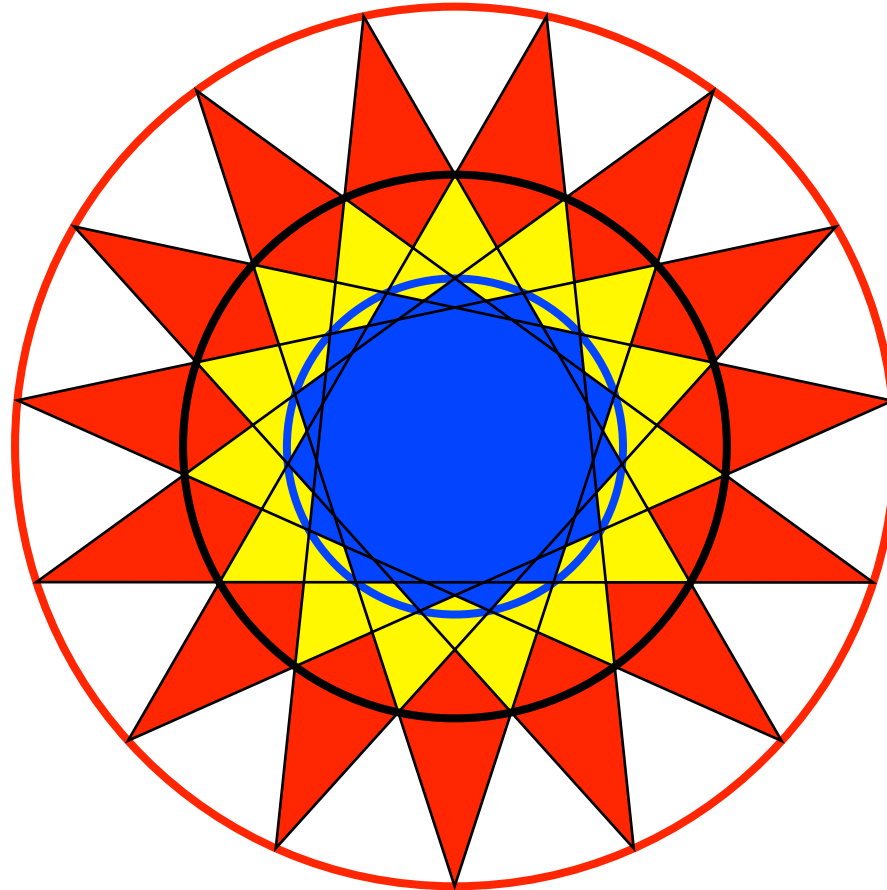
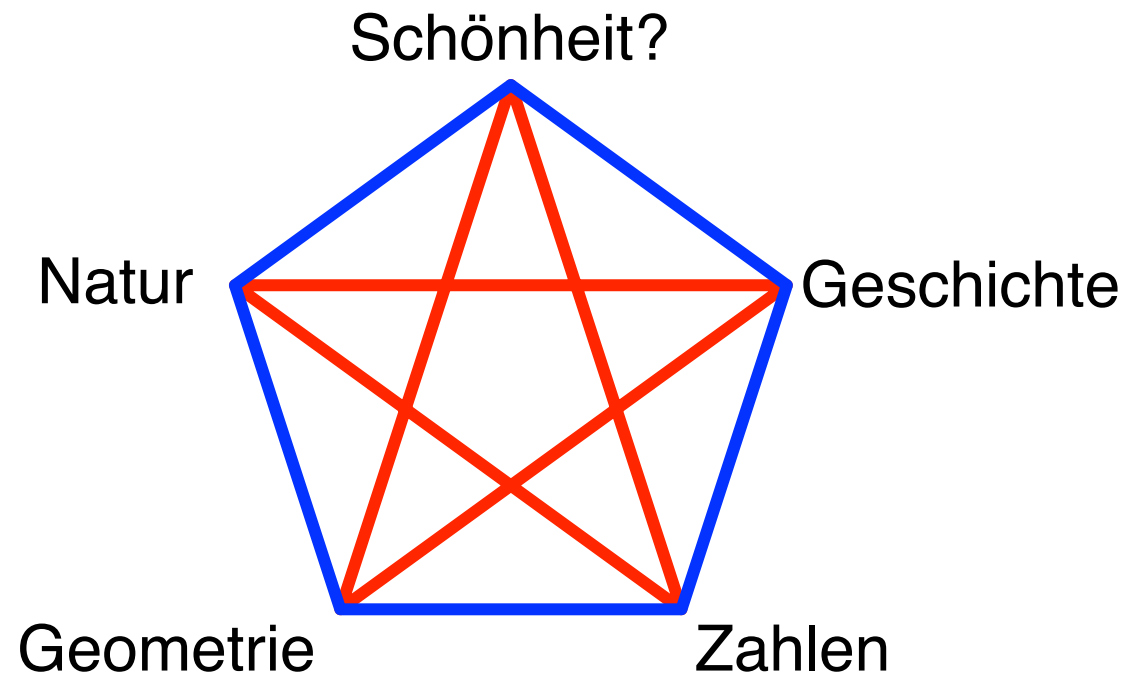


# Der Goldene Schnitt



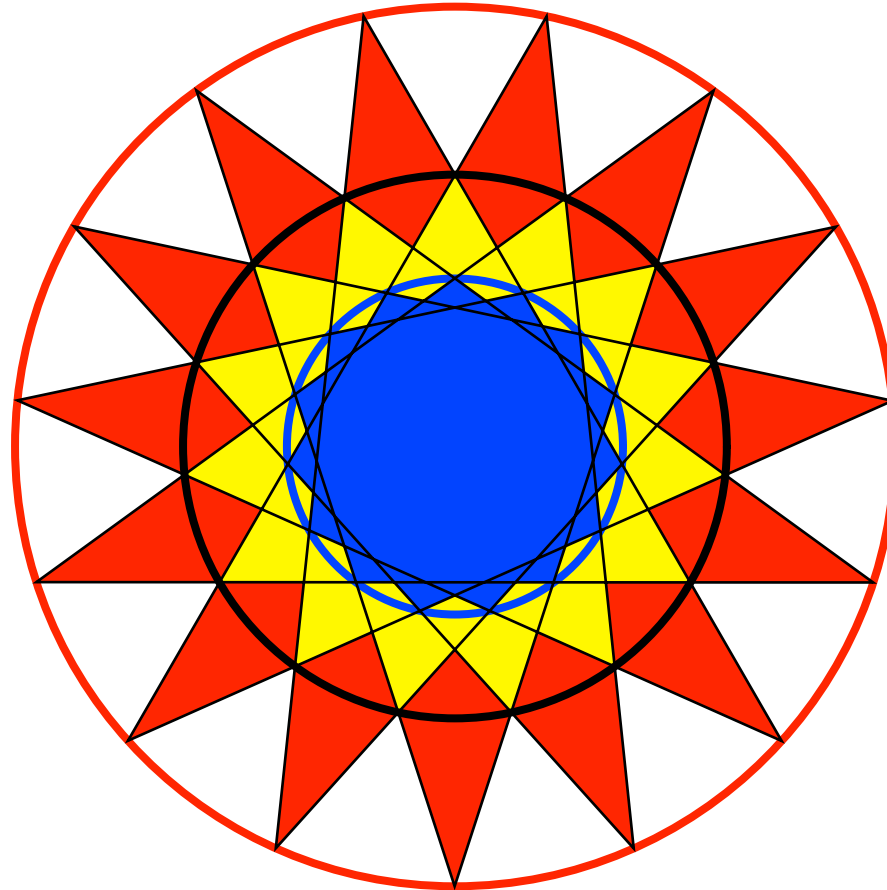
Hans Walser  
[www.walser-h-m.ch/hans](http://www.walser-h-m.ch/hans)

## Der Goldene Schnitt



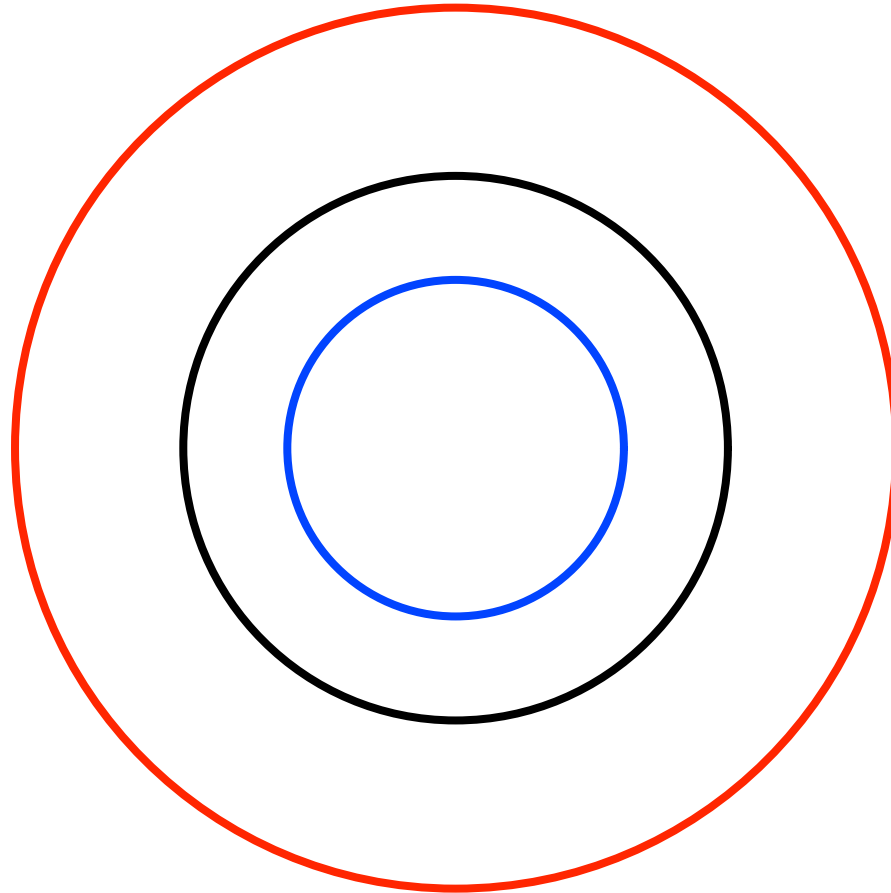
Hans Walser  
[www.walser-h-m.ch/hans](http://www.walser-h-m.ch/hans)

## Der Goldene Schnitt

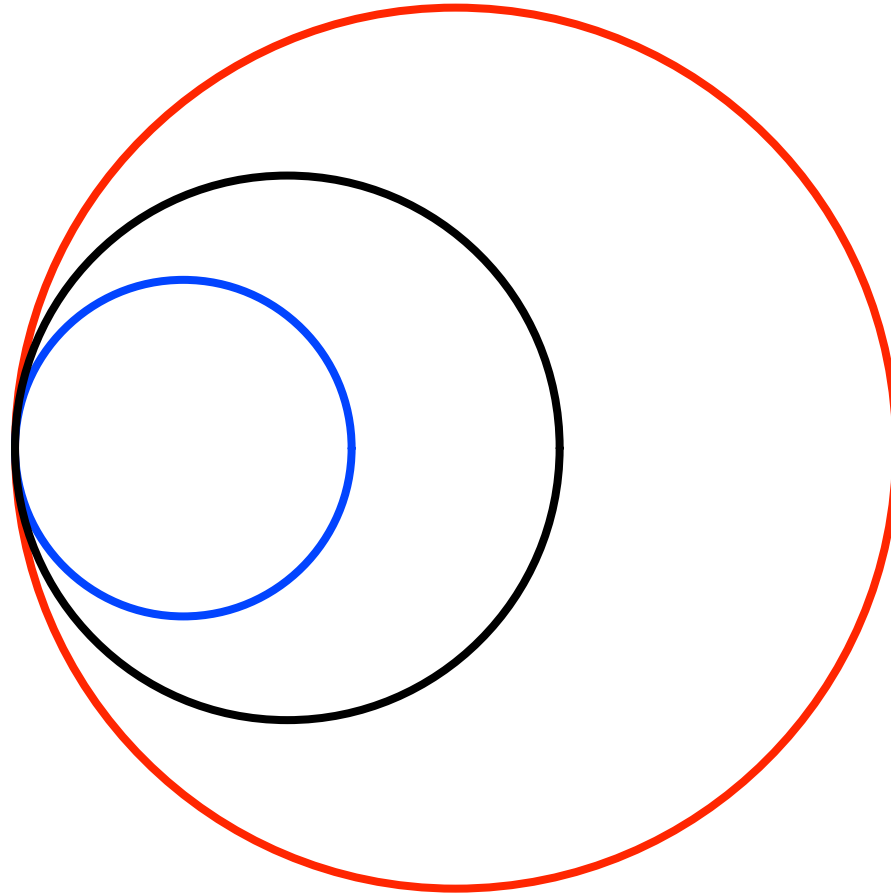


Wo steckt der Goldene Schnitt?

