

Übung 4: Kartenprojektion

Übungsstunde: Dienstag, 24. Oktober 2023

Abgabe: nach Vereinbarung

Aufgabe 4.1 Übersicht

Versuchen Sie, ein Klassifizierungsschema für die verschiedenen gängigen globalen Kartenprojektionen aufzustellen. (Es gibt mehrere Möglichkeiten, Sie müssen sich irgendwie entscheiden).

Antwort

Es gibt so viele Kriterien, dass es nicht möglich ist, die Klassifikation in einer zweidimensionalen Tabelle darzustellen.

Auflistung von Kriterien:

Geometrische Disposition

- Azimutal (Tangentialebene)
- Zylinder (berührend längs Großkreis)
- Kegel (berührend längs Kleinkreis oder schneidend in zwei parallelen Kleinkreisen)

Achsenspezifikation

- Normal (Rotationsachse des Kartenträgers identisch mit Erdachse)
- Querachsig oder transversal (Rotationsachse des Kartenträgers in der Äquatorebene)
- Schiefachsig

Invarianten

- Abstandstreu oder mittelstandstreu (equidistant)
- Winkeltreu (conformal)
- Flächentreu (equivalent)
- Gar nichts (zum Beispiel gnomonische Zentralprojektion)

Das gibt schon mal $3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$ Möglichkeiten.

Kriterien bezüglich Kartennetz:

- Eigentlicher Kartenentwurf: Meridiane erscheinen als Geraden, Breitenkreise als Geraden oder konzentrische Kreise, orthogonales Netz
- Uneigentliche Entwürfe

Kriterien bezüglich klassischen Namen, meist Personennamen (Platt ist kein Personenname)

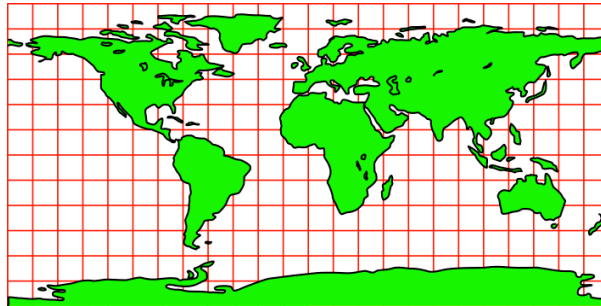
- Plattkarte oder quadratische Plattkarte: Zylinder, normalachsig, abstandstreu
- Mercator: Zylinder, normalachsig, winkeltreu

- Archimedes / Lambert: Zylinder, normalachsig, flächentreu
- Gauß/Krüger: Zylinder, querachsig, winkeltreu
- Lambert: Kegel, normalachsig, winkeltreu
- Sanson: Uneigentlicher Entwurf, kein orthogonales Netz, flächentreu
- Bonne: Uneigentlicher Entwurf, kein orthogonales Netz, flächentreu

Aufgabe 4.2 Maßstäbe

Für diese Aufgabe können wir annehmen, die Erde sei eine Kugel mit dem Umfang 40'000 km.

a) Eine globale Plattkarte sei 8 cm breit.



Plattkarte, 8 cm breit

Wie groß ist der Kartenmaßstab am Äquator? Wie groß ist der Kartenmaßstab in Zürich? Bemerkung: Maßstäbe variieren nicht nur ortsbezogen, sondern allenfalls auch richtungsbezogen. Falls wir in verschiedenen Richtungen unterschiedliche Maßstäbe haben, genügen die Angaben in Ost-West-Richtung und in Nord-Süd-Richtung.

b) Eine normalachsige Mercatorkarte sei 8 cm breit. Wie groß ist der Kartenmaßstab am Äquator? Wie groß ist der Kartenmaßstab in Zürich? Ganz subtil: Wo ist der Kartenmaßstab 1 (Sie haben richtig gelesen: Kartenmaßstab eins zu eins) ?

c) Eine flächentreue normalachsige Zylinderprojektion (nach Archimedes / Lambert) sei 8 cm breit. Wie groß ist der Kartenmaßstab am Äquator? Wie groß ist der Kartenmaßstab in Zürich?

