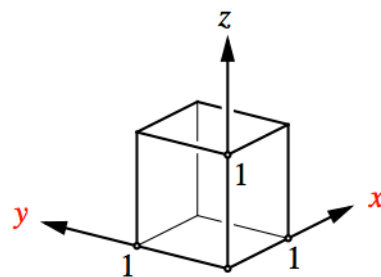
c)



d)



e)



f)

Ergänzung zum Rechtssystem

Aufgabe 3.2 Kartesische Koordinaten → Kugelkoordinaten

Welche Kugelkoordinaten $P(r, \phi, \lambda)$ haben die Punkte mit den kartesischen Koordinaten $P(\pm 2, \pm 2, \pm 2)$ (sämtliche Vorzeichenkombinationen)?

Geben Sie die verwendete Maßeinheit an.

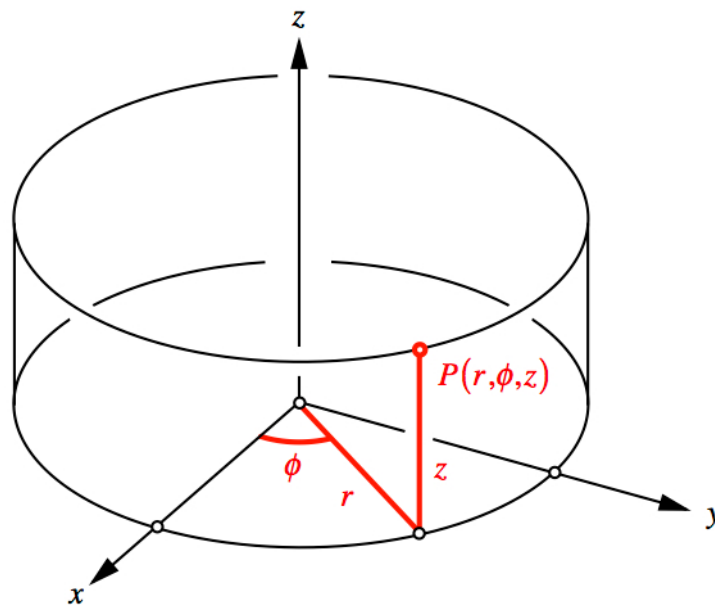
Kartesische Koordinaten			Kugelkoordinaten		
x	y	z	r	ϕ	λ
2	2	2			
2	2	-2			
2	-2	2			
2	-2	-2			
-2	2	2			
-2	2	-2			
-2	-2	2			
-2	-2	-2			

Ergebnisse

Kartesische Koordinaten			Kugelkoordinaten		
x	y	z	r	ϕ	λ
2	2	2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq 35.2644^\circ$	$\frac{\pi}{4} \triangleq 45^\circ$
2	2	-2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq -35.2644^\circ$	$\frac{\pi}{4} \triangleq 45^\circ$
2	-2	2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq 35.2644^\circ$	$-\frac{\pi}{4} \triangleq -45^\circ$
2	-2	-2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq -35.2644^\circ$	$-\frac{\pi}{4} \triangleq -45^\circ$
-2	2	2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq 35.2644^\circ$	$\frac{3\pi}{4} \triangleq 135^\circ$
-2	2	-2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq -35.2644^\circ$	$\frac{3\pi}{4} \triangleq 135^\circ$
-2	-2	2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq 35.2644^\circ$	$-\frac{3\pi}{4} \triangleq -135^\circ$
-2	-2	-2	$2\sqrt{3} \approx 3.4641$	$\arctan\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \triangleq -35.2644^\circ$	$-\frac{3\pi}{4} \triangleq -135^\circ$

Aufgabe 3.3 Zylinderkoordinaten

Notation gemäß Abbildung.

**Zylinderkoordinaten**

Gesucht sind die Umrechnungsformeln:

a) Zylinderkoordinaten $\rightarrow$ kartesische Koordinaten:b) Kartesische Koordinaten $\rightarrow$ Zylinderkoordinaten:**Bearbeitung**a) Zylinderkoordinaten $\rightarrow$ kartesische Koordinaten:

$$x = r \cos(\phi)$$

$$y = r \sin(\phi)$$

$$z = z$$

b) Kartesische Koordinaten $\rightarrow$ Zylinderkoordinaten:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