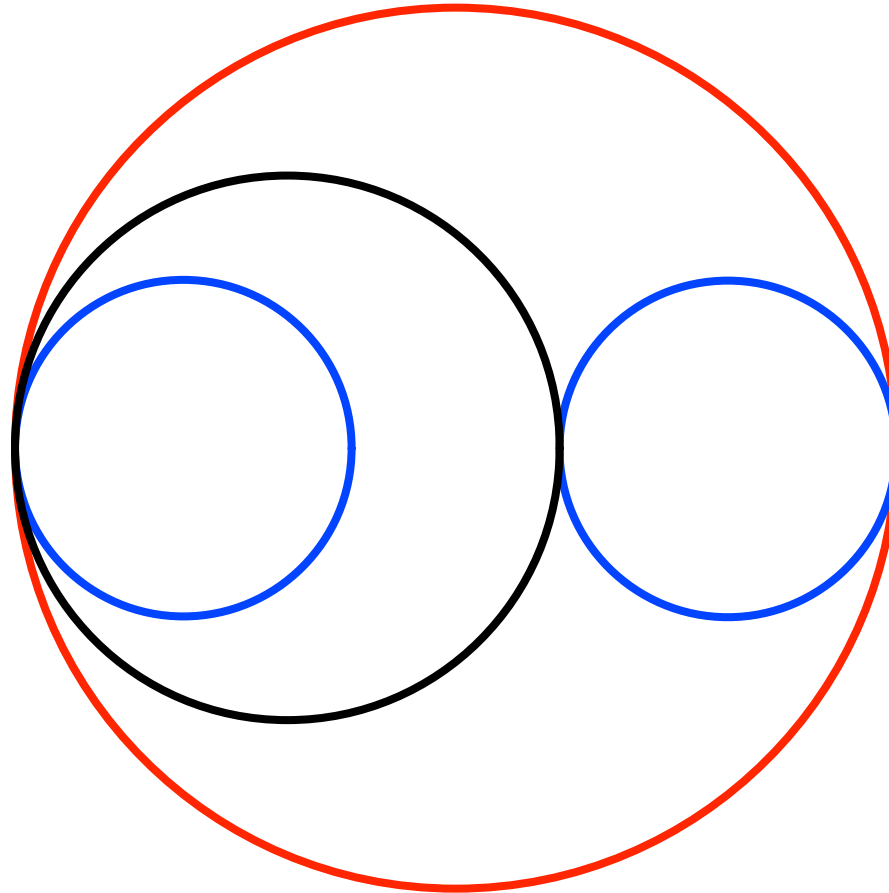
# Der Goldene Schnitt



# Der Goldene Schnitt



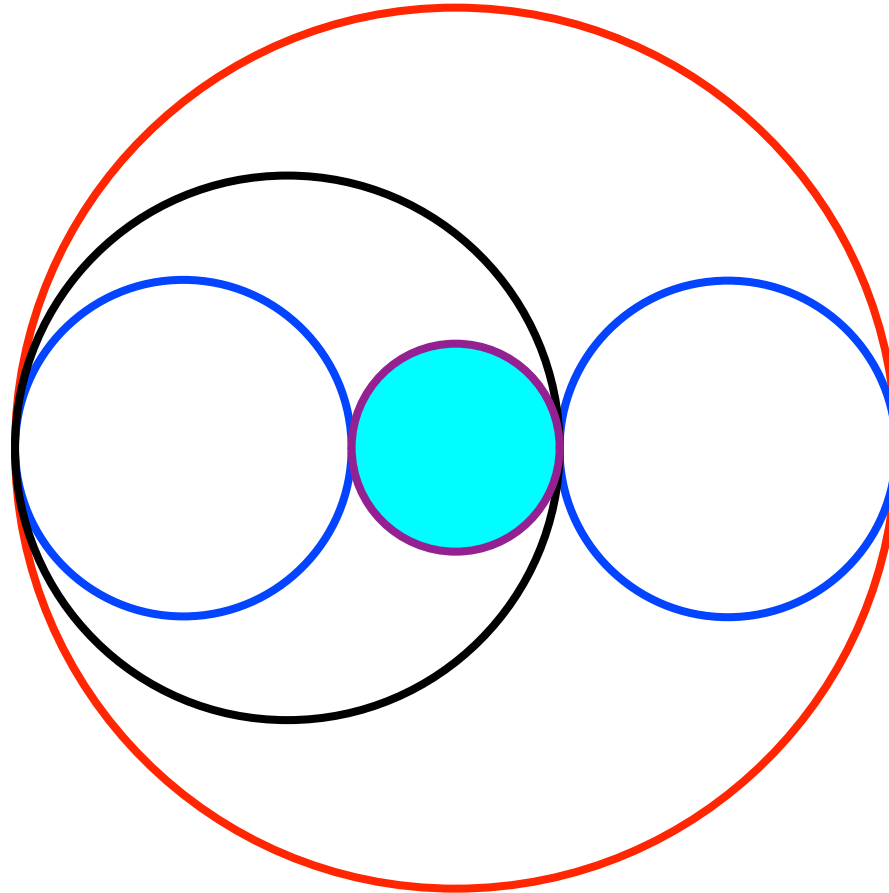
## Der Goldene Schnitt



Asymmetrie

*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

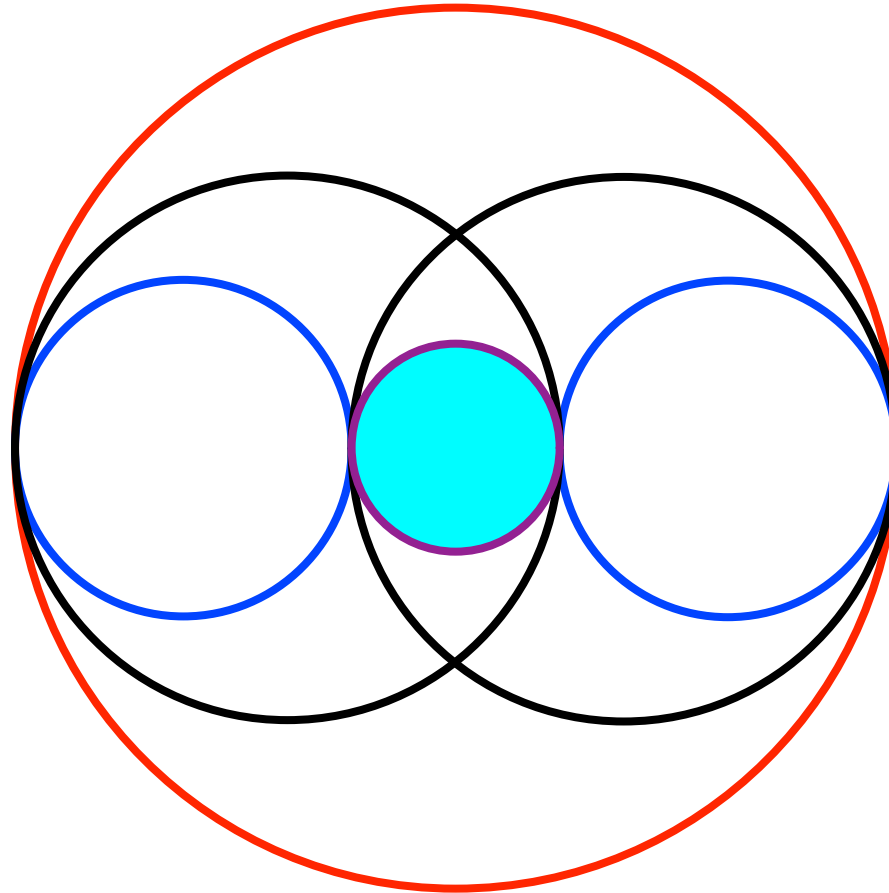
## Der Goldene Schnitt



Asymmetrie

*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

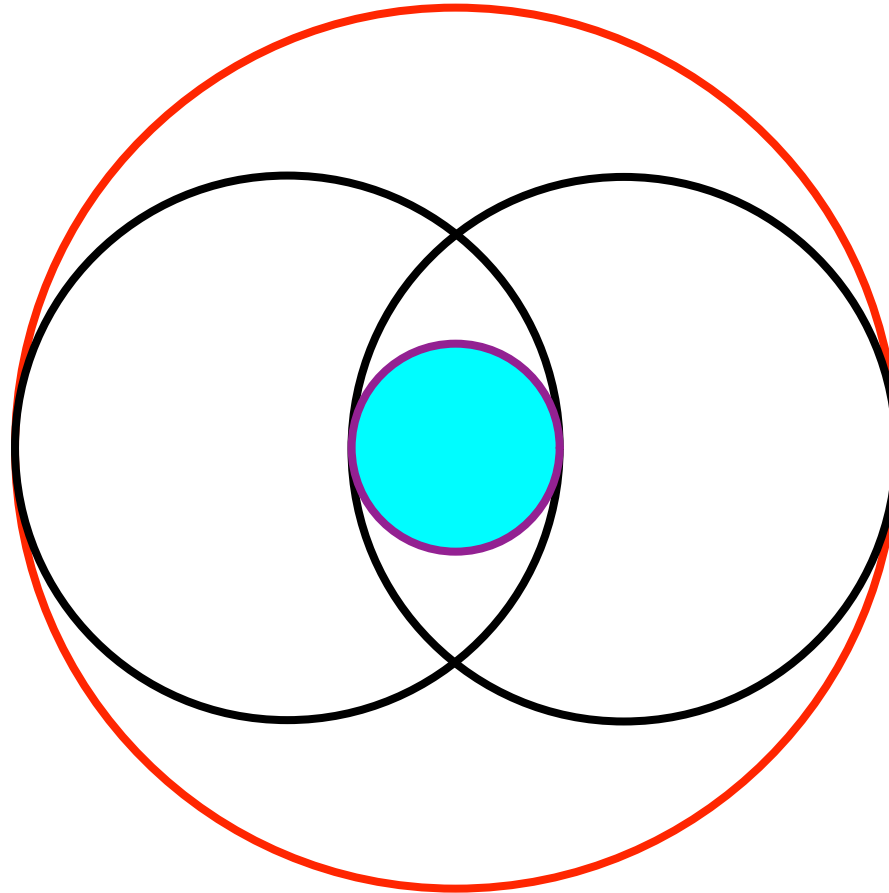
## Der Goldene Schnitt



*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

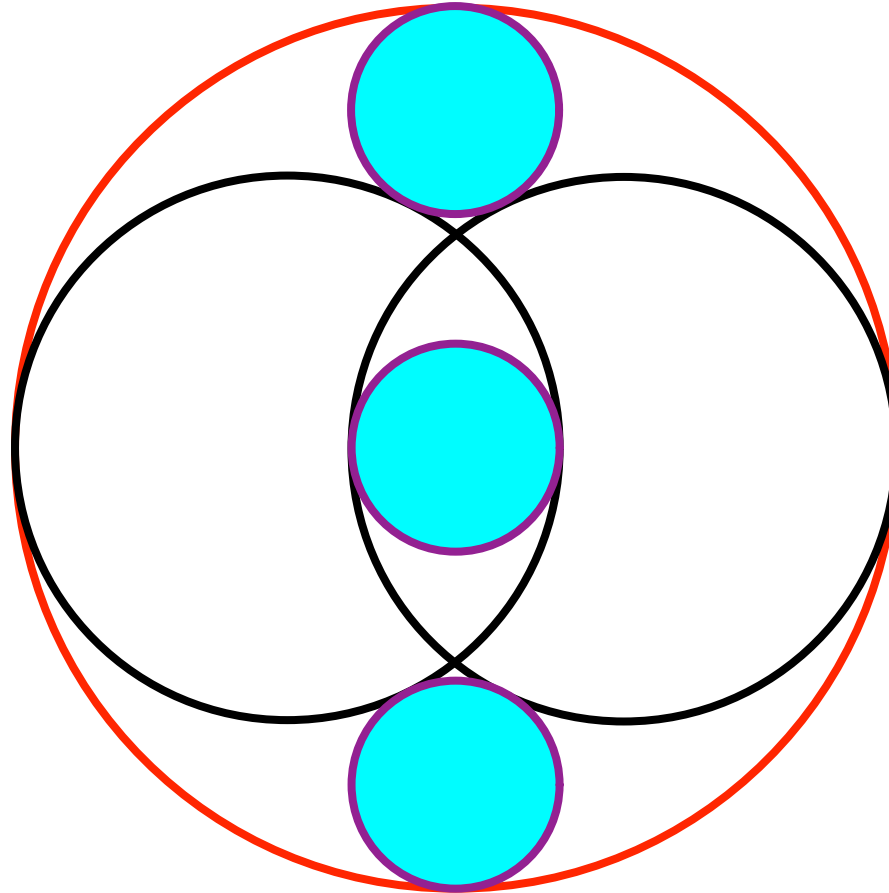


## Der Goldene Schnitt



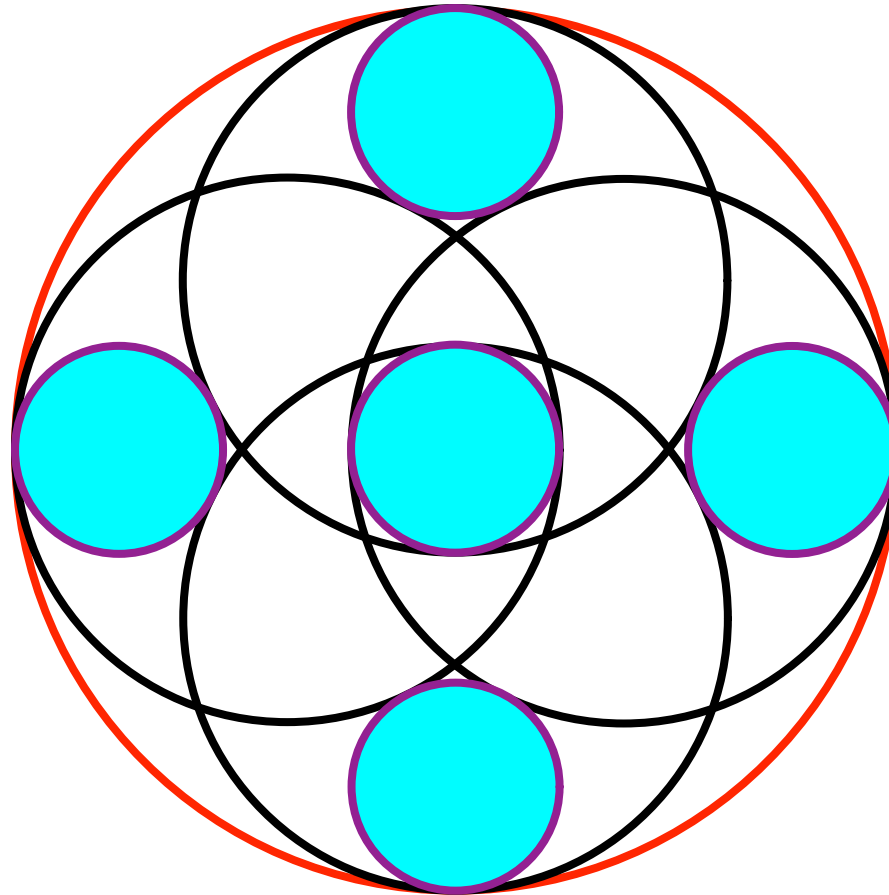
*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

## Der Goldene Schnitt



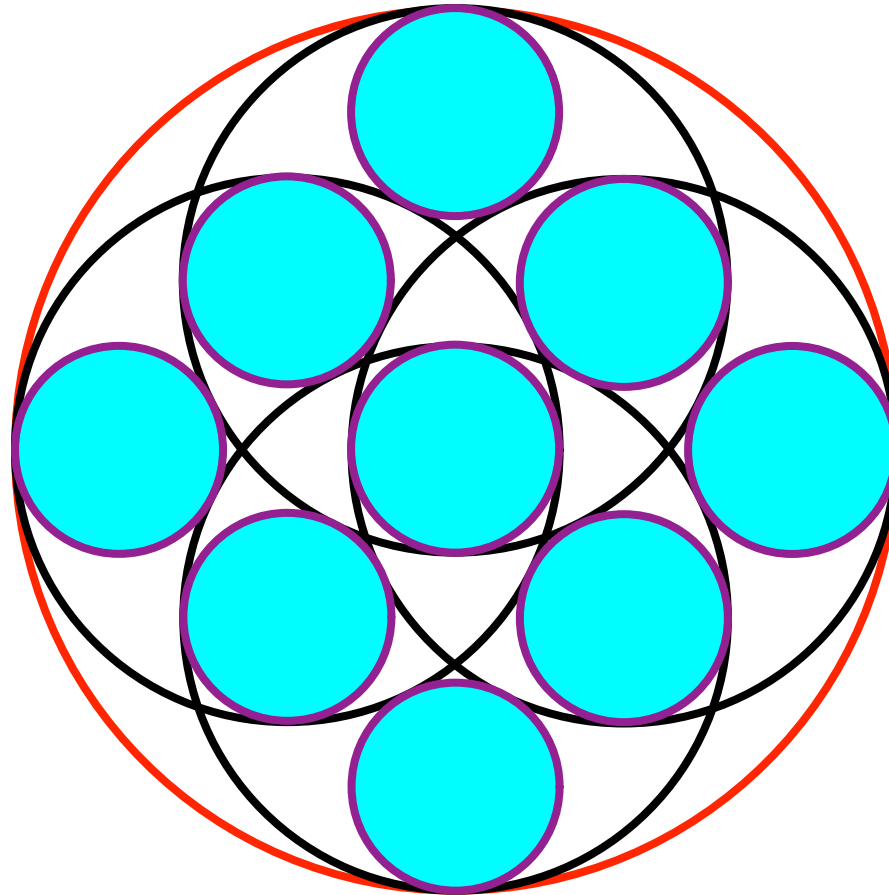
*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

## Der Goldene Schnitt



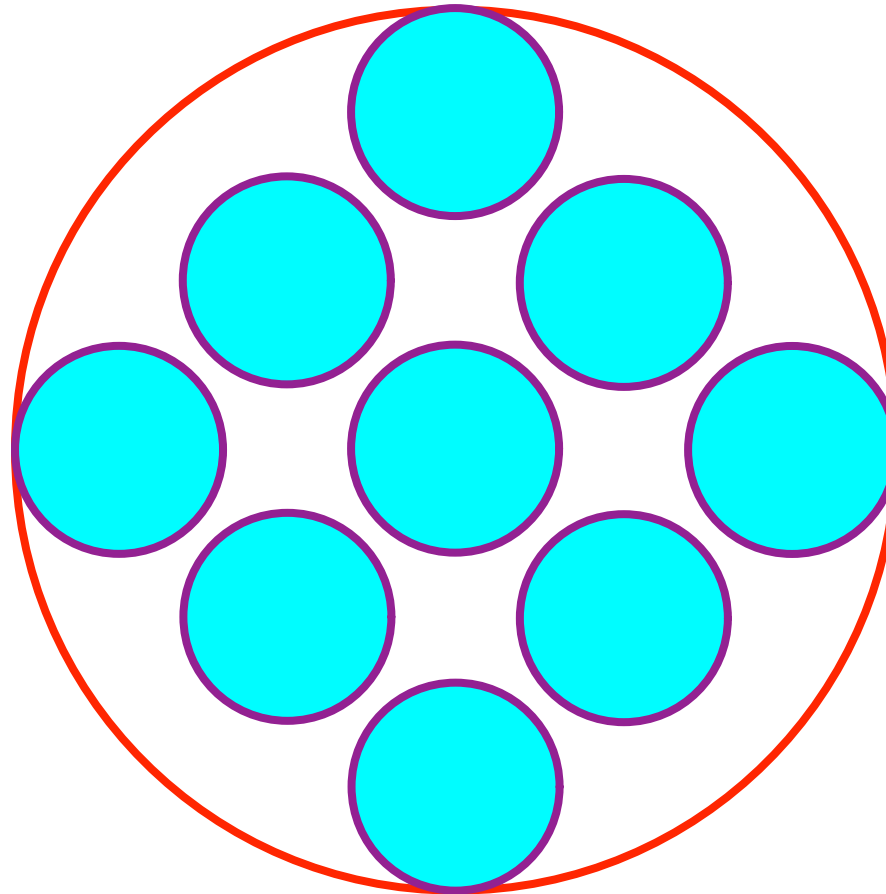
*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

## Der Goldene Schnitt



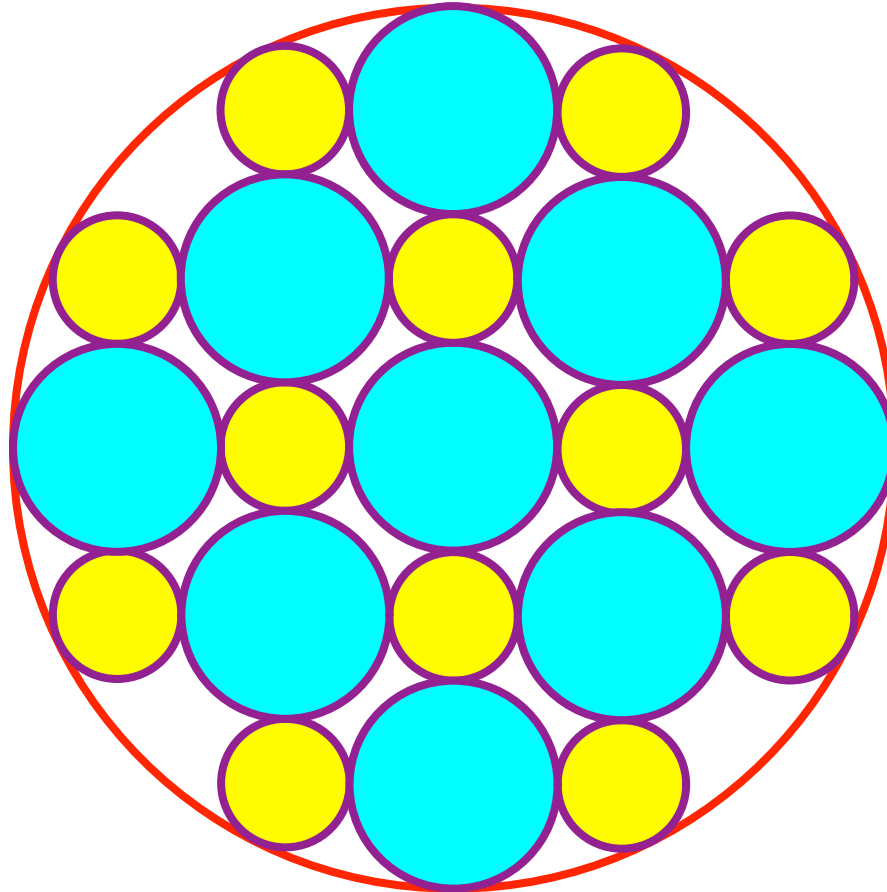
*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

## Der Goldene Schnitt



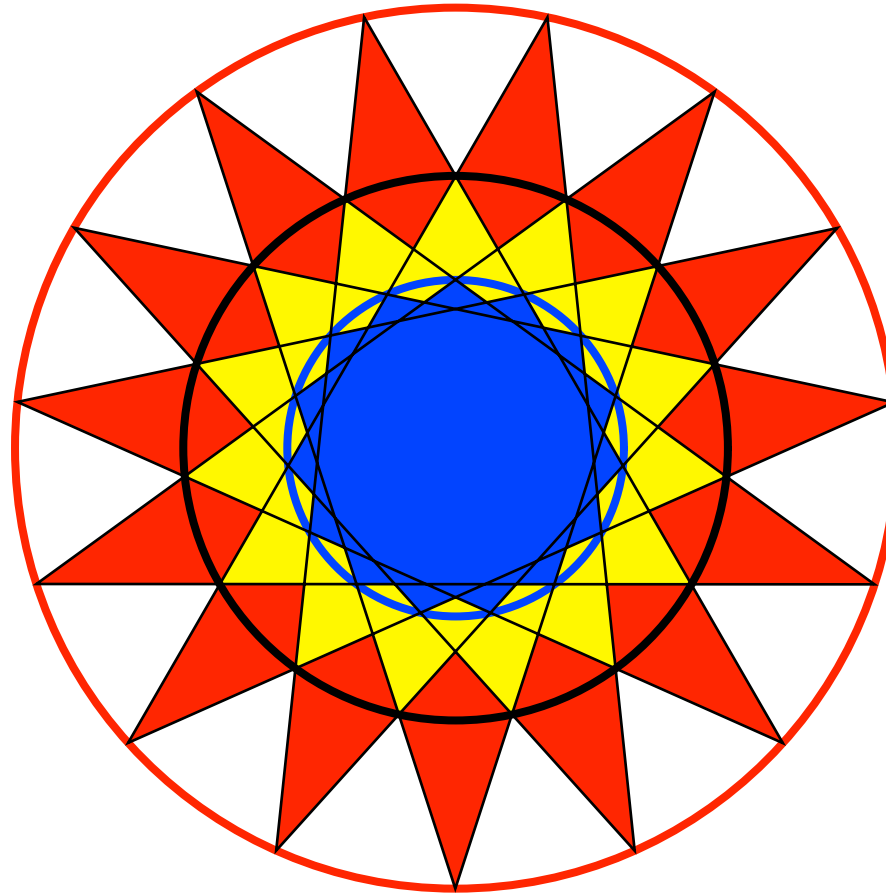
*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

## Der Goldene Schnitt



*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

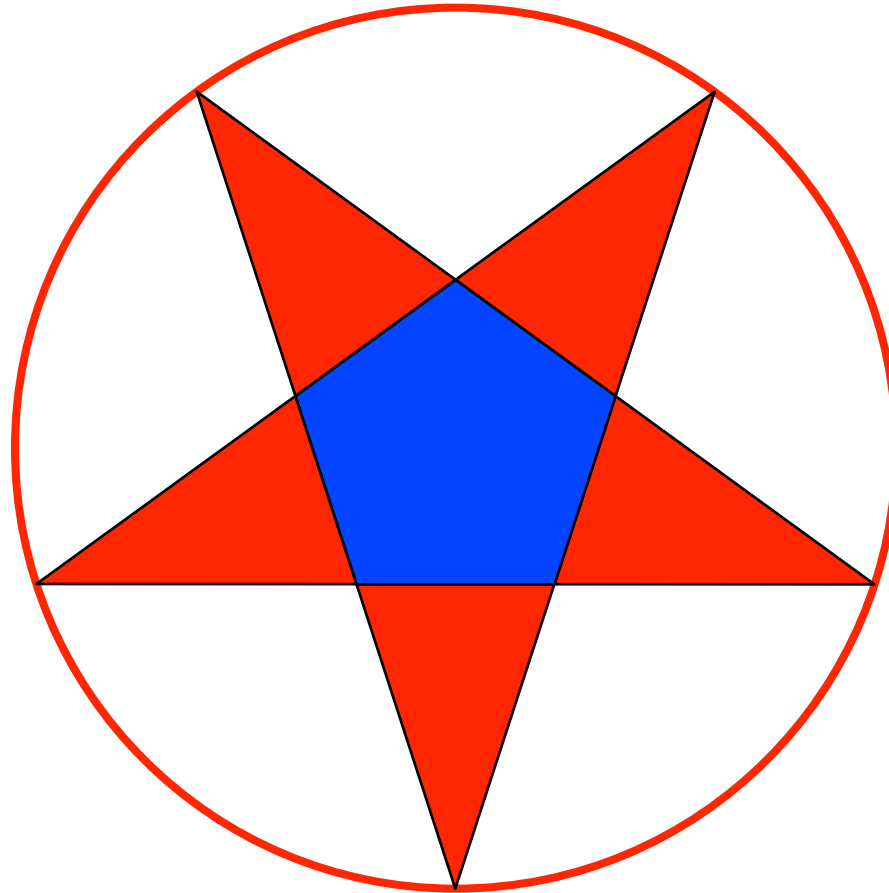
## Der Goldene Schnitt



Was steckt hinter den Sternen?

Figur: Toni Weininger, Landshut

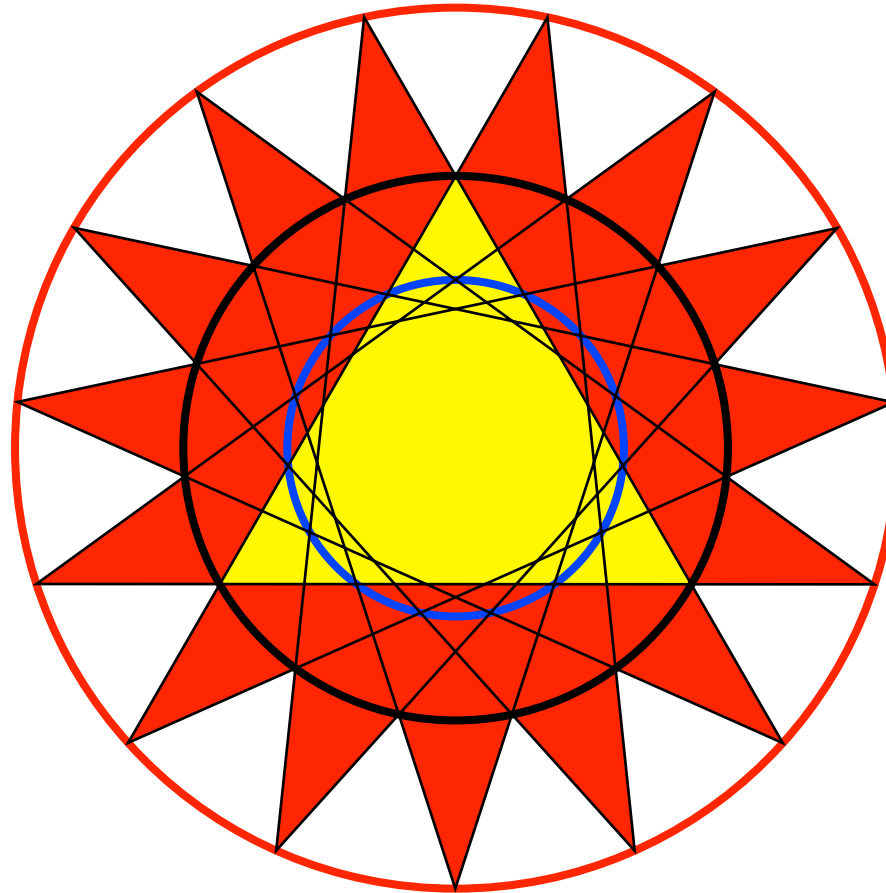
## Der Goldene Schnitt



Pentagon und Pentagramm



## Der Goldene Schnitt



Gleichseitige Dreiecke

## Der Goldene Schnitt



## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$$60 \% + 36 \% = 96 \%$$

etwas zu klein

↑      ↑  
Asymmetrie

## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$$60 \% + 36 \% = 96 \%$$

etwas zu klein

$$70 \% + 49 \% = 119 \%$$

zu groß

## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$$60 \% + 36 \% = 96 \%$$

etwas zu klein

$$62 \% + 38.44 \% = 100.44 \%$$

$$70 \% + 49 \% = 119 \%$$

zu groß

## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$60 \% + 36 \% = 96 \%$                       etwas zu klein

$61.8 \% + 38.1924 \% = 99.9924 \%$

$62 \% + 38.44 \% = 100.44 \%$

$70 \% + 49 \% = 119 \%$                       zu groß

## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$$x + x \cdot x = 1$$



## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$$x + x \cdot x = 1$$

$$x + x^2 = 1$$

Quadratische Gleichung

## Der Goldene Schnitt

Prozentsatz so, dass

Prozentsatz plus Prozentsatz vom Prozentsatz = 100 %

$$x + x \cdot x = 1$$

$$x + x^2 = 1$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \approx 0.6180339887499$$

Drohne:

Mutti, wie bin ich auf die Welt gekommen?