Bearbeitung

a) Wir nehmen an, dass die Erde eine Kugel ist und rechnen mit einem Äquatorumfang von 40'000 km. Für den Kartenmaßstab am Äquator erhalten wir:

$$\frac{8 \text{ cm}}{40'000 \text{ km}} = \frac{0.08}{40'000'000} = 1 : 500 \text{ Mio}$$

Dieser Maßstab gilt für alle Punkte des Äquators und in jeder Richtung.

Zürich (HIL) hat die geografischen Koordinaten:

$$(\varphi_Z / \lambda_Z) = (47^\circ 24' 31'' \text{ N} / 8^\circ 30' 26'' \text{ E})$$

Die geografische Länge λ_Z ist für unsere Überlegungen belanglos. Der Breitenkreis auf der geografischen Breite φ_Z hat die Länge $40'000 \cos(\varphi_Z) \text{ km} = 27'071 \text{ km}$.

Für den Kartenmaßstab in Ost-West-Richtung erhalten wir somit:

$$\frac{8 \text{ cm}}{27'071 \text{ km}} = 1 : 338 \text{ Mio}$$

Die schnelle Rechnung geht so: $500'000'000 \cdot \cos(\varphi_Z) = 338'382'666 \approx 338 \text{ Mio}$

Dieser Maßstab ist größer als am Äquator. Der Kartenmaßstab in Süd-Nord-Richtung ist derselbe wie am Äquator, also 1 : 500 Mio, da die Platkarte abstandstreu ist.

b) Am Äquator haben wir wieder den Kartenmaßstab 1 : 500 Mio. Dieser Maßstab gilt für alle Punkte des Äquators und in jeder Richtung.

In Zürich haben wir den Kartenmaßstab 1 : 338 Mio. Dieser Maßstab gilt für alle Punkte des Breitenkreises durch Zürich und in jeder Richtung.

Beim Maßstab 1 muss gelten:

$$500'000'000 \cdot \cos(\varphi) = 1$$

$$\varphi = \pm \arccos\left(\frac{1}{500'000'000}\right) = \pm 89.99999988541^\circ = \pm 89^\circ 59' 59.9996''$$

Dies ist etwa 1.27 cm vom Nordpol (oder Südpol) entfernt. Direkte Rechnung: Wir suchen einen Kreis um den Nordpol (oder Südpol) mit dem Umfang 8 cm. Für seinen Radius erhalten wir etwa 1.27 cm. Die Erdkrümmung spielt da keine Rolle mehr.

c) Am Äquator haben wir wieder den Kartenmaßstab 1 : 500 Mio. Dieser Maßstab gilt für alle Punkte des Äquators und in jeder Richtung.

In Zürich haben wir in der Ost-West-Richtung den Kartenmaßstab 1 : 338 Mio. In Süd-Nord-Richtung, ist die Sache subtiler. Der ursprüngliche Maßstab 1 : 500 Mio der Platkarte wird mit $\cos(\varphi_Z)$ multipliziert. Wir erhalten 1 : 739 Mio. Dieser Maßstab ist kleiner als am Äquator.

Aufgabe 4.3 Verzerrungen

Was heißt es, wenn auf einer Karte alle Verzerrungsellipsen Kreise sind?

Warum ist es nicht möglich, dass auf einer Karte alle Verzerrungsellipsen gleich große Kreise sind?

Antwort

Winkeltreue Karte

Die Karte wäre längentreu oder maßstäblich, Widerspruch zum Theorema egregium von Gauß.

Aufgabe 4.4 Spezielle Kurven

Auf welchen Kartentypen erscheinen folgende Kurven als Geraden?

- Großkreise
- Meridiane
- Breitenkreise
- Meridiane und Breitenkreise
- Loxodromen (Kurven konstanten Kurses)

Bearbeitung

Aus der folgenden Tabelle ist ersichtlich, auf welchen Kartentypen welche Kurven als Geraden erscheinen.