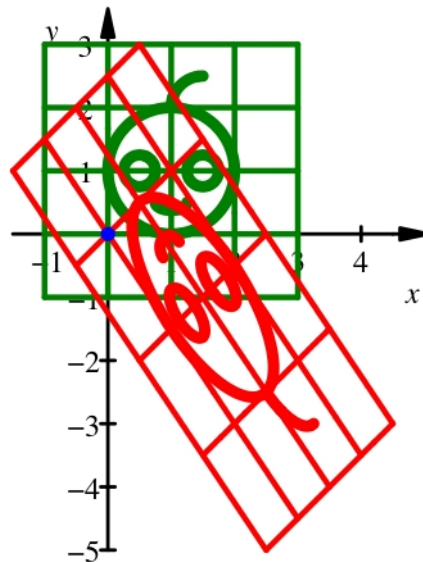
$$\phi = \left(\operatorname{sgn}(y) + 1 - |\operatorname{sgn}(y)| \right) \arccos \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

$$z = z$$

Aufgabe 3.4 Lineare Abbildung in der Ebene

Gesucht ist die Abbildungsmatrix zu folgender Abbildung.

Wie groß ist der Flächenmaßstab?



Urbild und Bild

Ergebnis

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Flächenmaßstab} = \det(A) = -\frac{5}{4}.$$

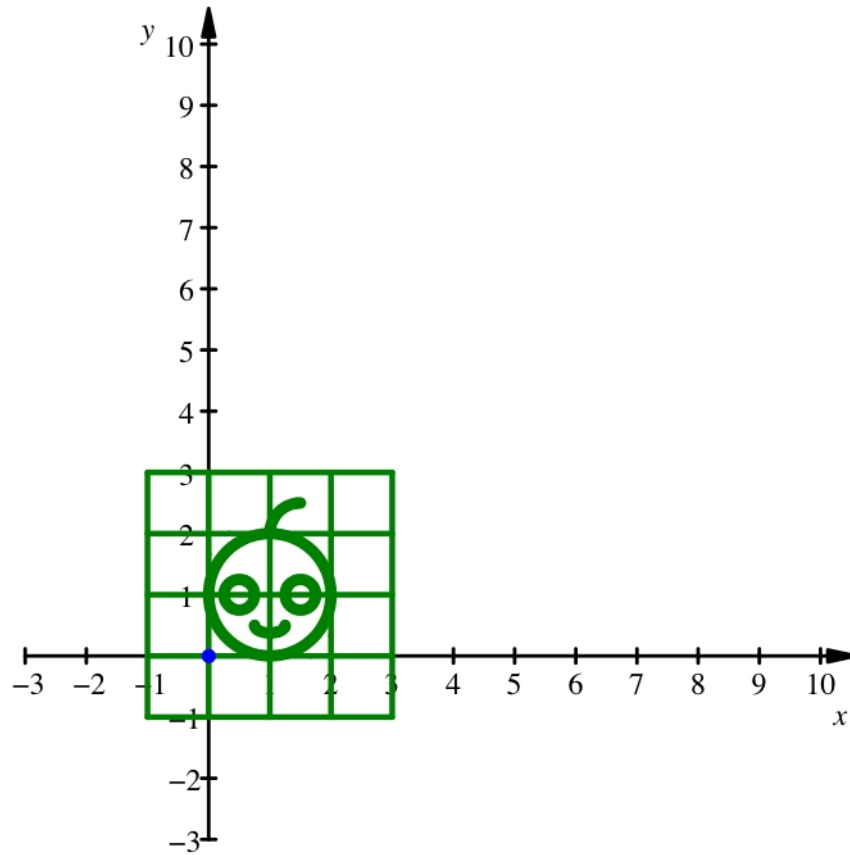
Aufgabe 3.5 Reihenfolge der Transformationen

Die Figur wird

a) um den Ursprung um 90° gedreht und dann mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$ verschoben.

b) mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$ verschoben und dann um den Ursprung um 90° gedreht.