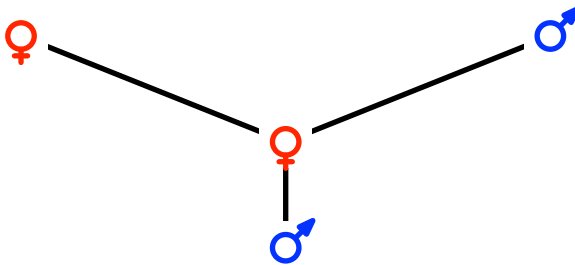


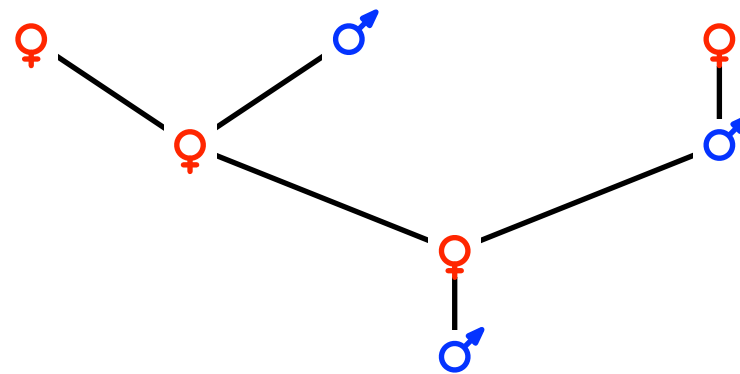
Eine männliche Biene (Drohne)  
hat nur eine Mutter (Königin)

Unbefruchtetes Ei



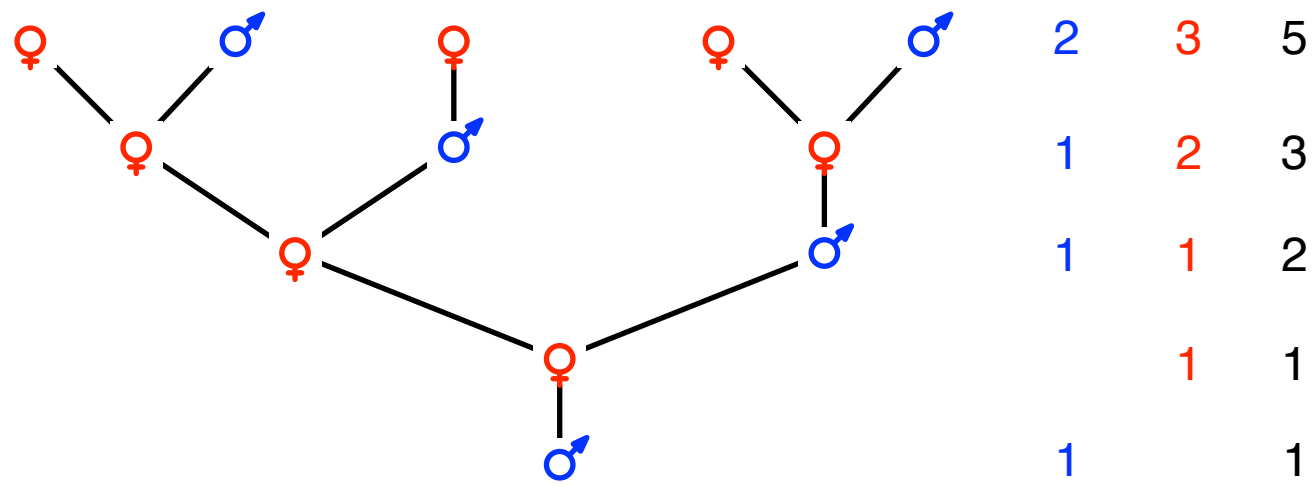
Eine weibliche Biene hat Mutter und Vater.



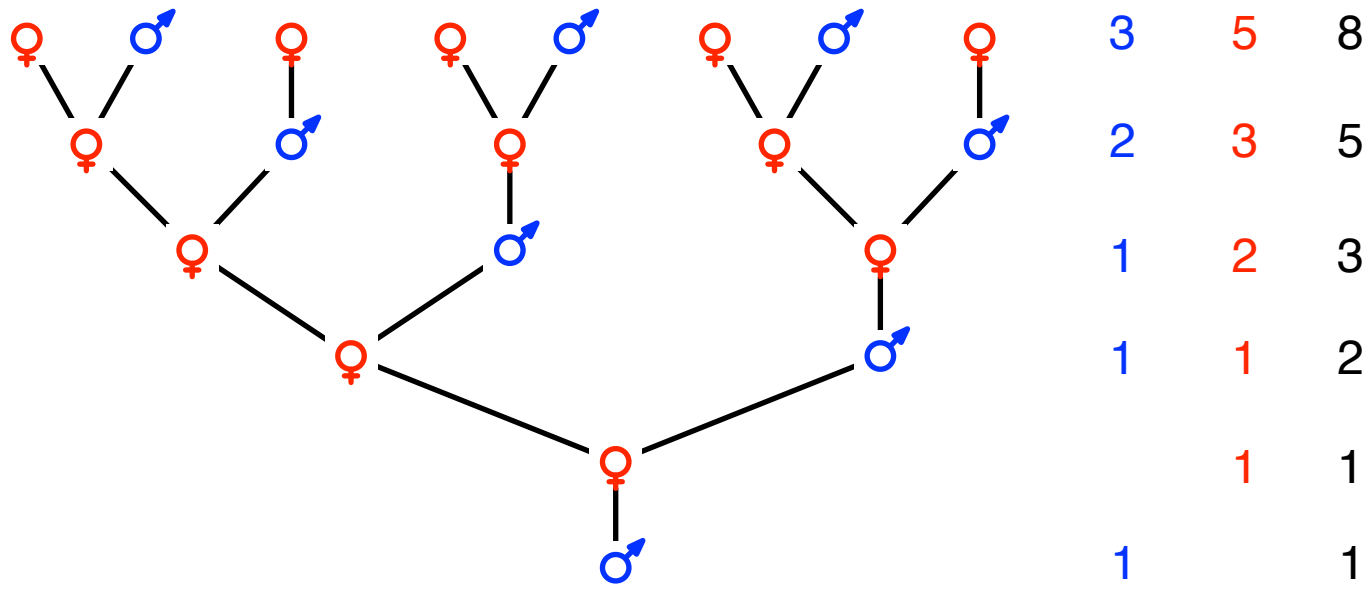


1	2	3
1	1	2
	1	1
1		1

Stammbaum  
einer Drohne

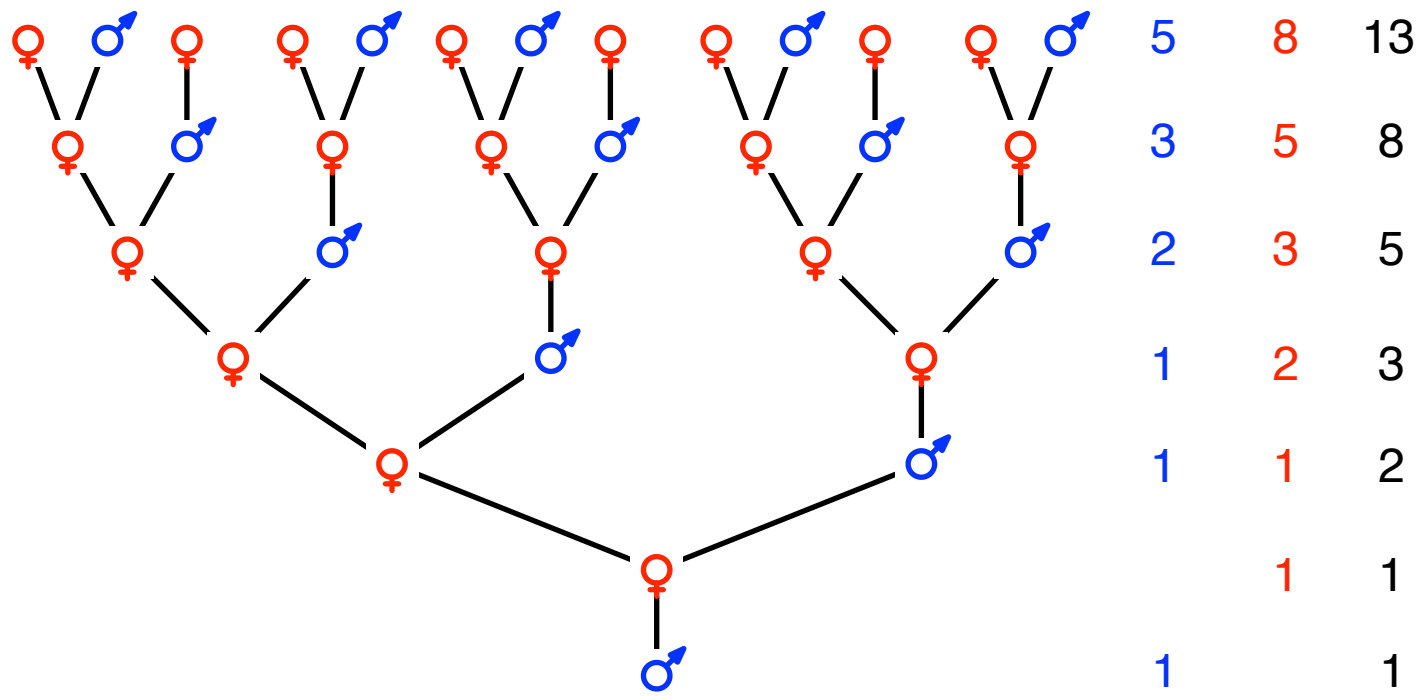


Stammbaum  
einer Drohne

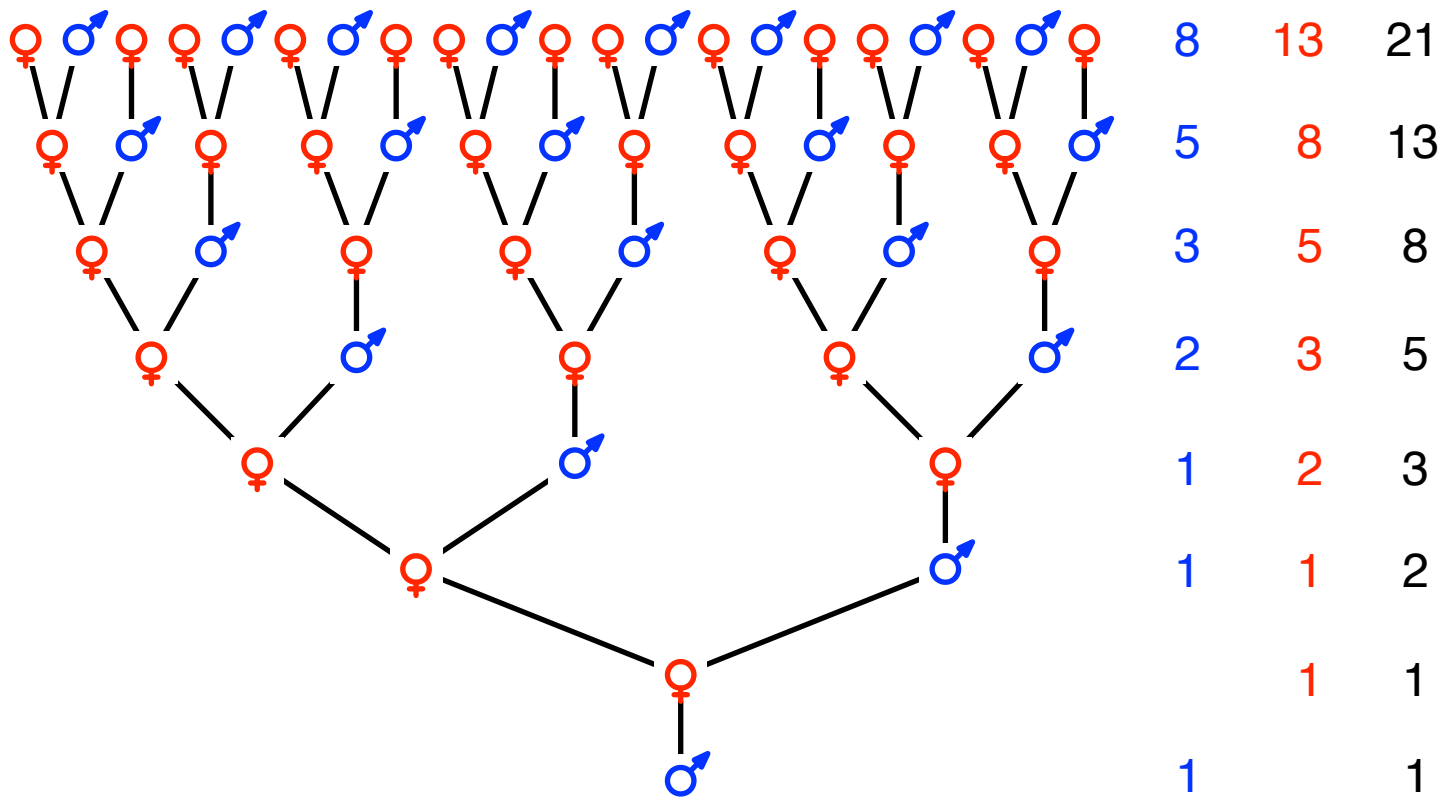


Stammbaum  
einer Drohne



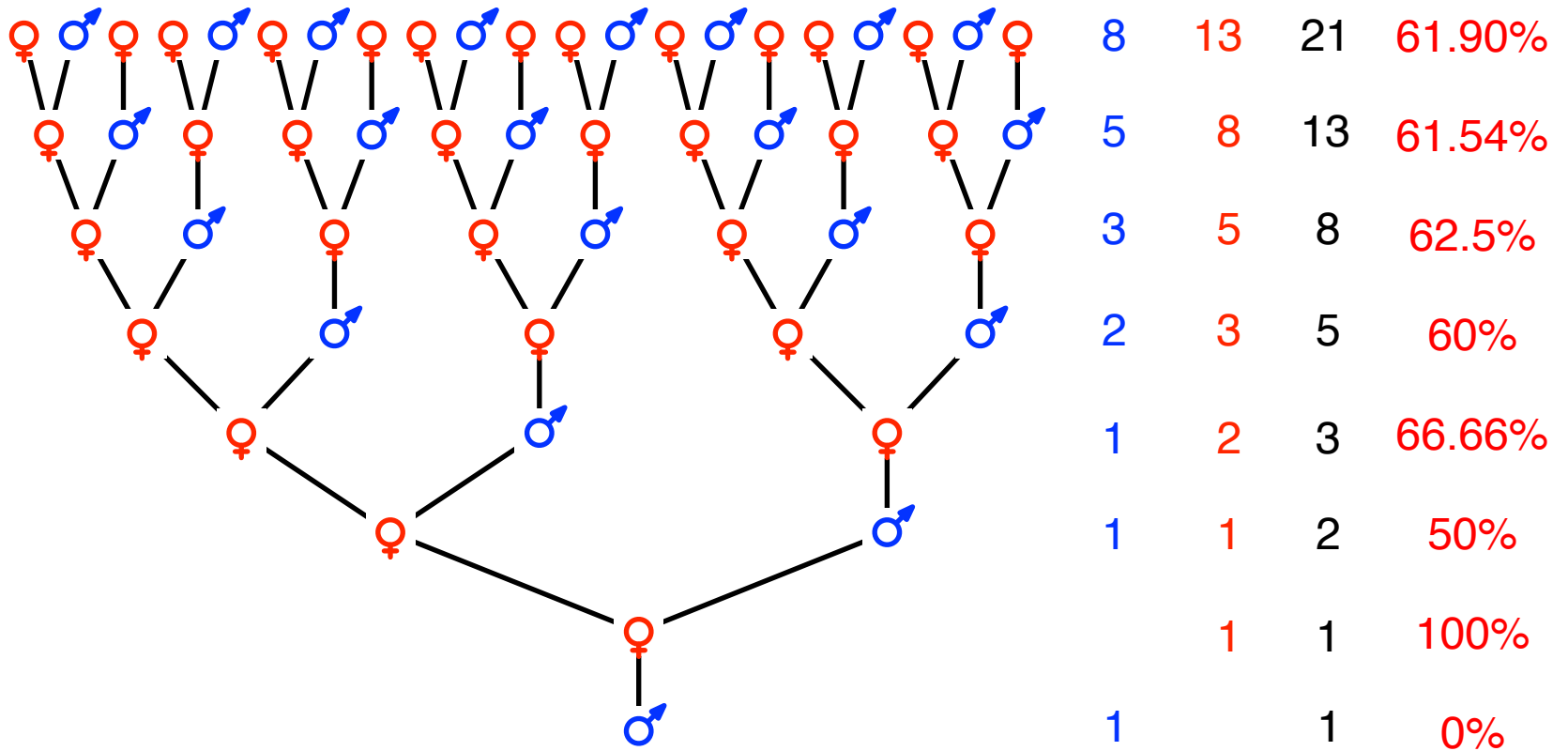


Stammbaum  
einer Drohne



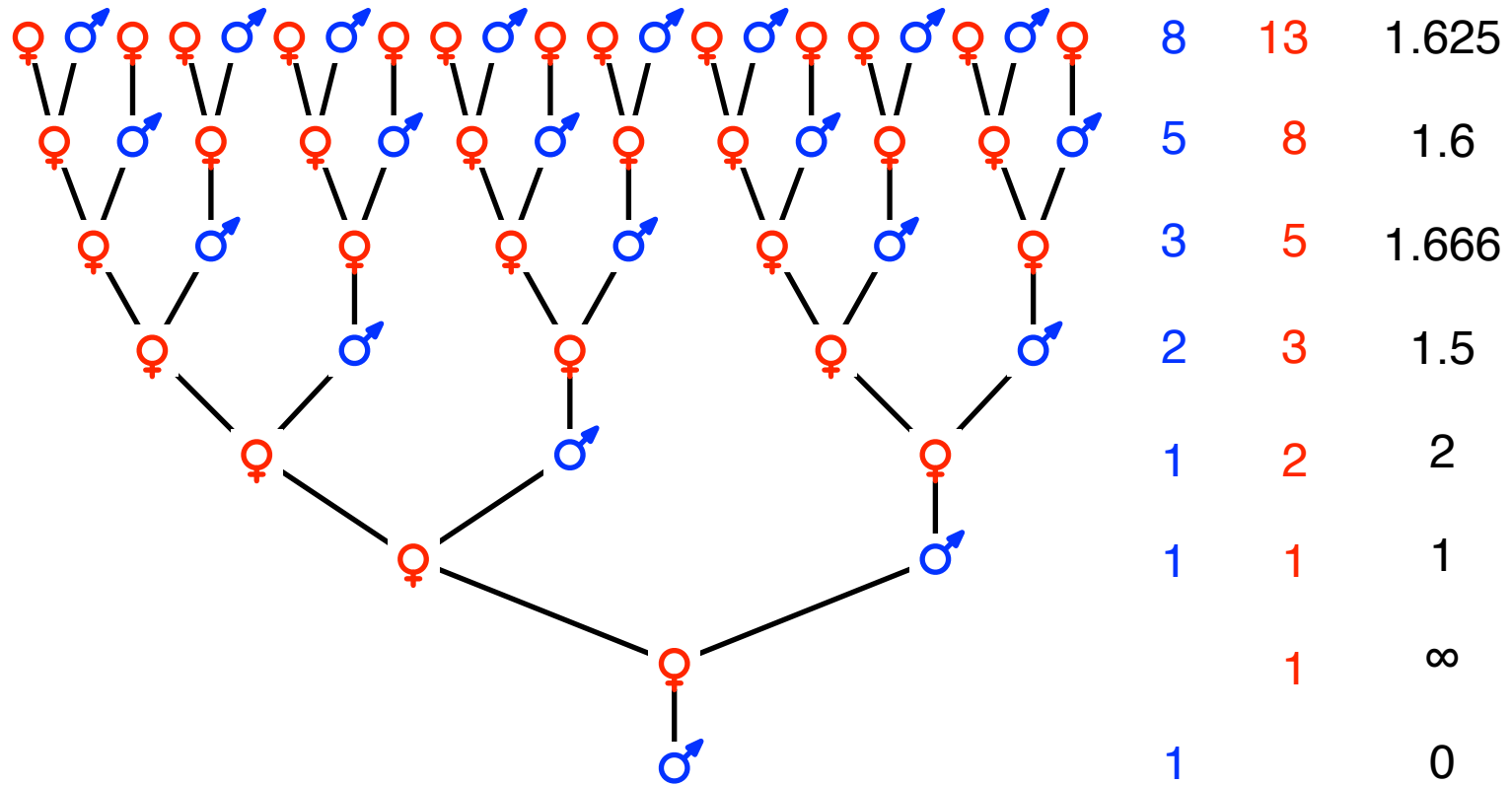
Stammbaum  
einer Drohne

## Weibchenanteil



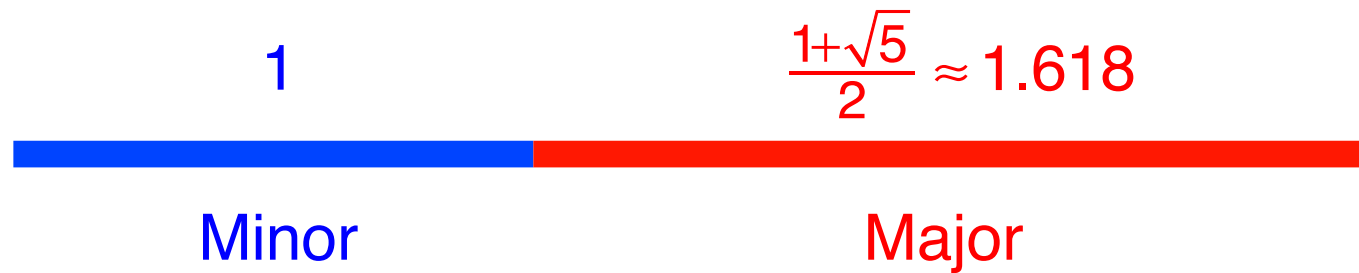
Stammbaum  
einer Drohne

# Verhältnis Weibchen zu Männchen

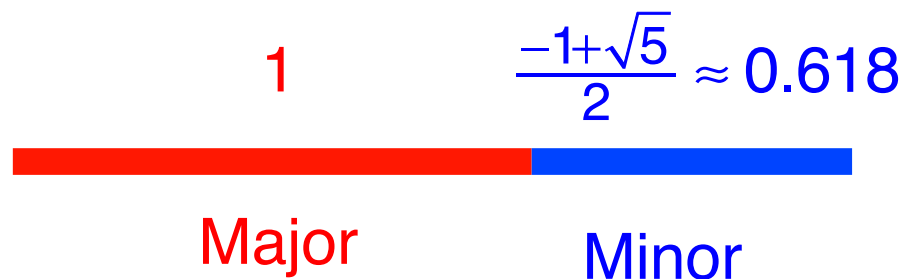


Stammbaum  
einer Drohne

Der Goldene Schnitt als „große Zahl“



Der Goldene Schnitt als „kleine Zahl“



Der Goldene Schnitt als „große Zahl“

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$

Der Goldene Schnitt als „kleine Zahl“

$$\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$$

Rechnen

Der Goldene Schnitt als „große Zahl“  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$

Der Goldene Schnitt als „kleine Zahl“  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$

Differenz:  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) - \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{(1+\sqrt{5}) - (-1+\sqrt{5})}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Rechnen

Der Goldene Schnitt als „große Zahl“  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$

Der Goldene Schnitt als „kleine Zahl“  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$

Differenz:  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) - \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{(1+\sqrt{5}) - (-1+\sqrt{5})}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Produkt:  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{-1+\sqrt{5}-\sqrt{5}+5}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Rechnen



## Traditionelle Bezeichnungen

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$$

*Goldener Schnitt*

(1835, Martin Ohm, Bruder von Georg Simon Ohm)

*Golden Section, Nombre d'Or*

*Divina Proportione* (Luca Pacioli, 1445-1514)

*Stetige Teilung* (Euklid, 3. Jh. v. Chr.)

Werbung

Walser, Hans:  
Der Goldene Schnitt.

6., bearbeitete und  
erweiterte Auflage.

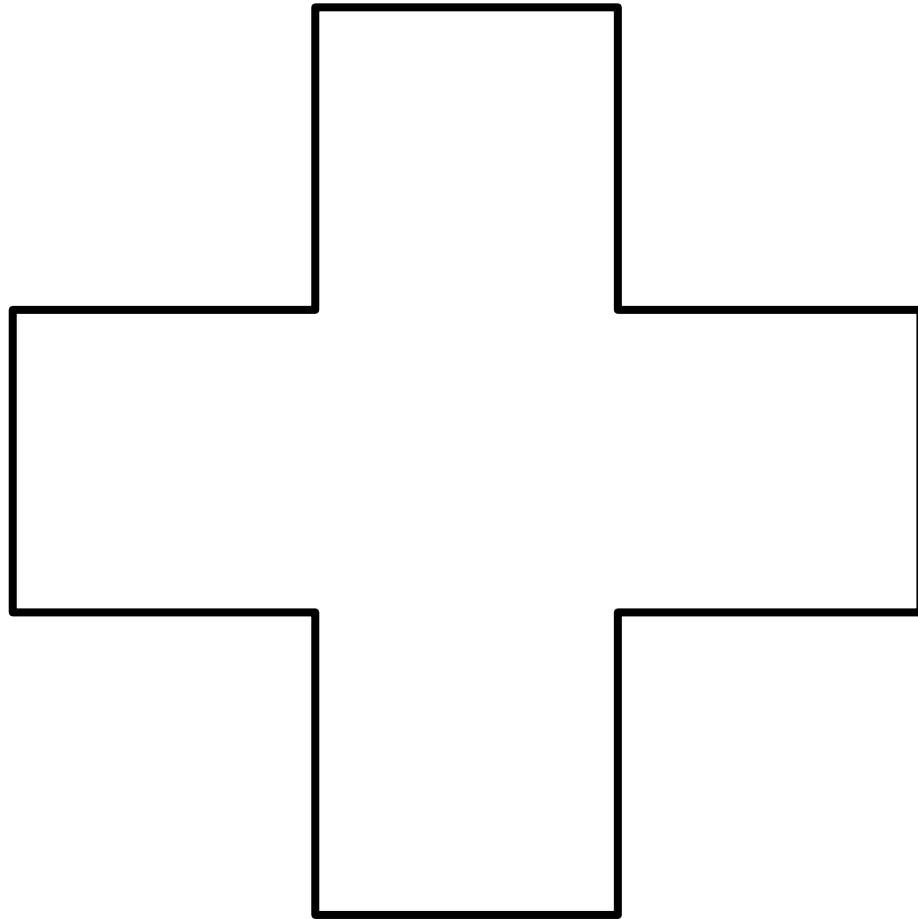
Edition am Gutenbergplatz,  
Leipzig 2013.

ISBN 978-3-937219-85-1

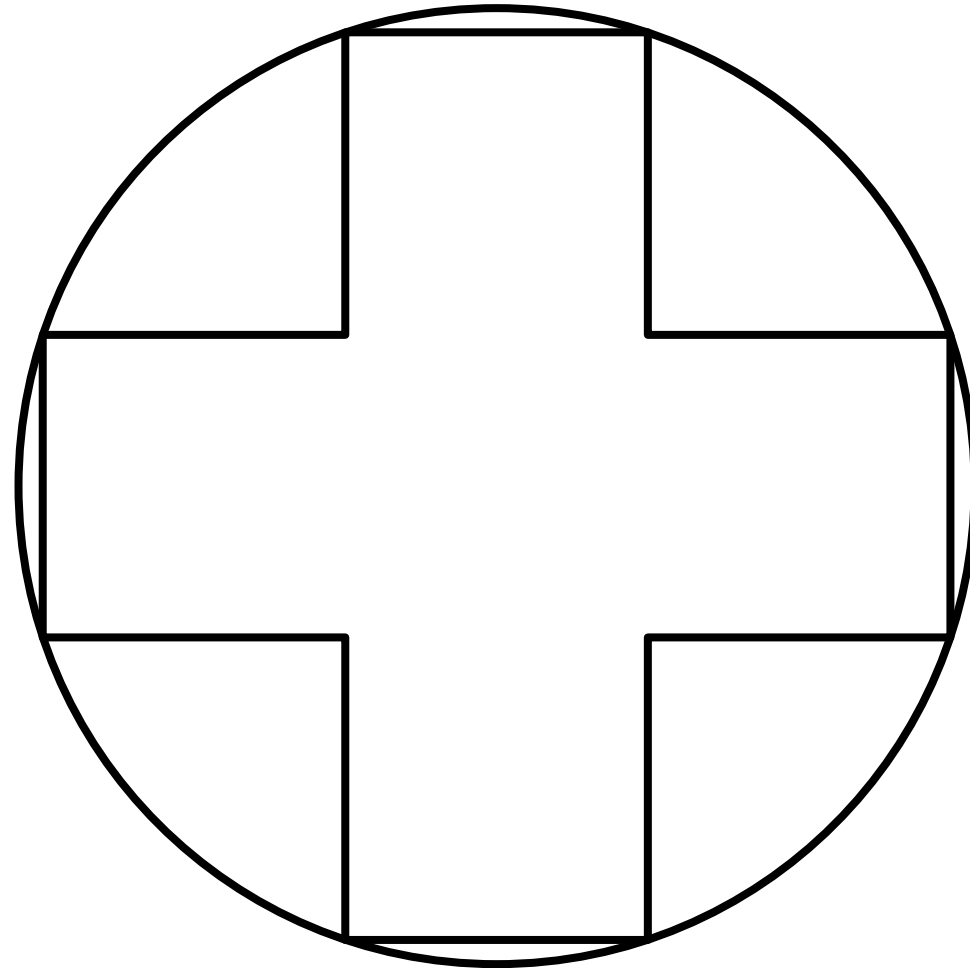


Das alte Rathaus zu Leipzig, 1556

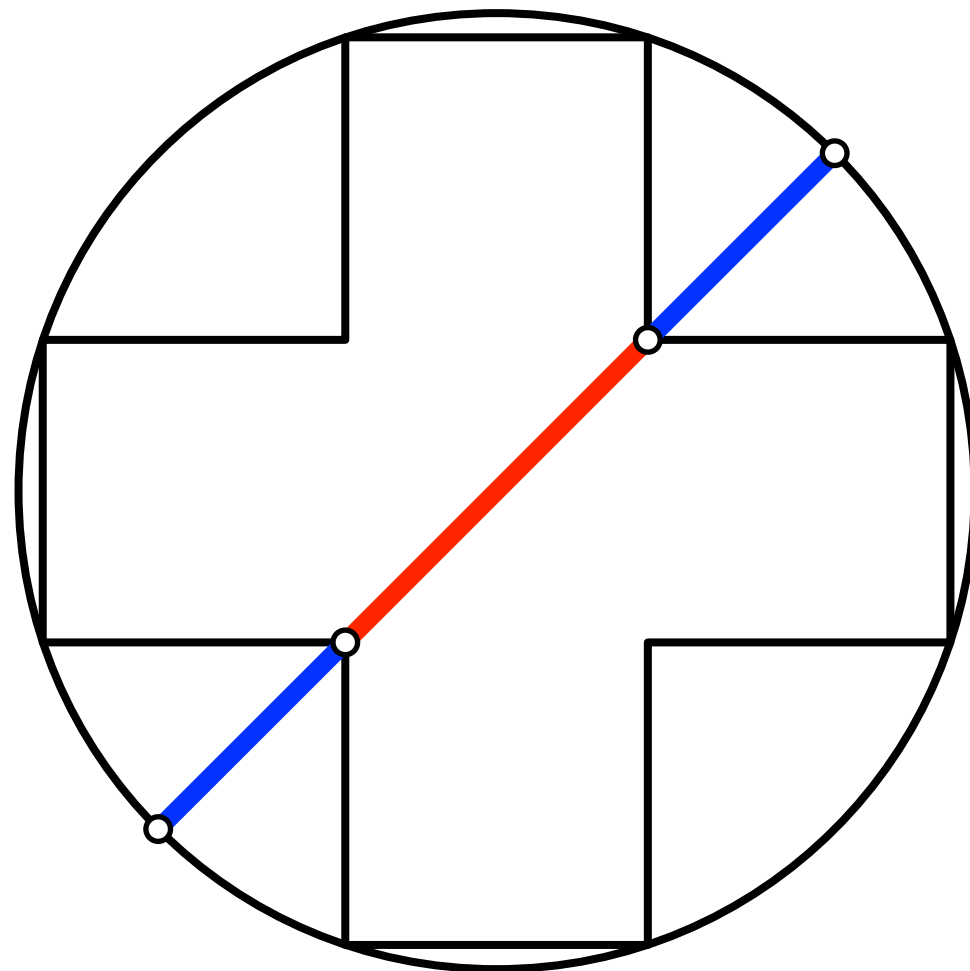
Kreuz



Kreuz  
Umkreis



Kreuz  
Umkreis  
Diagonale

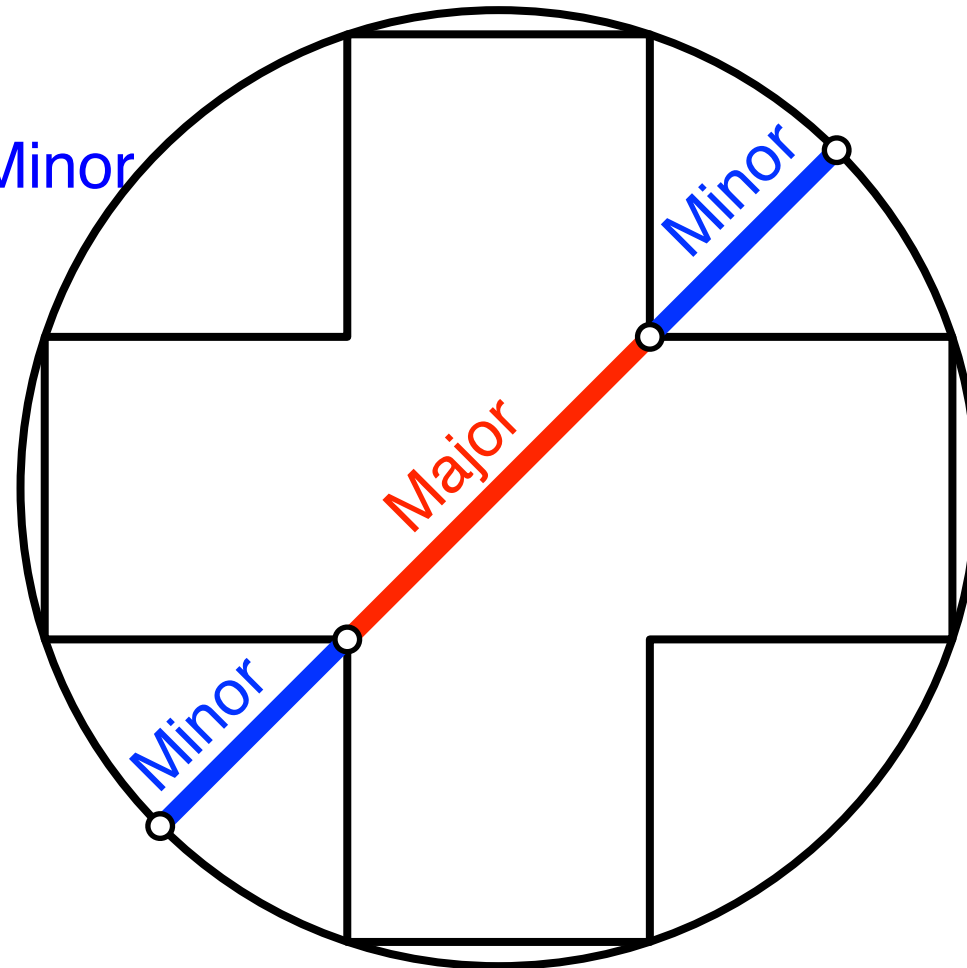


Kreuz

Umkreis

Diagonale

Major und Minor

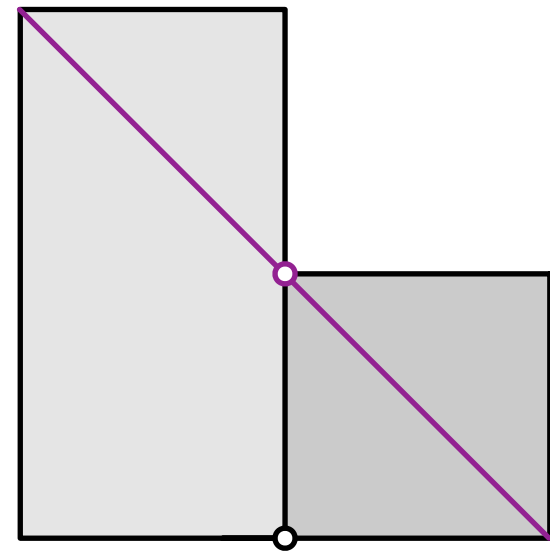


## Euklid: *Elemente*

Zweites Buch, §11:

Eine gegebene Strecke so zu teilen, dass das Rechteck aus der ganzen Strecke und dem einen Abschnitt dem Quadrat über dem anderen Abschnitt gleich ist.

$$\text{ganze Strecke} \times \text{ein Abschnitt} = (\text{anderer Abschnitt})^2$$

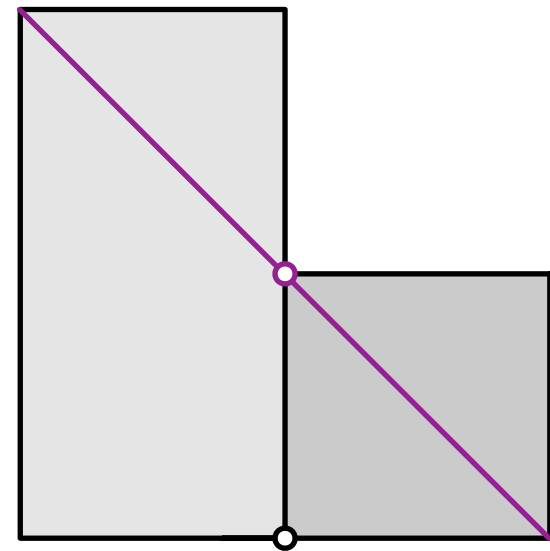
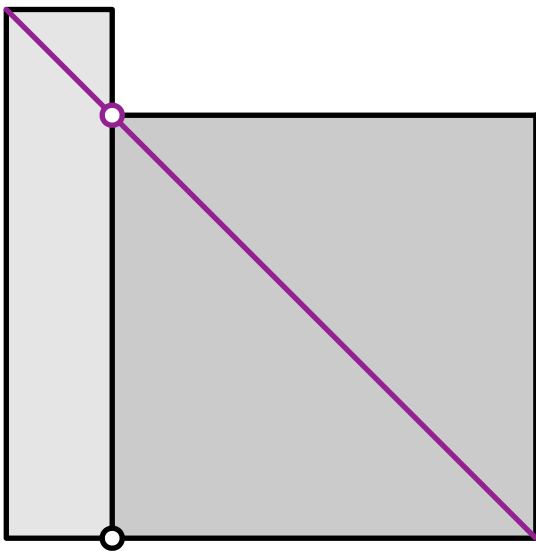


Euklid: *Elemente*

Zweites Buch, §11:

Eine gegebene Strecke so zu teilen, dass das Rechteck aus der ganzen Strecke und dem einen Abschnitt dem Quadrat über dem anderen Abschnitt gleich ist.

$$\text{ganze Strecke} \times \text{ein Abschnitt} = (\text{anderer Abschnitt})^2$$



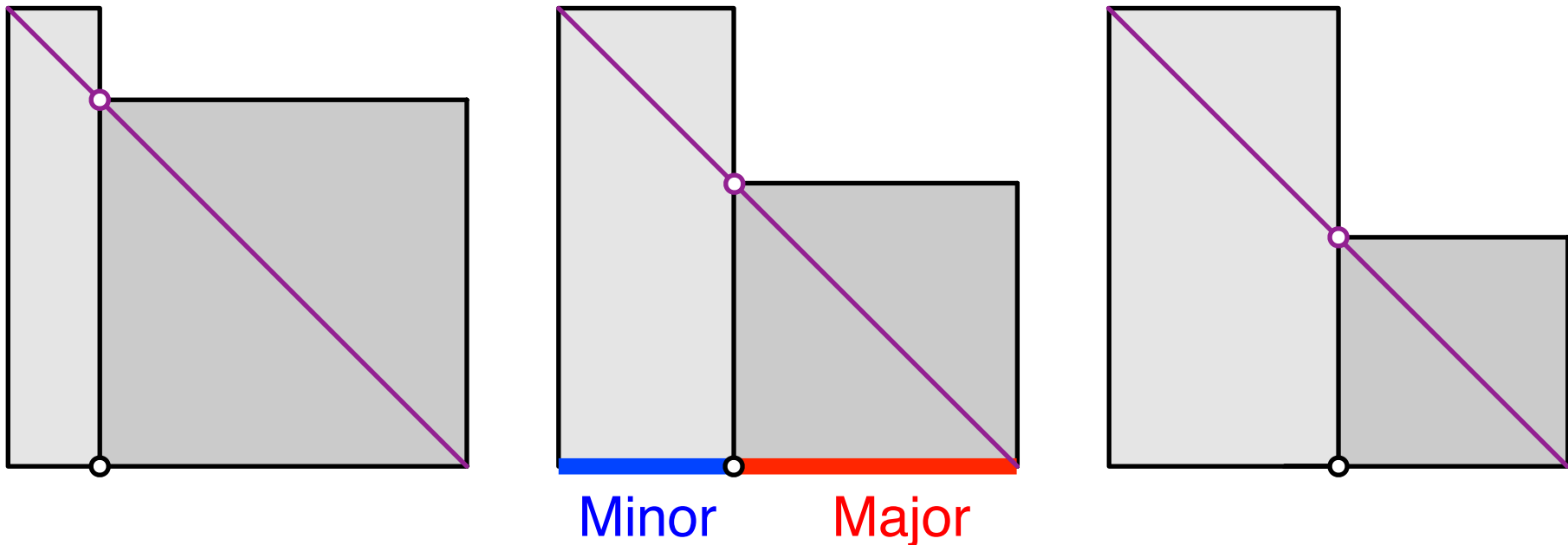


Euklid: *Elemente*

Zweites Buch, §11:

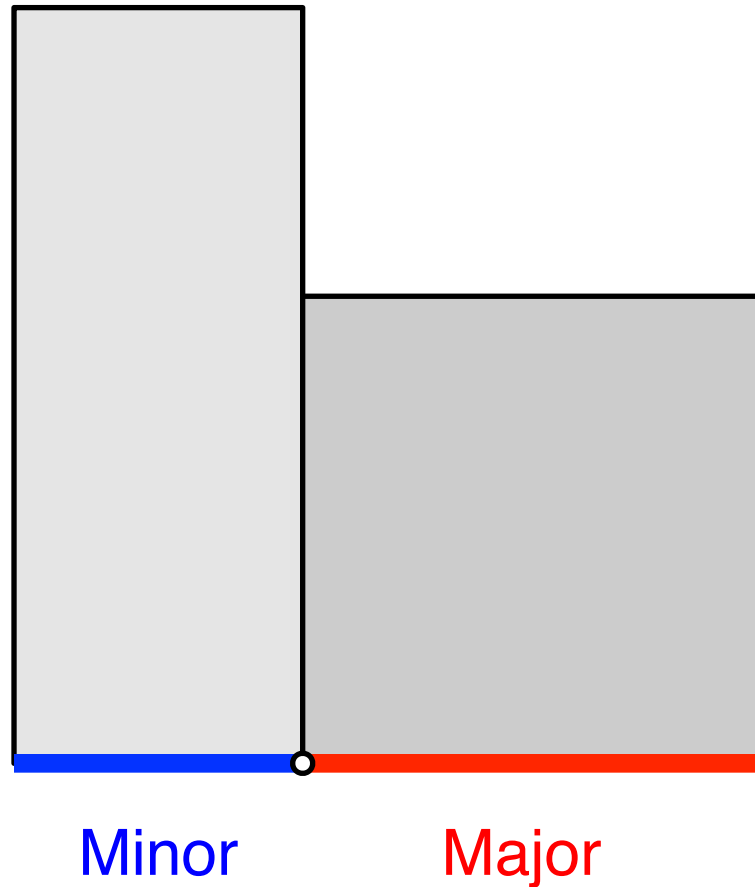
Eine gegebene Strecke so zu teilen, dass das Rechteck aus der ganzen Strecke und dem einen Abschnitt dem Quadrat über dem anderen Abschnitt gleich ist.

$$\text{ganze Strecke} \times \text{ein Abschnitt} = (\text{anderer Abschnitt})^2$$



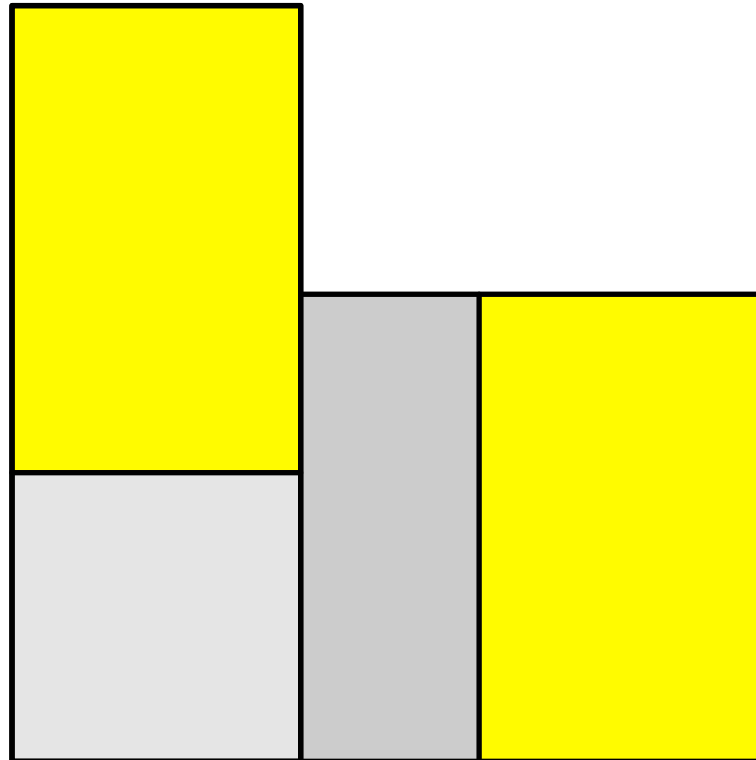
ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

Illustration der Flächengleichheit?