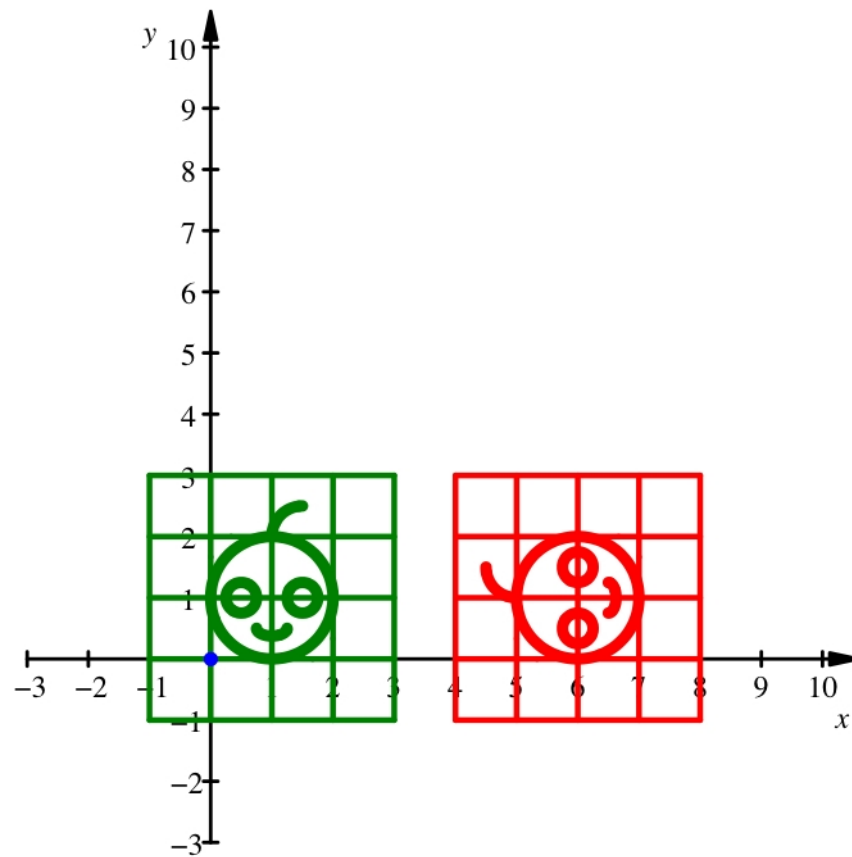
Geben Sie in der Zeichnung an, welche Bildfigur zu welcher Teilaufgabe gehört.



Ausgangsfigur

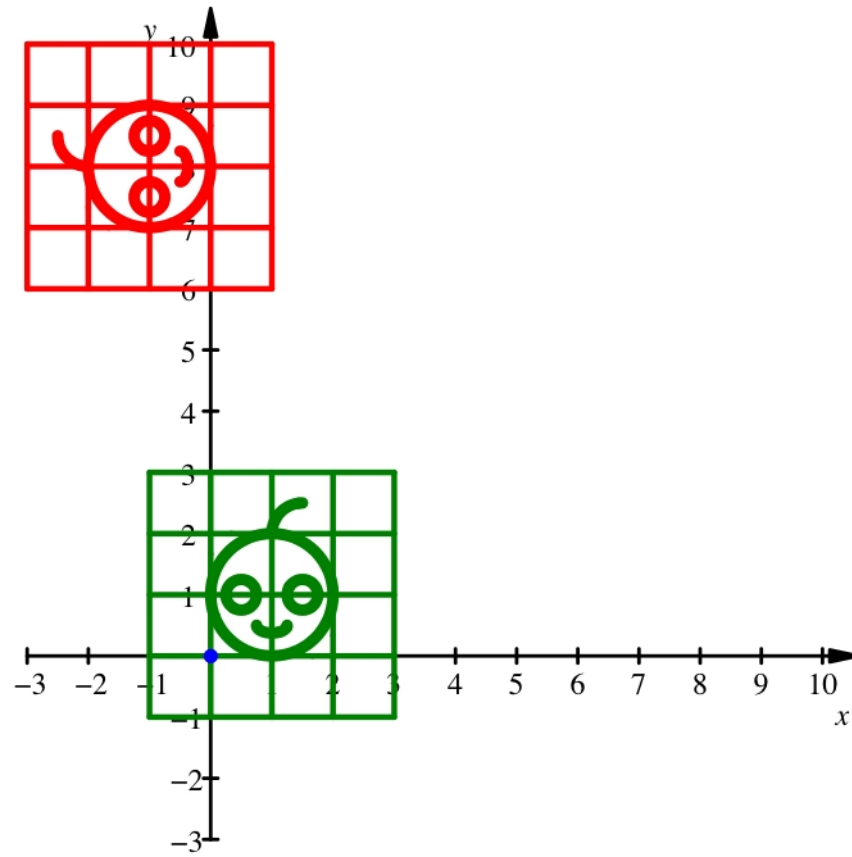
Bearbeitung

- a) Die Figur wird um den Ursprung um 90° gedreht und dann mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$ verschoben.



Erst drehen, dann schieben

- b) Die Figur wird mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$ verschoben und dann um den Ursprung um 90° gedreht.



Erst schieben und dann drehen