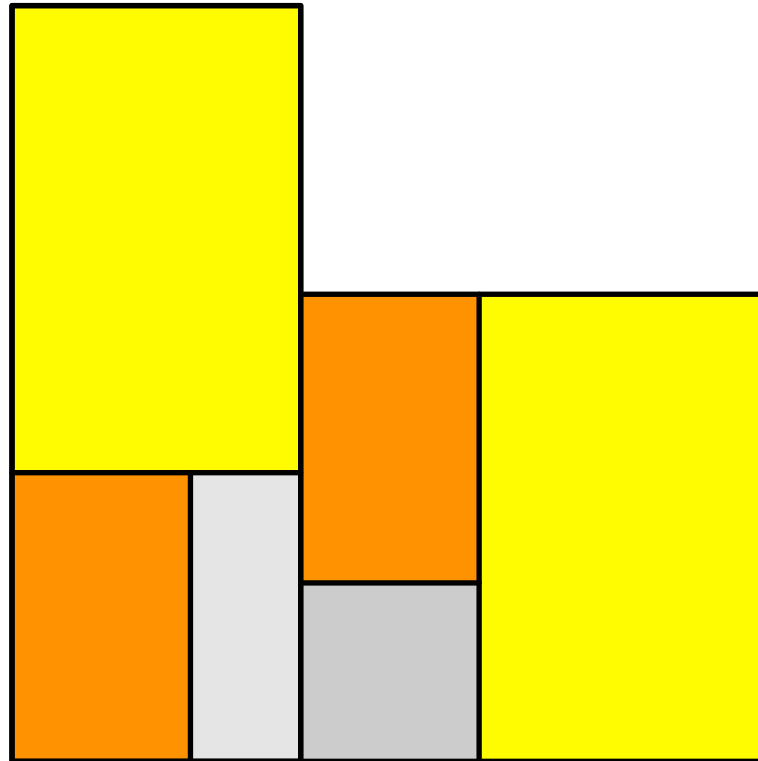
ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

Gleichzeitiges Ausschöpfen (greedy algorithm)



ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

Gleichzeitiges Ausschöpfen (greedy algorithm)



Tout change au pareil

Der Goldene Schnitt kann *nicht* als Bruch dargestellt werden.

Der Goldene Schnitt ist *irrational*.

Der Goldene Schnitt kann *nicht* als Bruch dargestellt werden.

Der Goldene Schnitt ist *irrational*.

Beispiele von irrationalen Zahlen:

$\Phi$       Hippasos von Metapont (5. Jh. v. Chr.)

$\sqrt{2}$       Euklid (3. Jh. v. Chr.)

---

$\pi$       Johann Heinrich Lambert (1761)

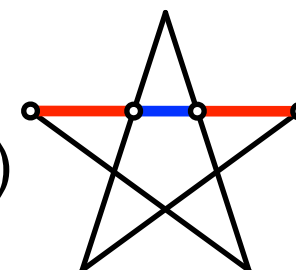
e      Leonhard Euler (1737)

Der Goldene Schnitt kann *nicht* als Bruch dargestellt werden.

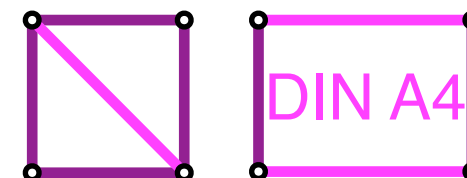
Der Goldene Schnitt ist *irrational*.

Beispiele von irrationalen Zahlen:

$\Phi$  Hippiasos von Metapont (5. Jh. v. Chr.)

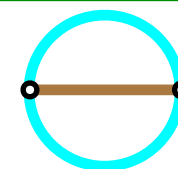


$\sqrt{2}$  Euklid (3. Jh. v. Chr.)



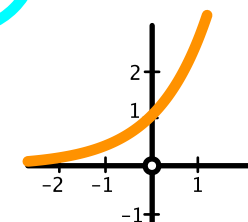
---

$\pi$  Johann Heinrich Lambert (1761)



$e$  Leonhard Euler (1737)

$$\frac{d}{dt} e^t = e^t$$

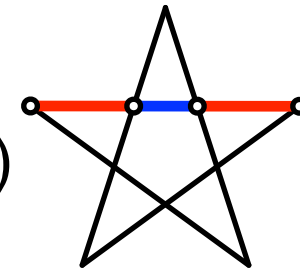


Der Goldene Schnitt kann *nicht* als Bruch dargestellt werden.

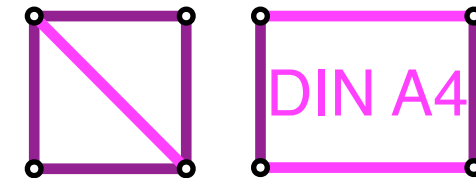
Der Goldene Schnitt ist *irrational*.

Beispiele von irrationalen Zahlen:

$\Phi$  Hippiasos von Metapont (5. Jh. v. Chr.)

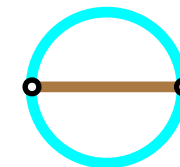


$\sqrt{2}$  Euklid (3. Jh. v. Chr.)



---

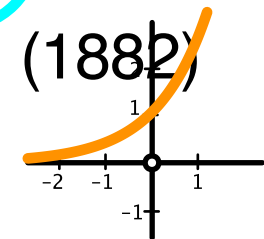
$\pi$  Johann Heinrich Lambert (1761)



Transzendenz: Ferdinand von Lindemann (1882)

$e$  Leonhard Euler (1737)

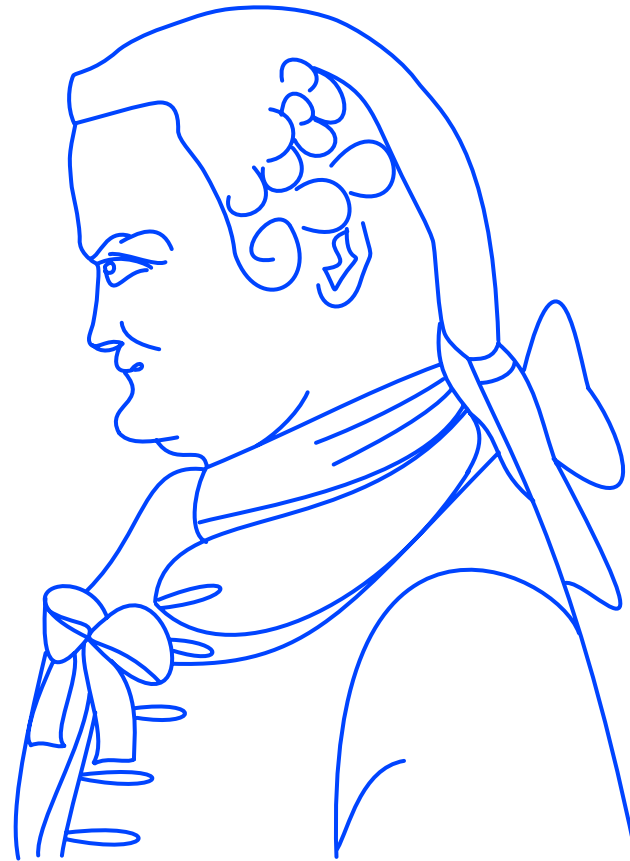
$$\frac{d}{dt} e^t = e^t$$



Transzendenz: Charles Hermite (1873)



Beispiel:  $\pi$  ist irrational



Johann Heinrich Lambert (1728-1777)

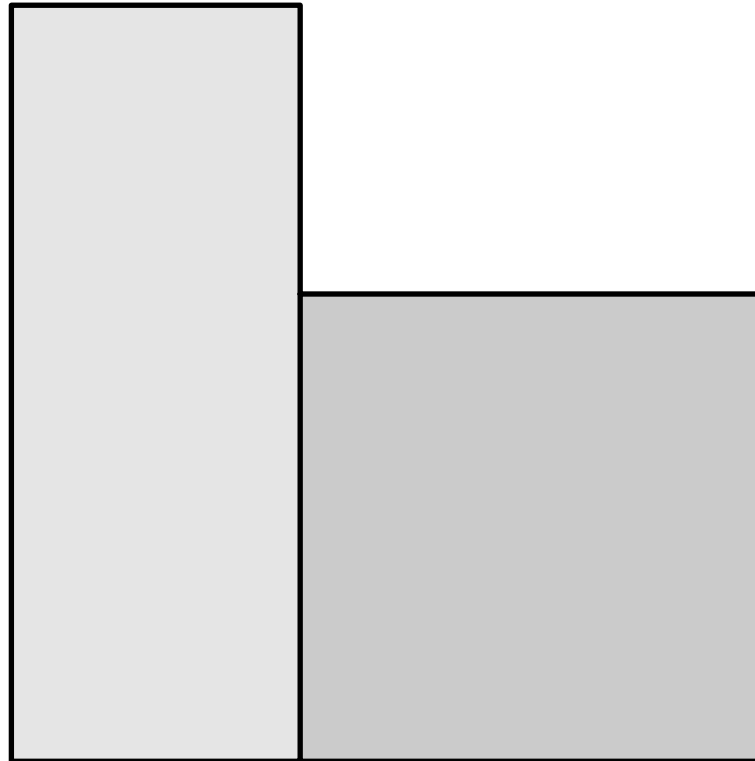
Beispiel:  $e$  ist irrational



Leonhard Euler (1707-1783)

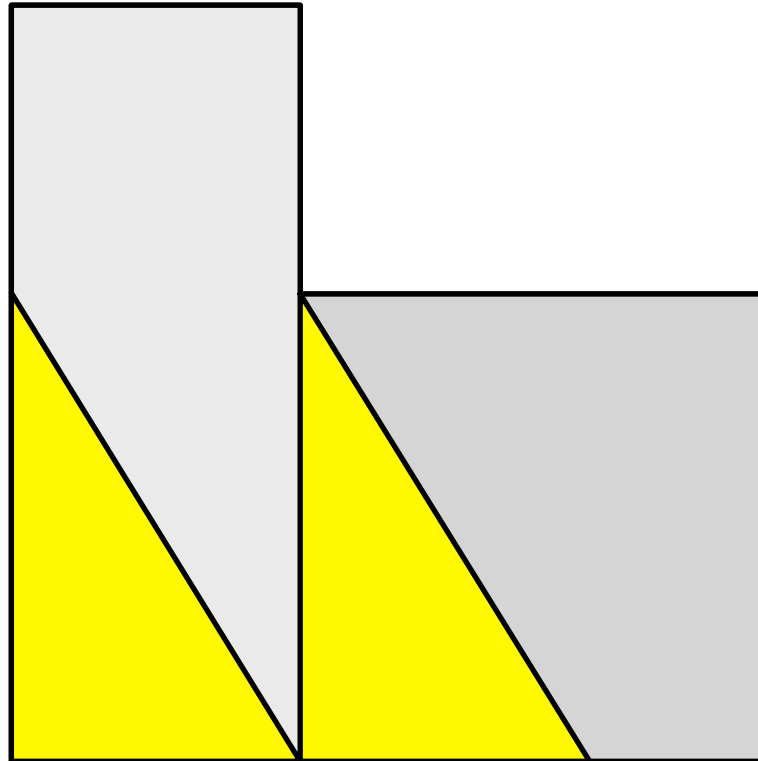
ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

Illustration der Flächengleichheit



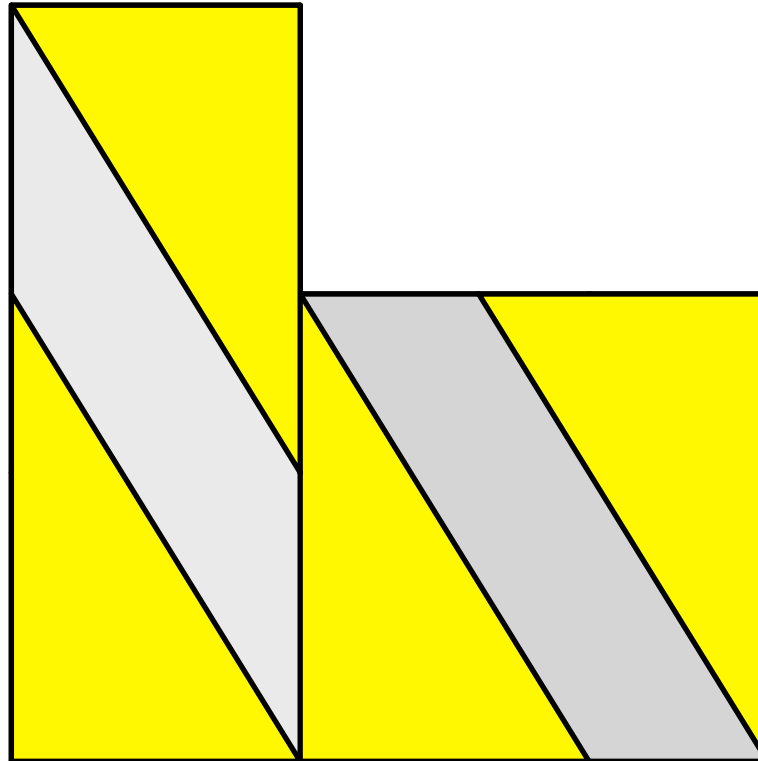
ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

Illustration der Flächengleichheit



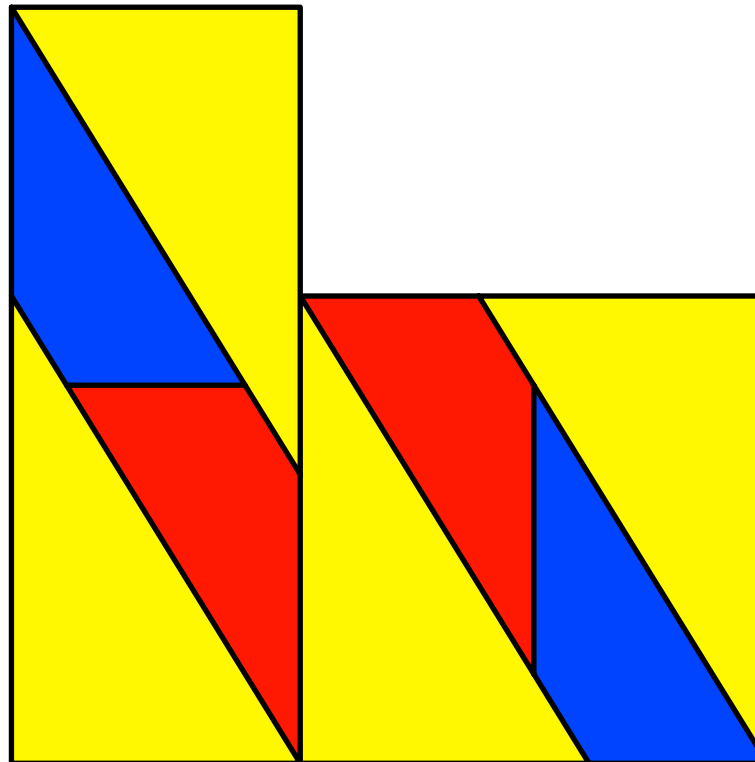
ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

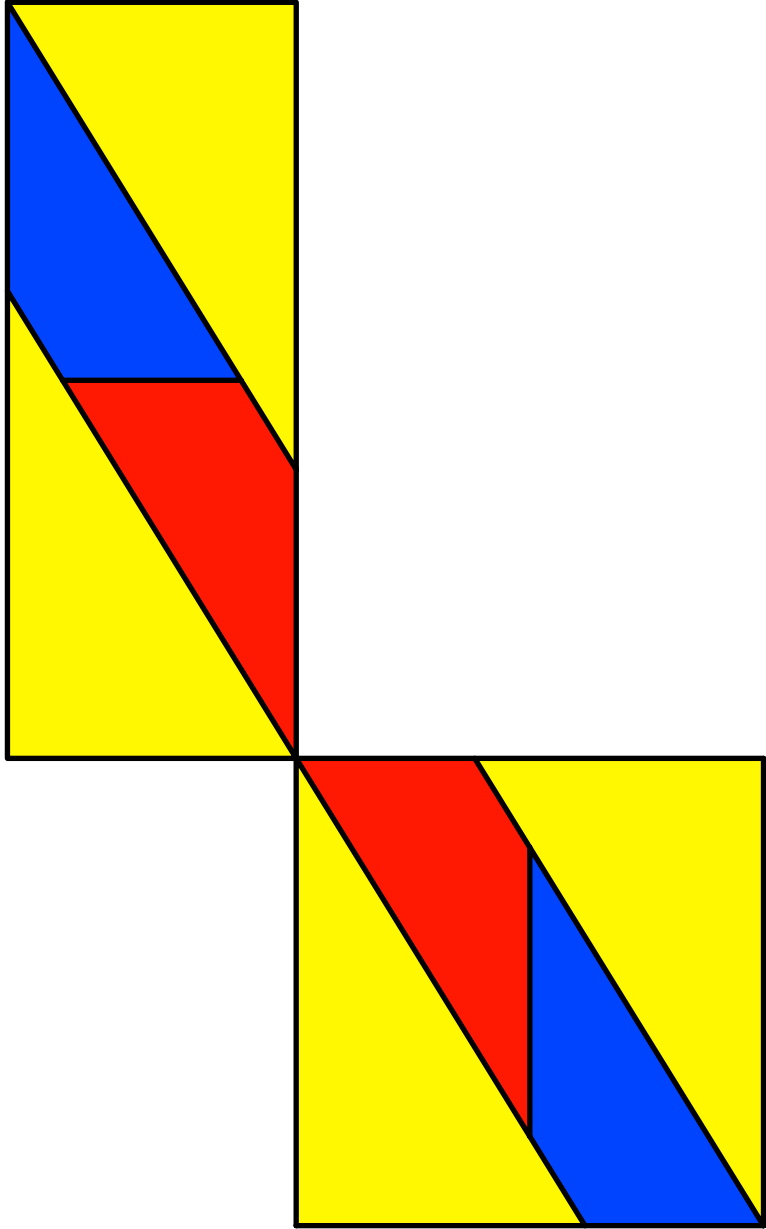
Illustration der Flächengleichheit

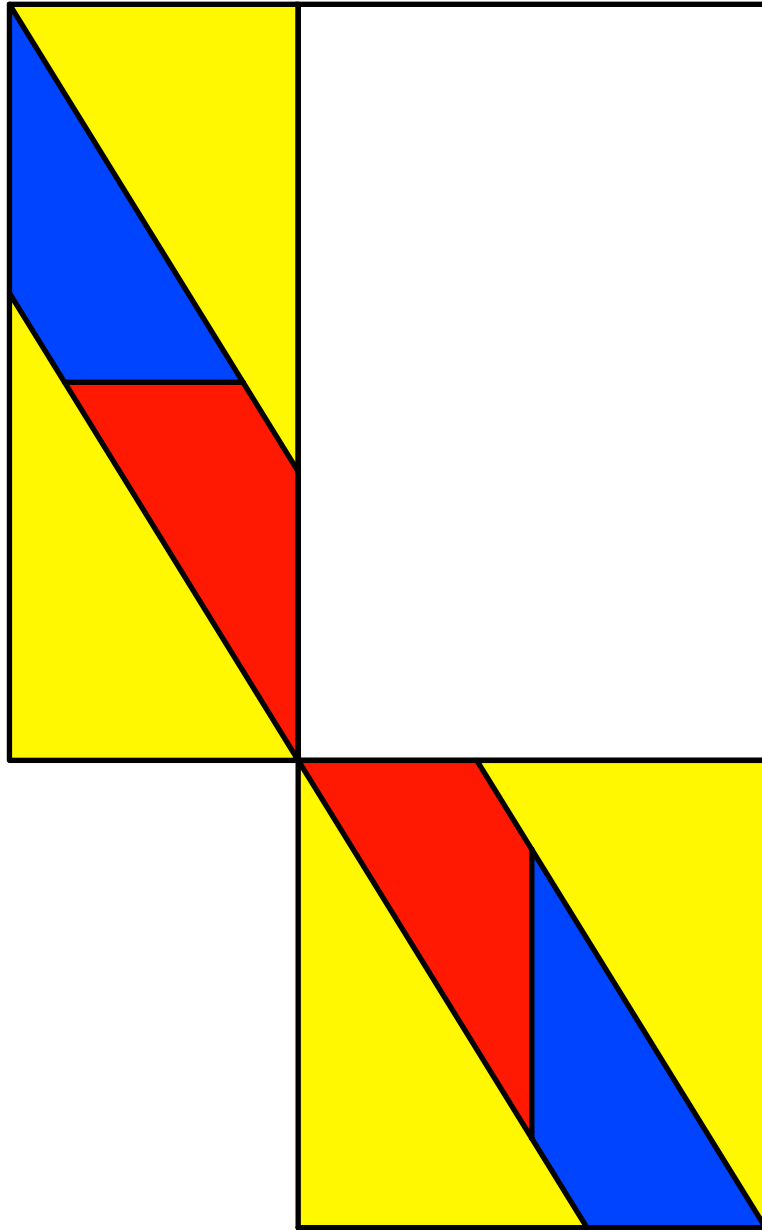


ganze Strecke  $\times$  ein Abschnitt = (anderer Abschnitt)<sup>2</sup>

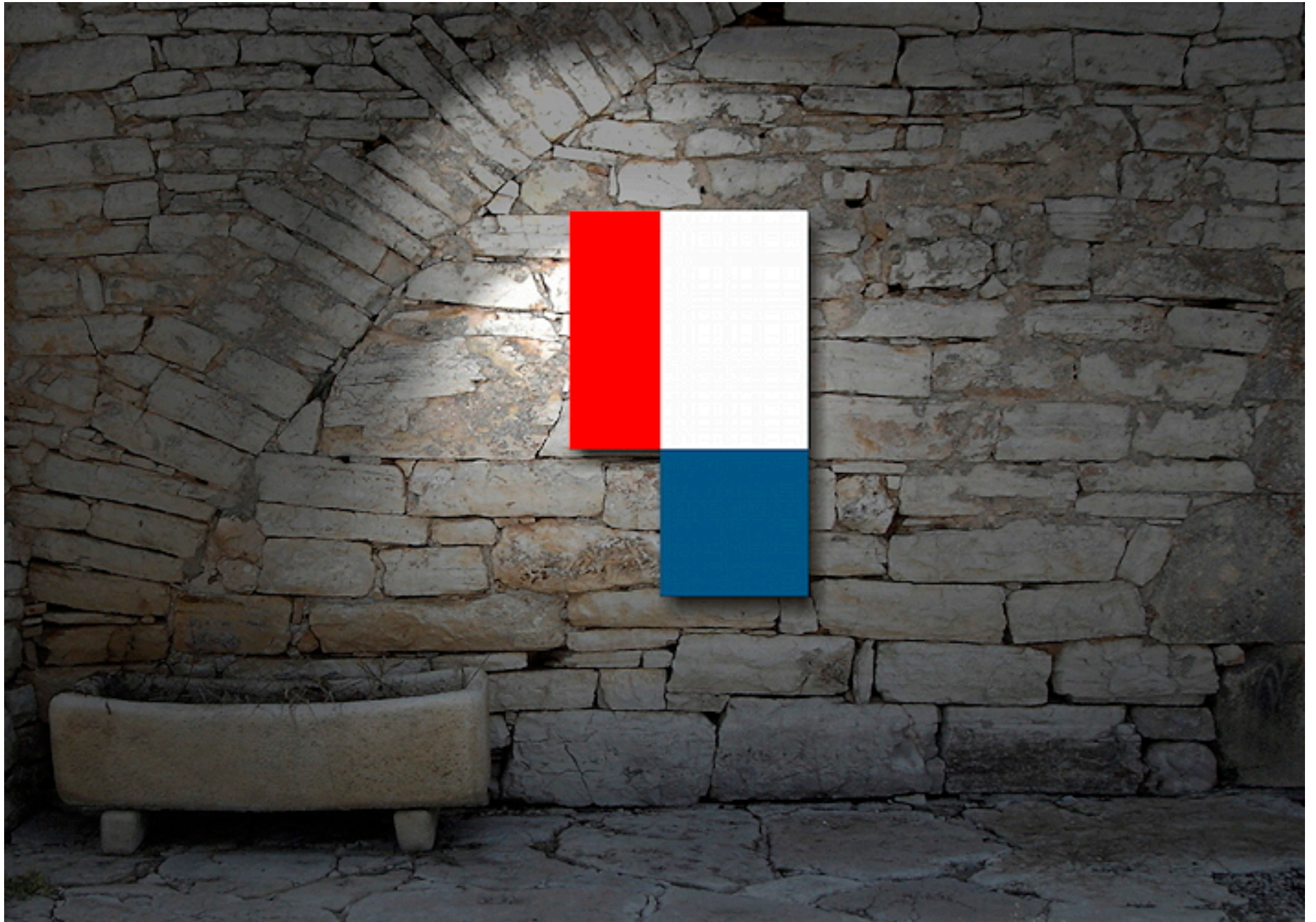
Illustration der Flächengleichheit



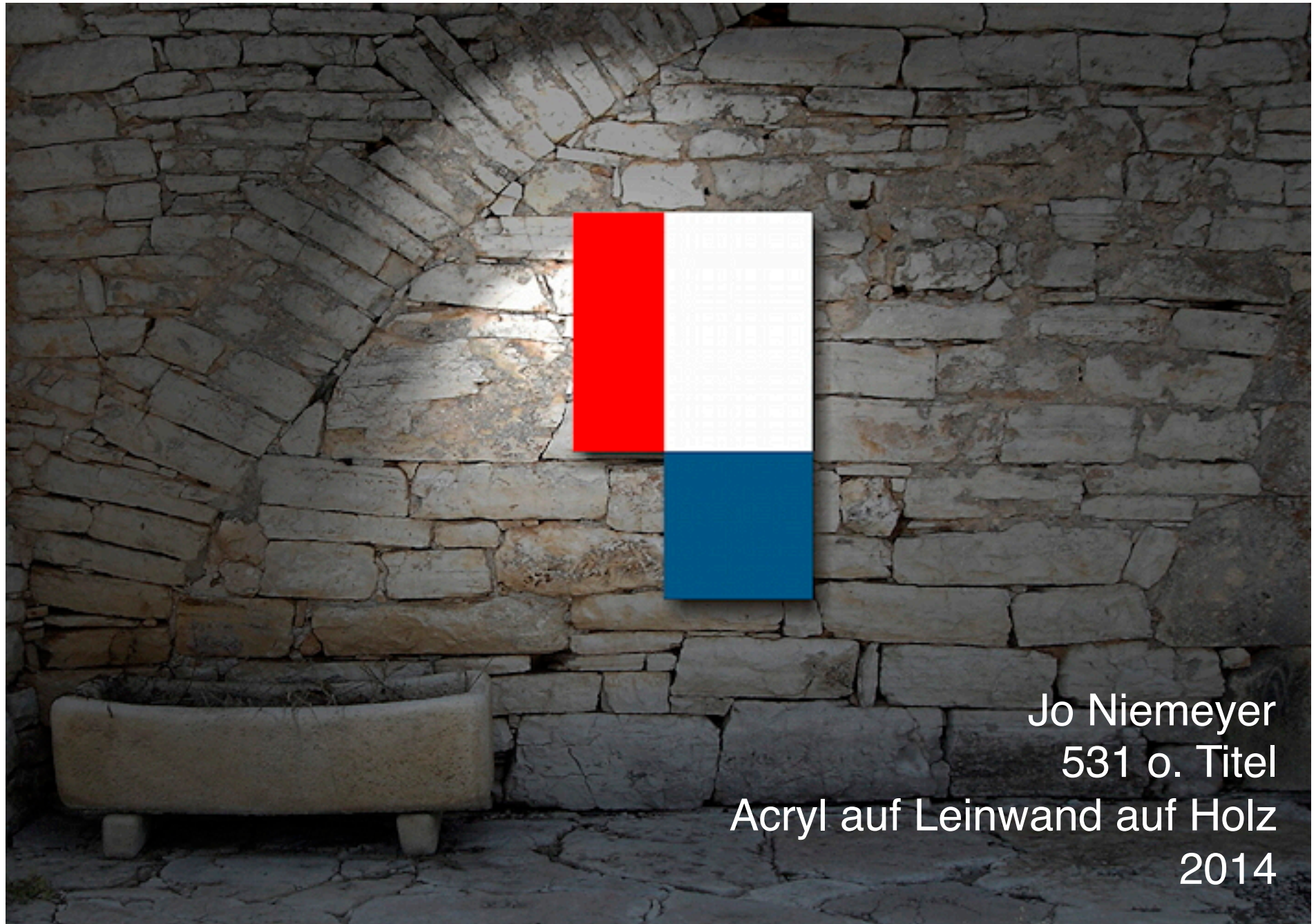




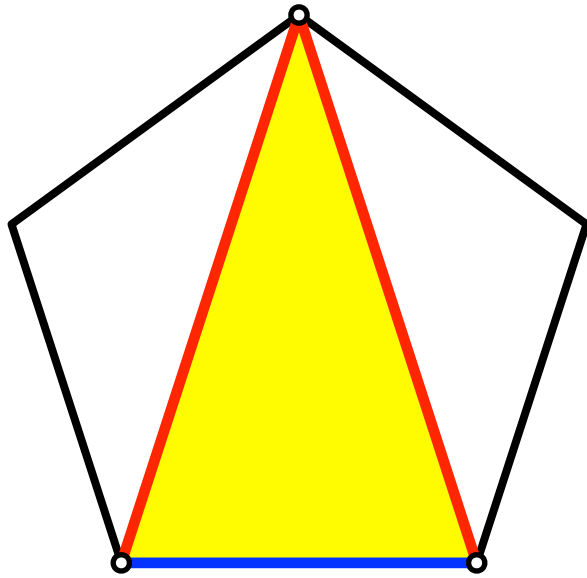




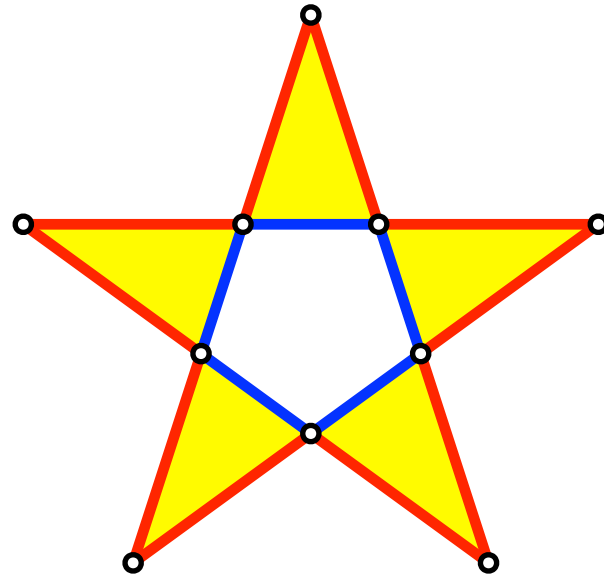




Jo Niemeyer  
531 o. Titel  
Acryl auf Leinwand auf Holz  
2014



Pentagon

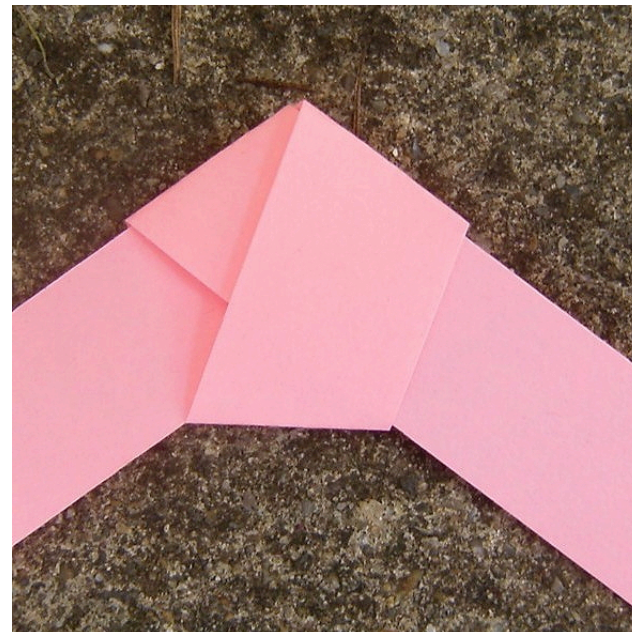


Pentagramm



Wie kommen wir zu einem Fünfeck?

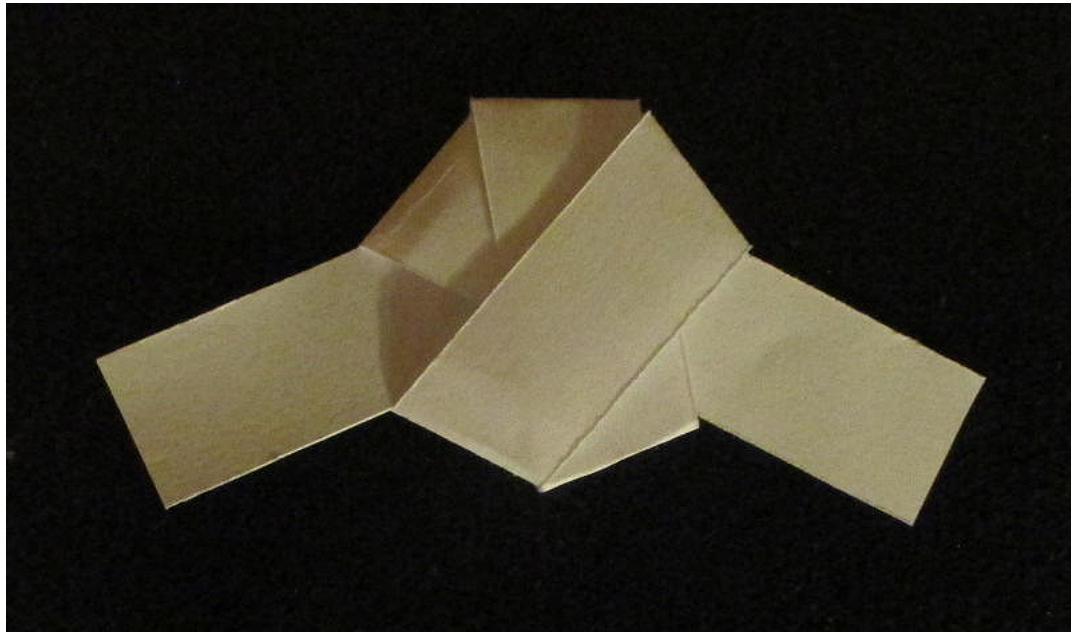
Knotenmodell aus Papierstreifen



Handout

Wie kommen wir zu einem Siebeneck?

Knotenmodell aus Papierstreifen



Handout

Wie kommen wir zu einem Neuneck?

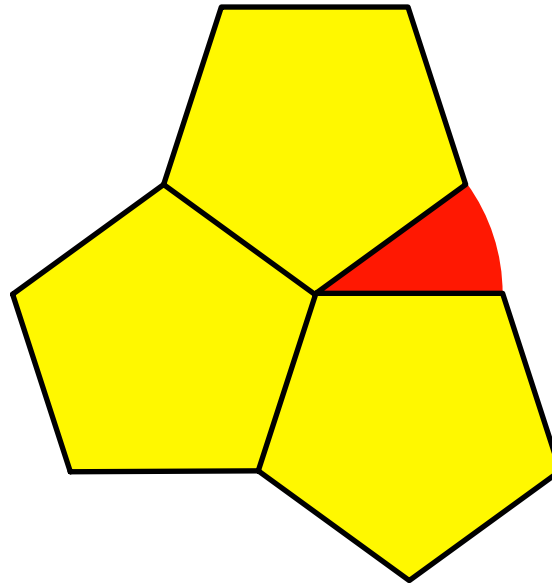
Knotenmodell aus Papierstreifen



Door opener

Gibt es ein regelmäßiges Fünfeckraster?

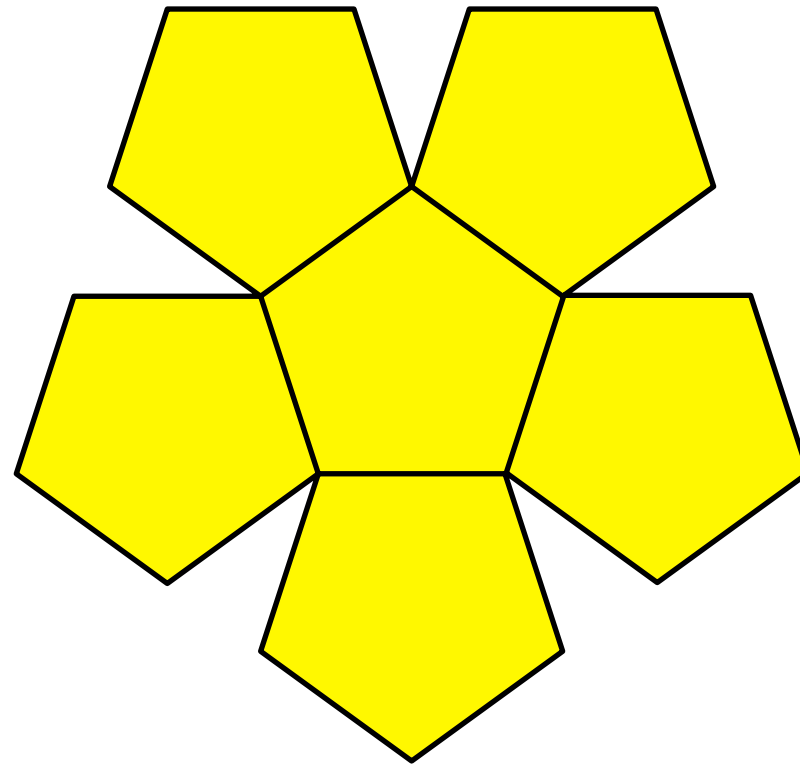
Gibt es ein regelmäßiges Fünfeckraster?



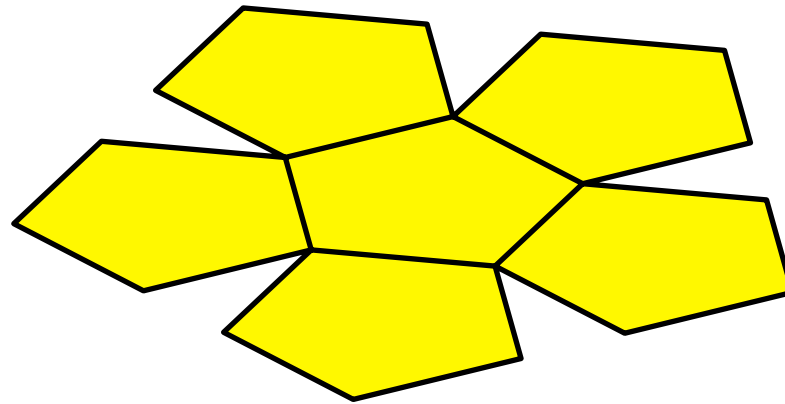
When shall we three meet again?  
In thunder, lightning, or in rain?



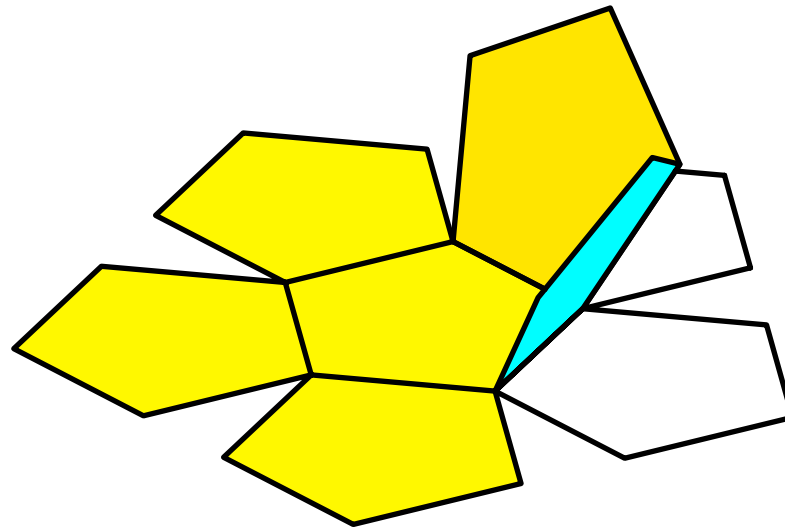
Gibt es ein regelmäßiges Fünfeckraster?



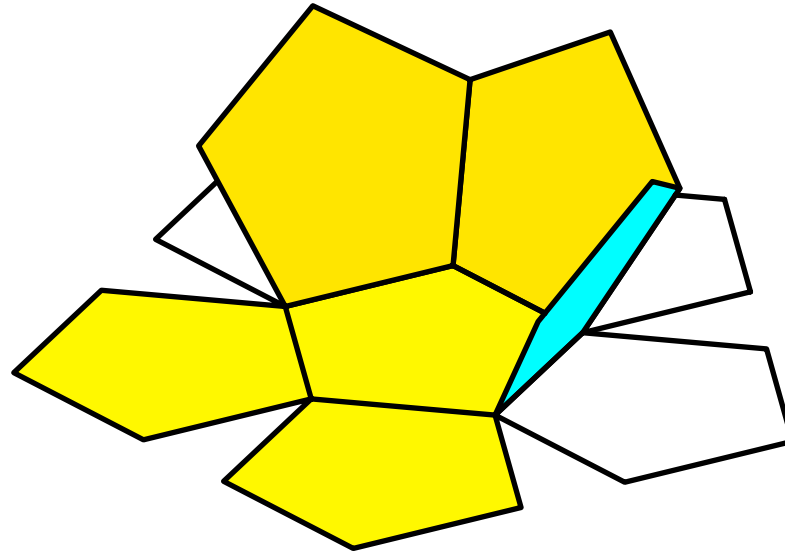
Gibt es ein regelmäßiges Fünfeckraster?



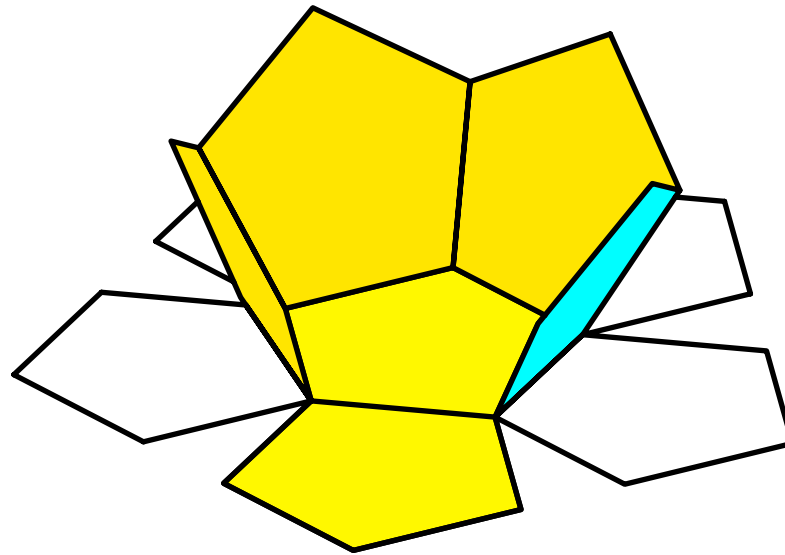
Nun geht's in den Raum



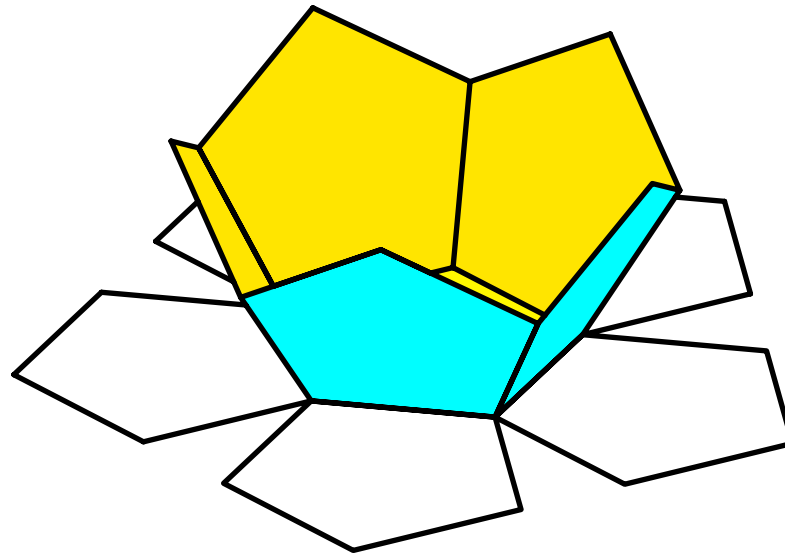
Nun geht's in den Raum



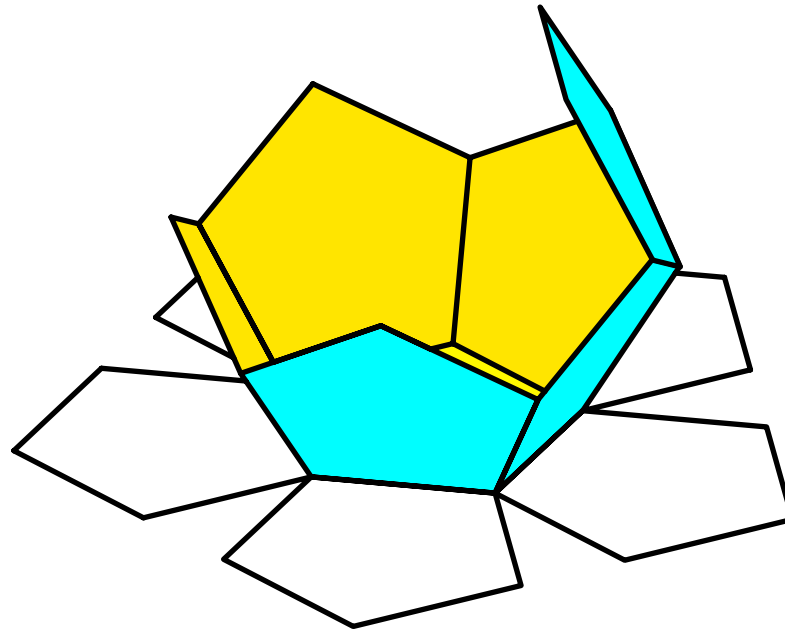
Nun geht's in den Raum



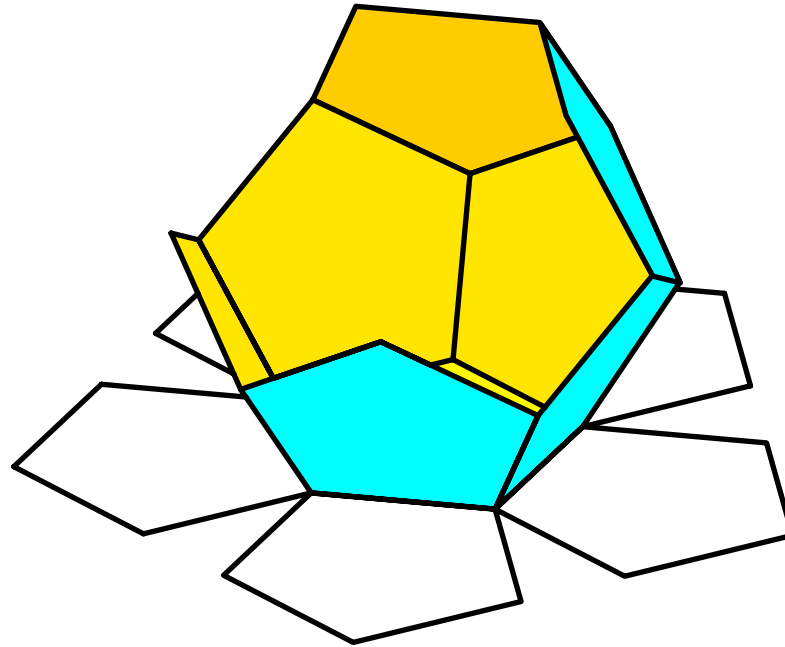
Becher



Dachdecker

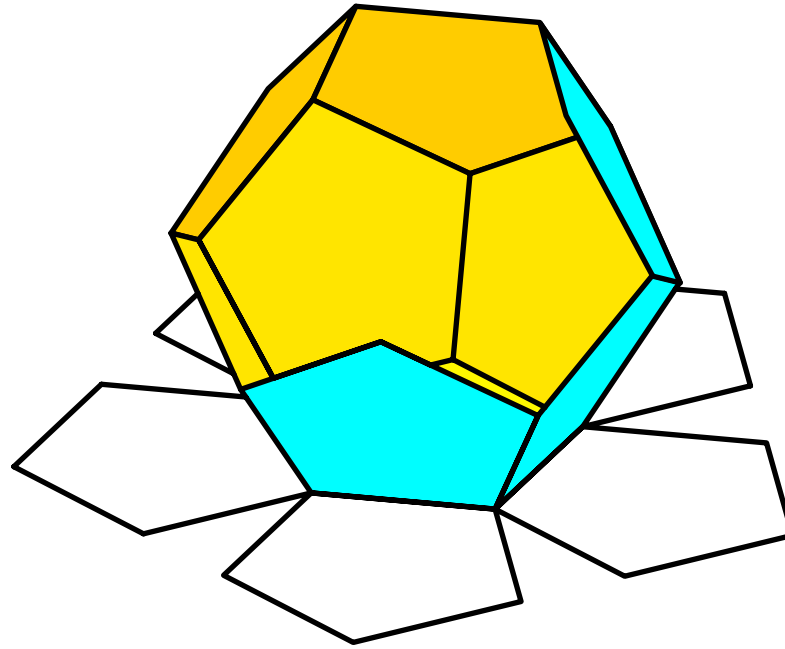


Dachdecker

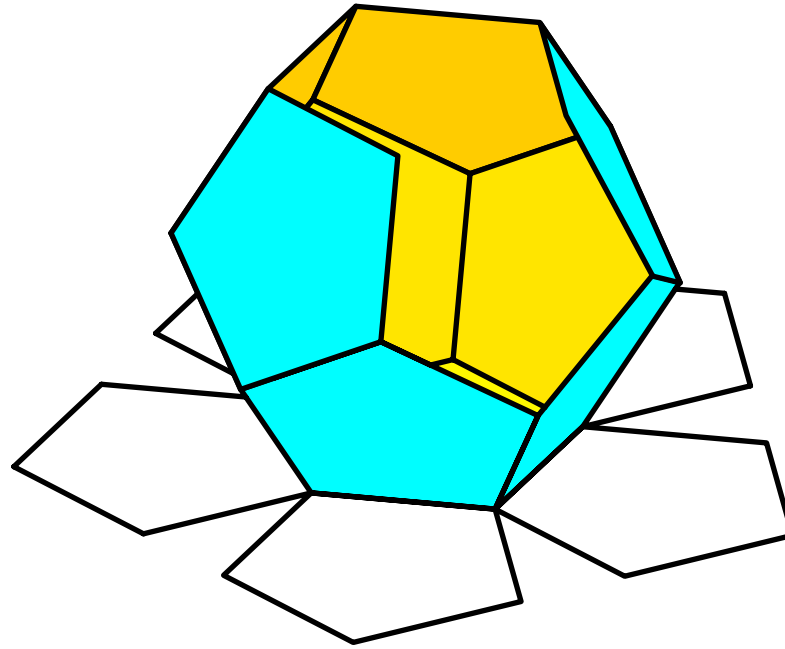




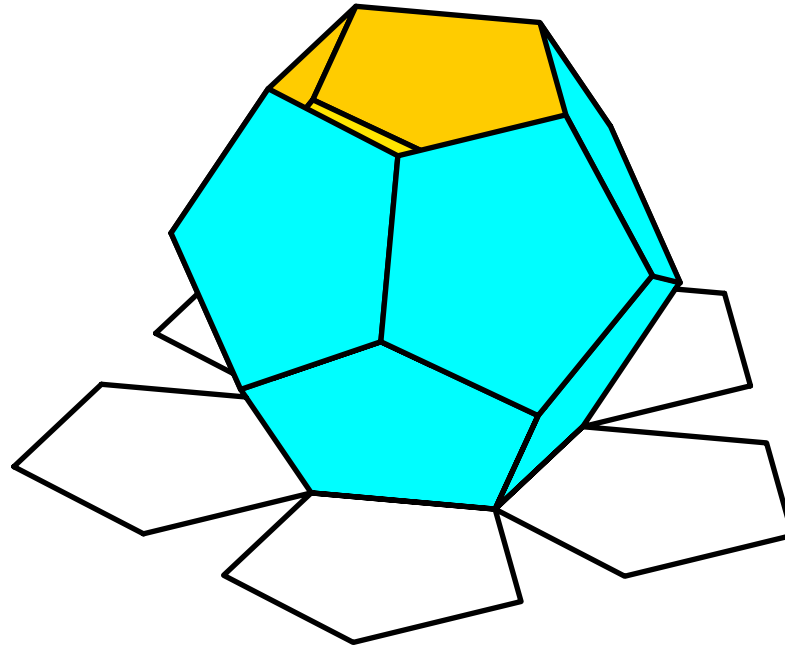
Dachdecker

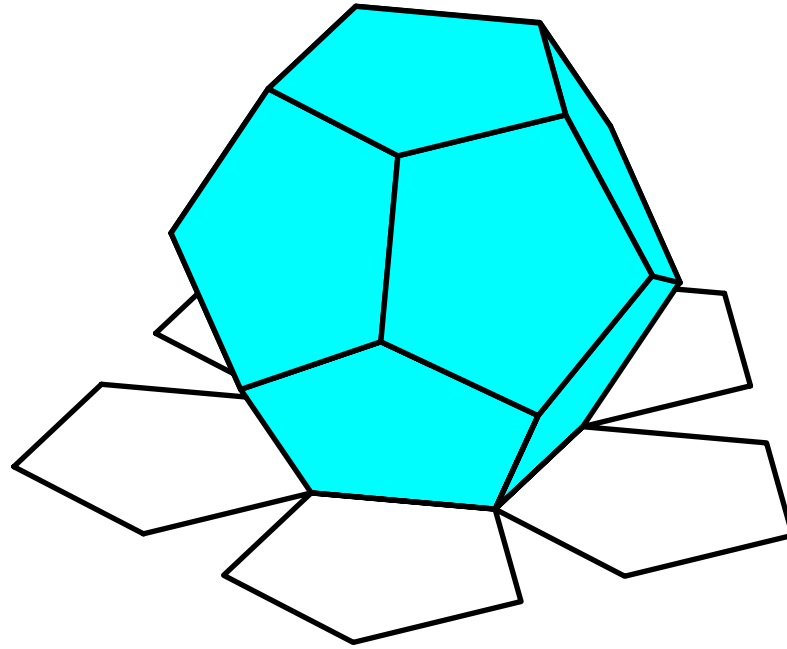


Dachdecker

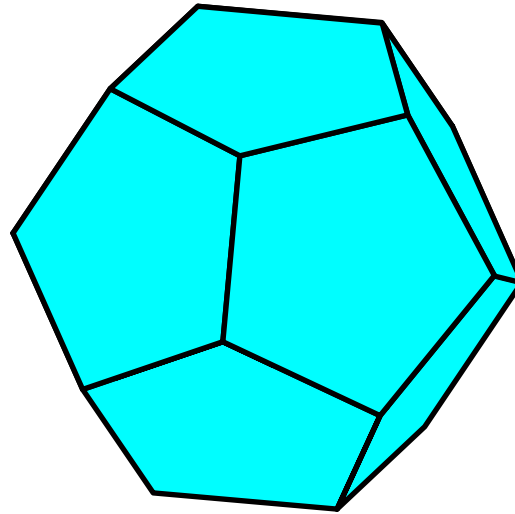


Dachdecker





Dodekader



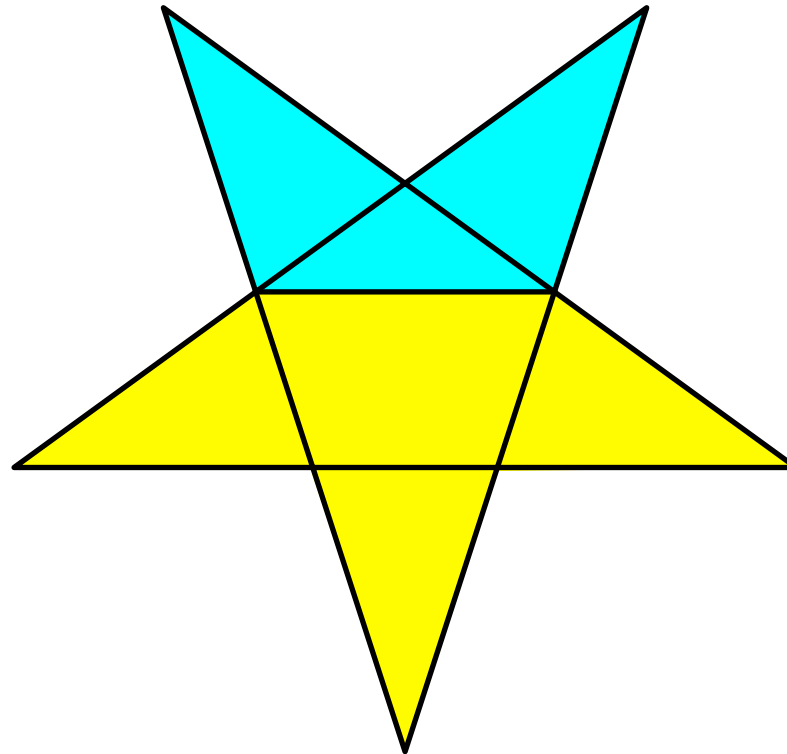
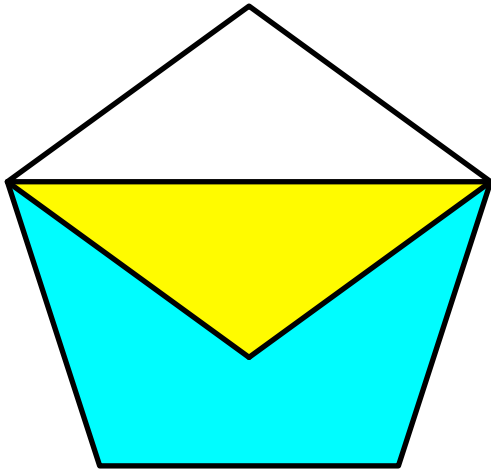
Modell

# Dodekader

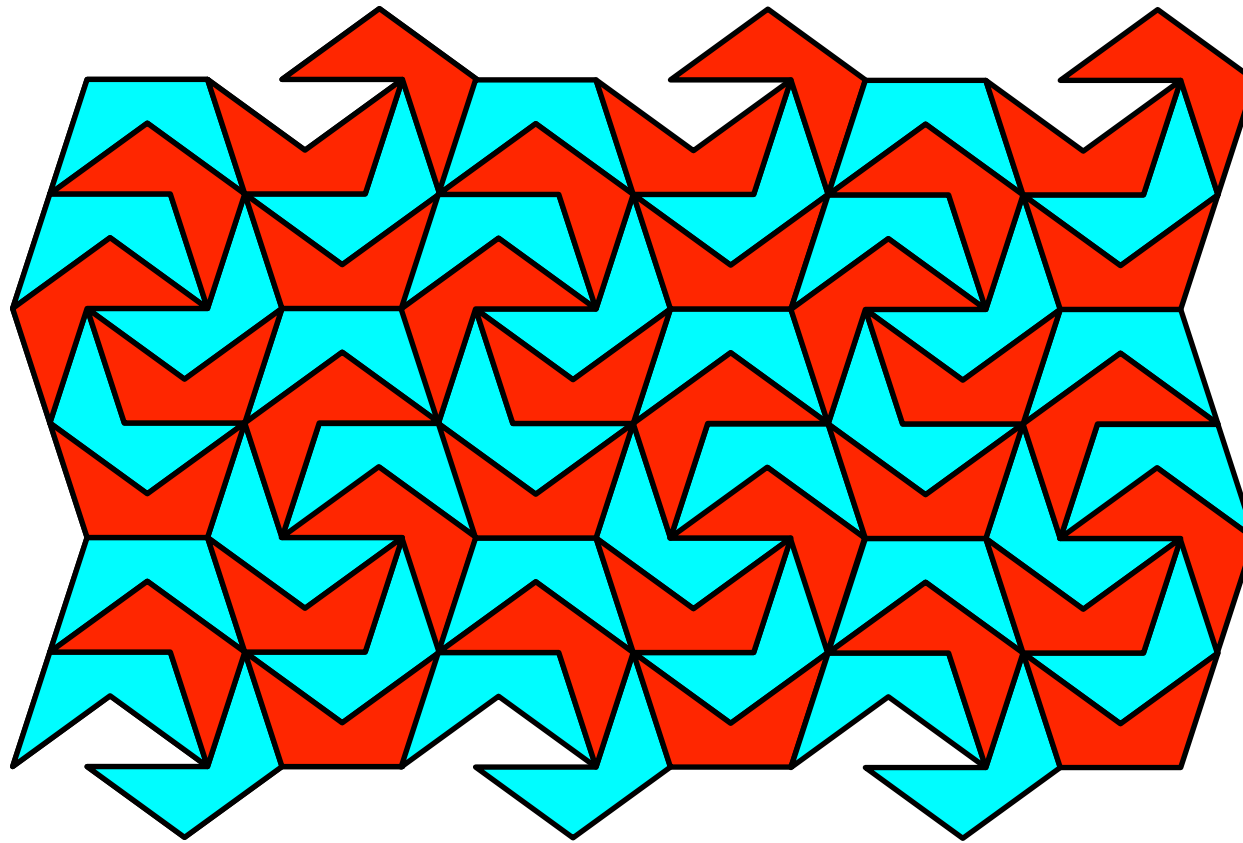


Modell

# Halbregelmäßiges Fünfeck

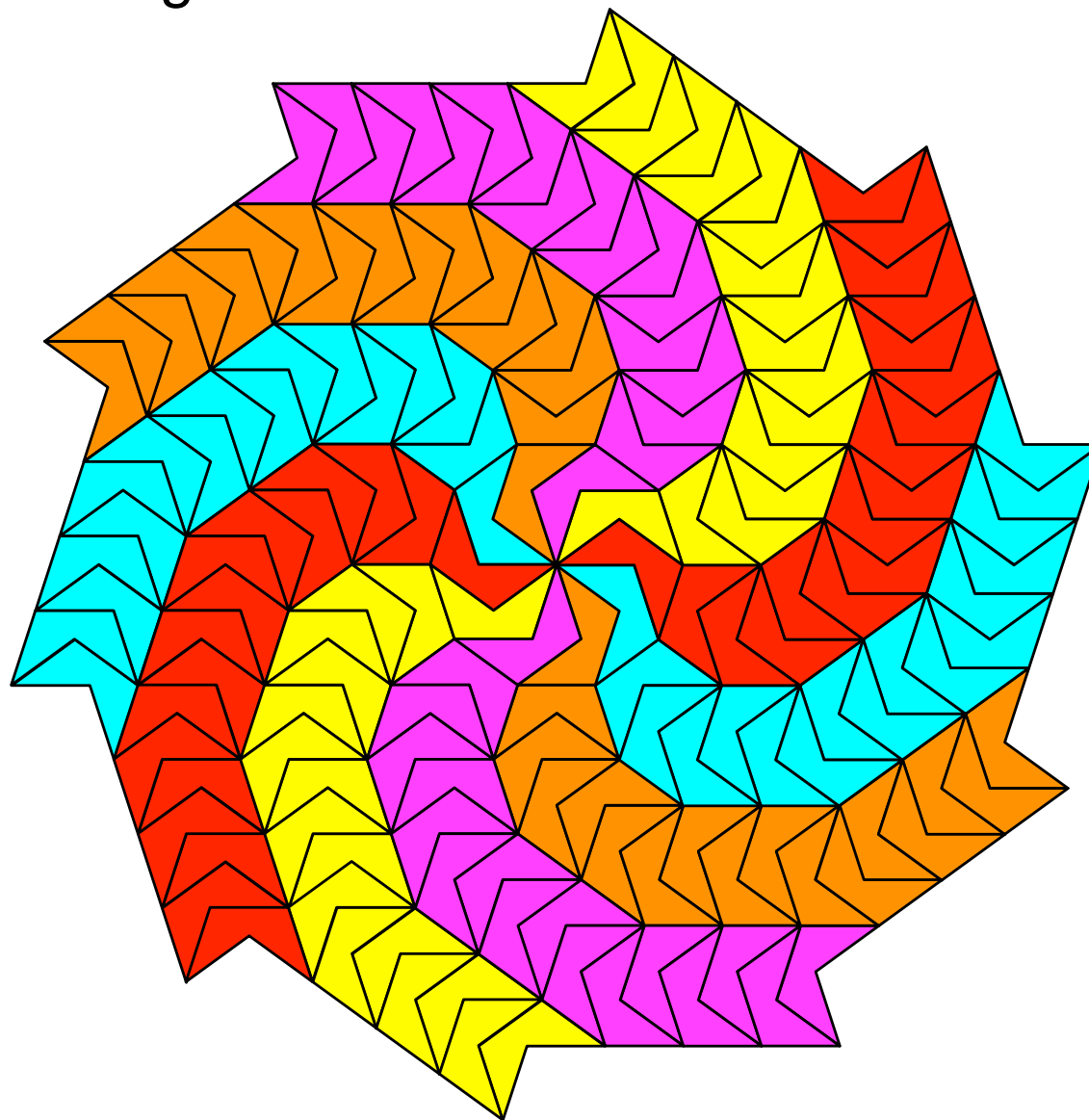


# Halbregelmäßiges Fünfeck



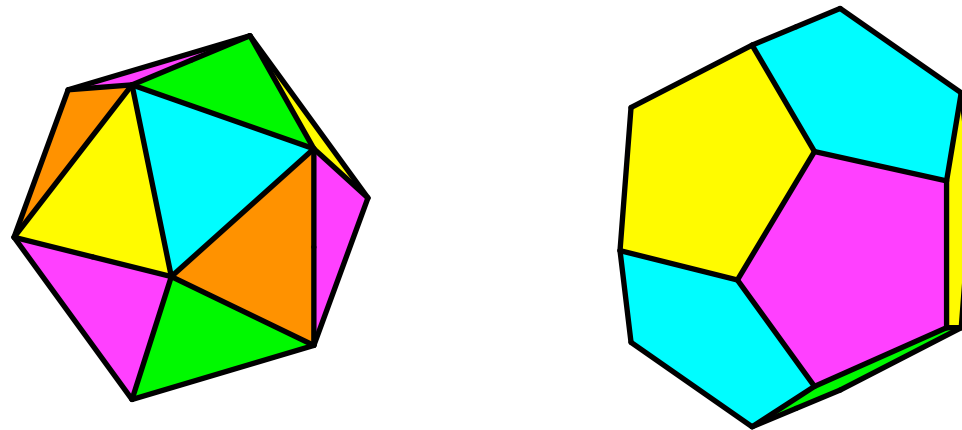
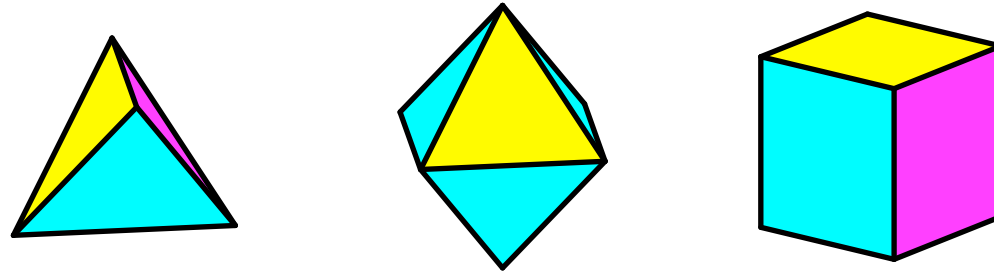


# Halbregelmäßiges Fünfeck



# Die platonischen Körper

Tetraeder, Oktaeder, Würfel (Hexaeder)

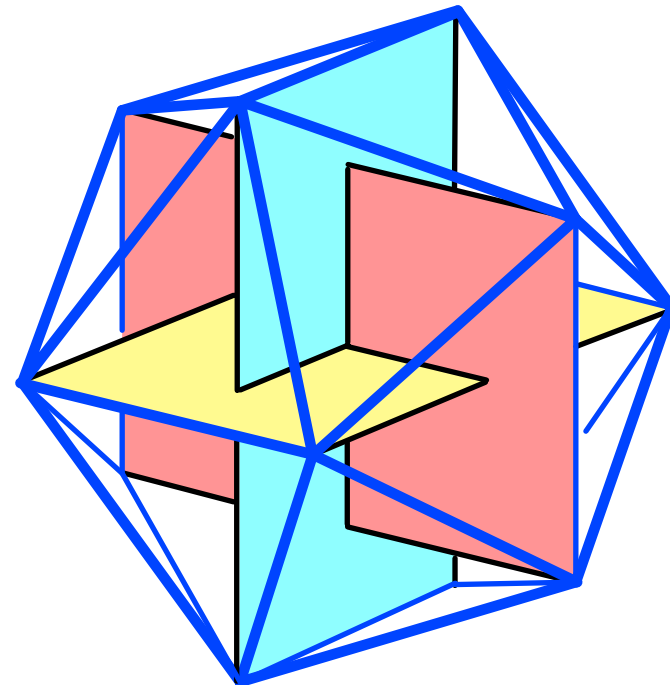
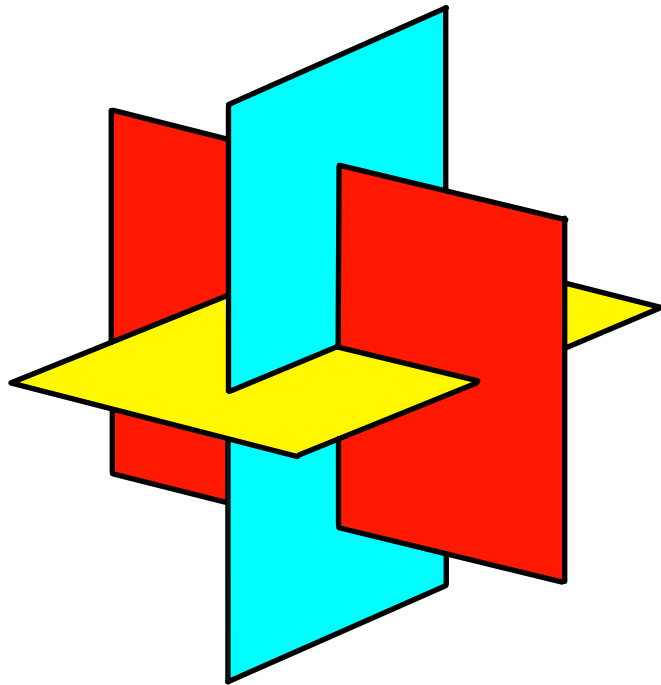


Ikosaeder, Dodekaeder

# Goldener Schnitt beim Dodekaeder und Ikosaeder

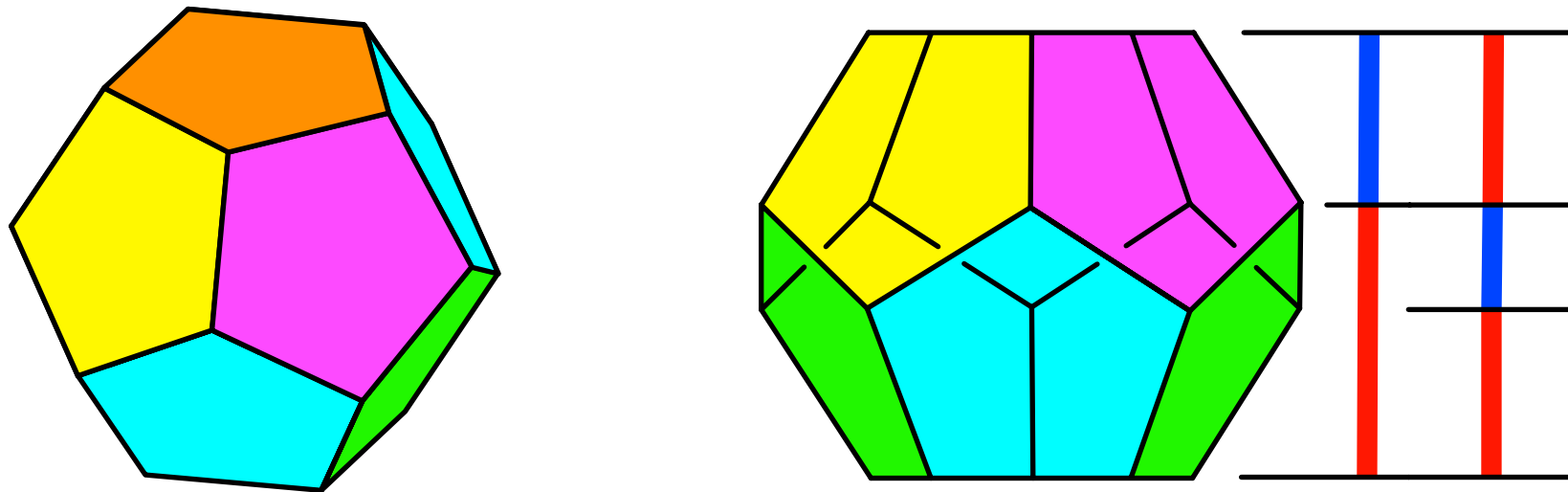
Goldener Schnitt beim Ikosaeder

Goldene Rechtecke als Gerüst



# Goldener Schnitt beim Dodekaeder

## Niveauhöhen im Goldenen Schnitt

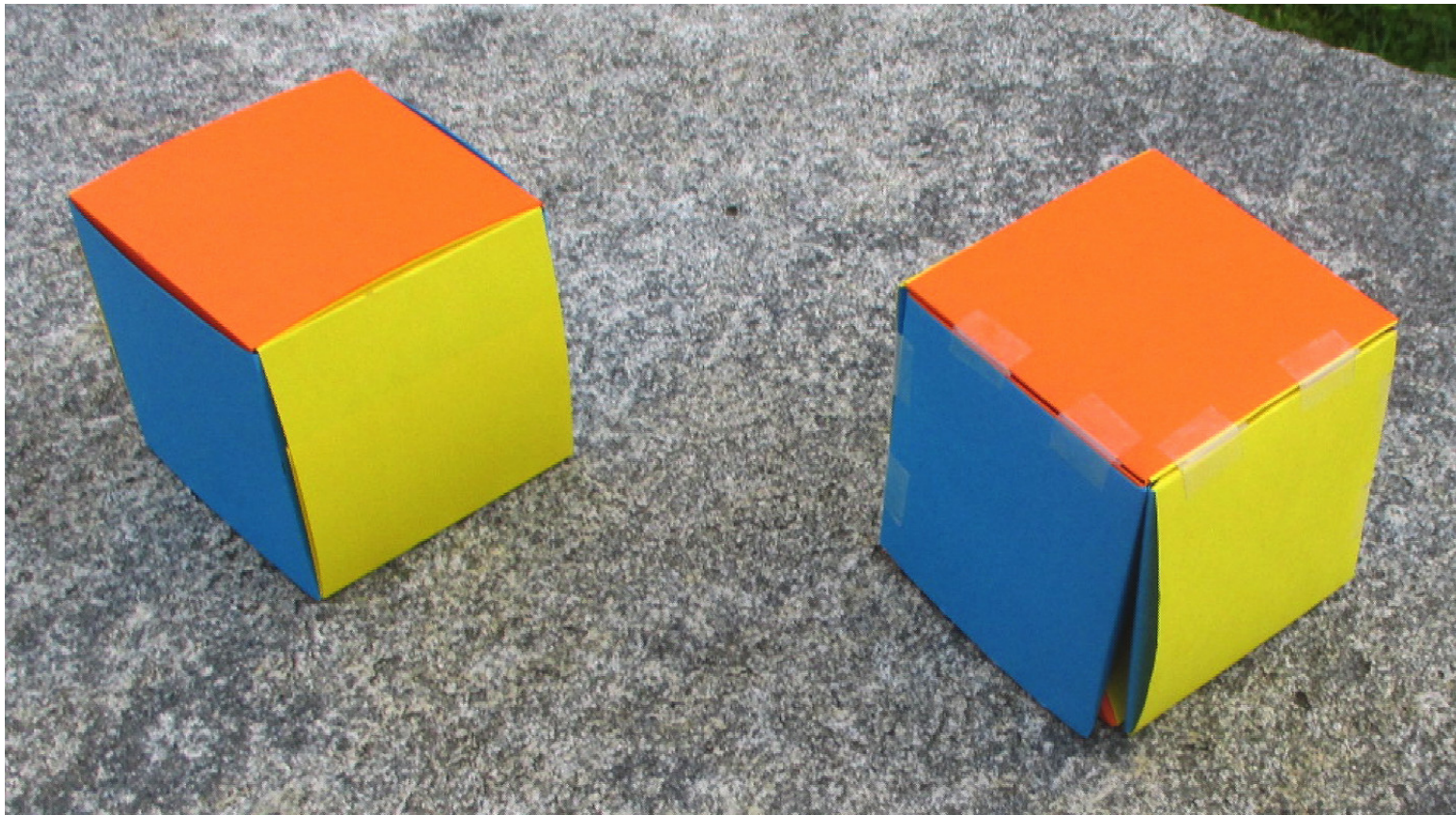


Ein alter Bekannter

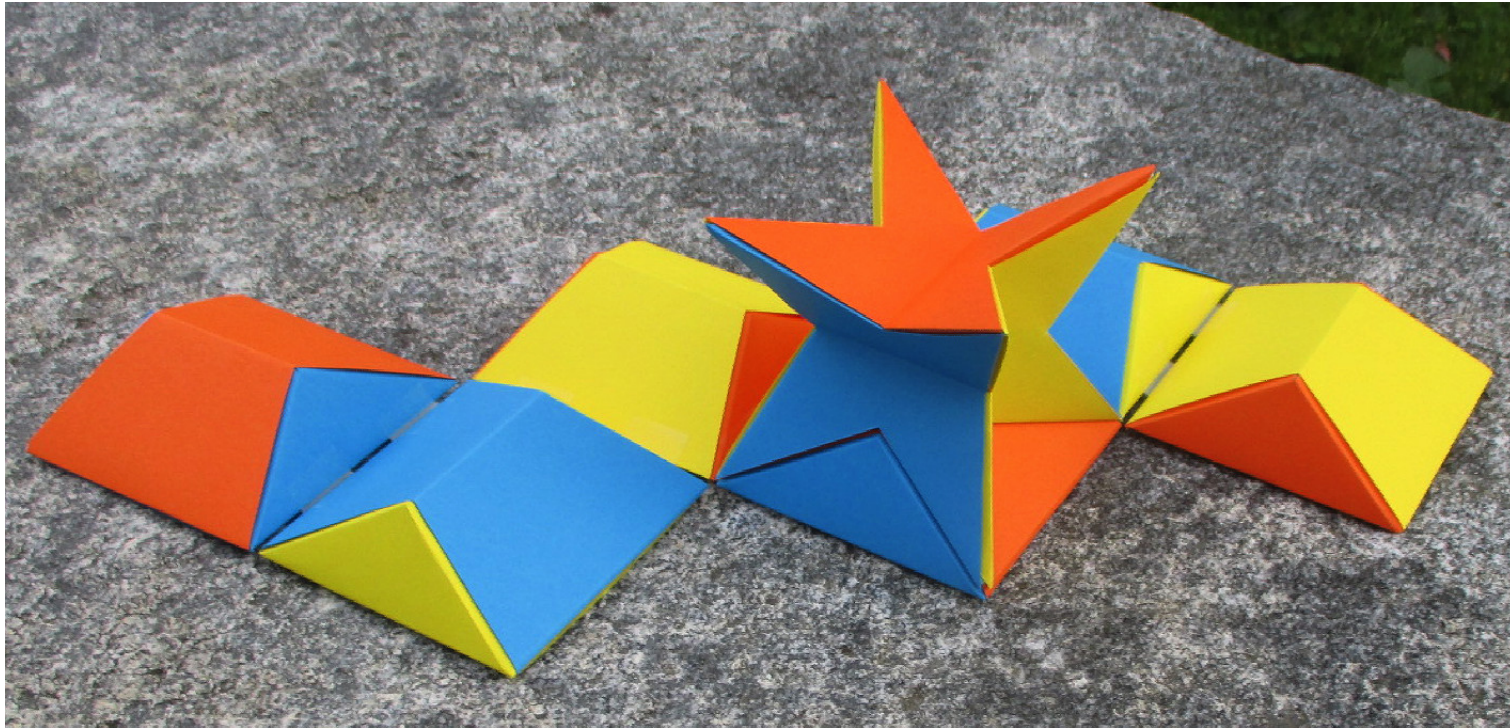




Was steckt im Würfel?



Was steckt im Würfel?



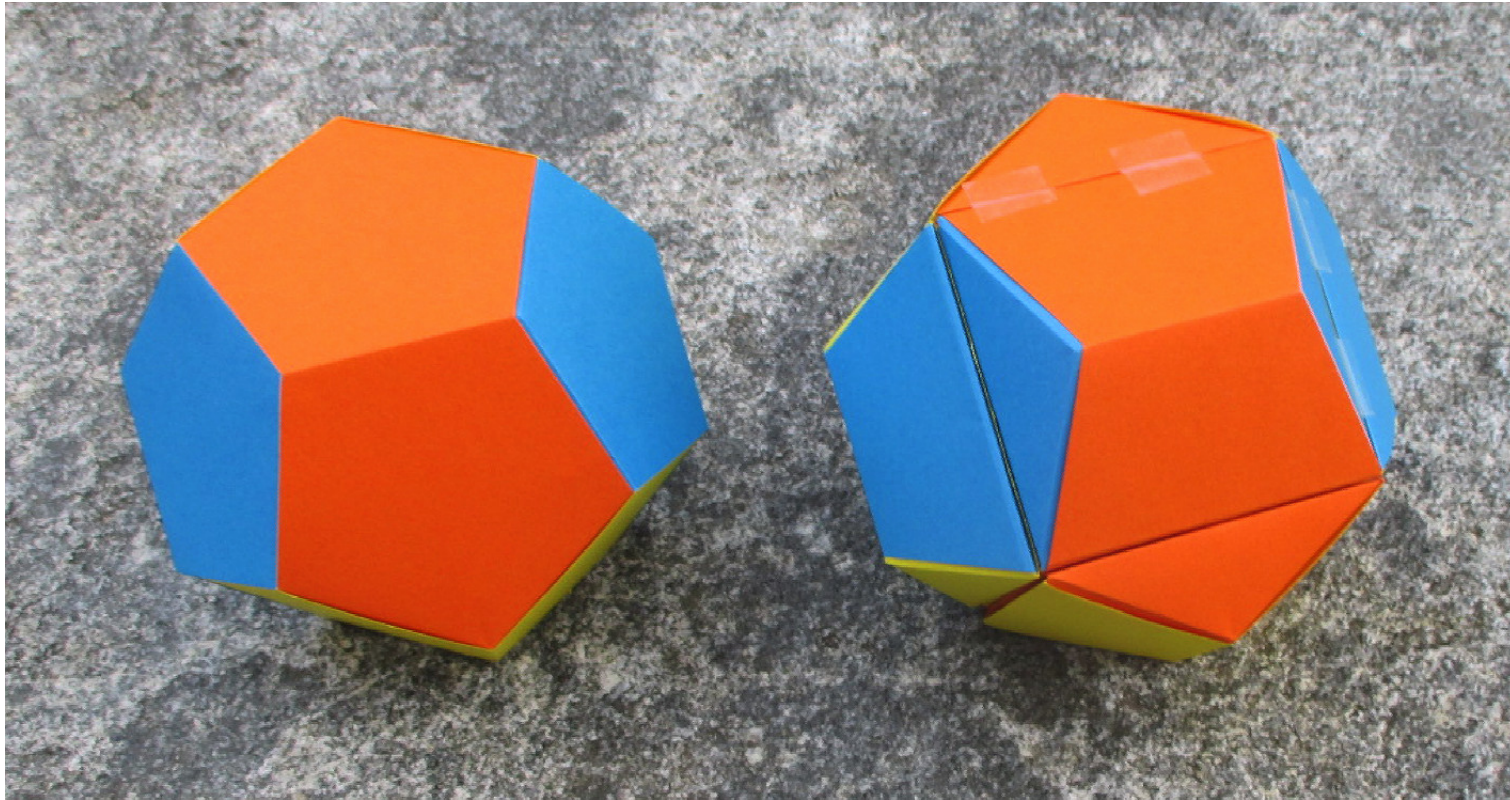


## Kemper-Stern (halbreguläres Dodekaeder)

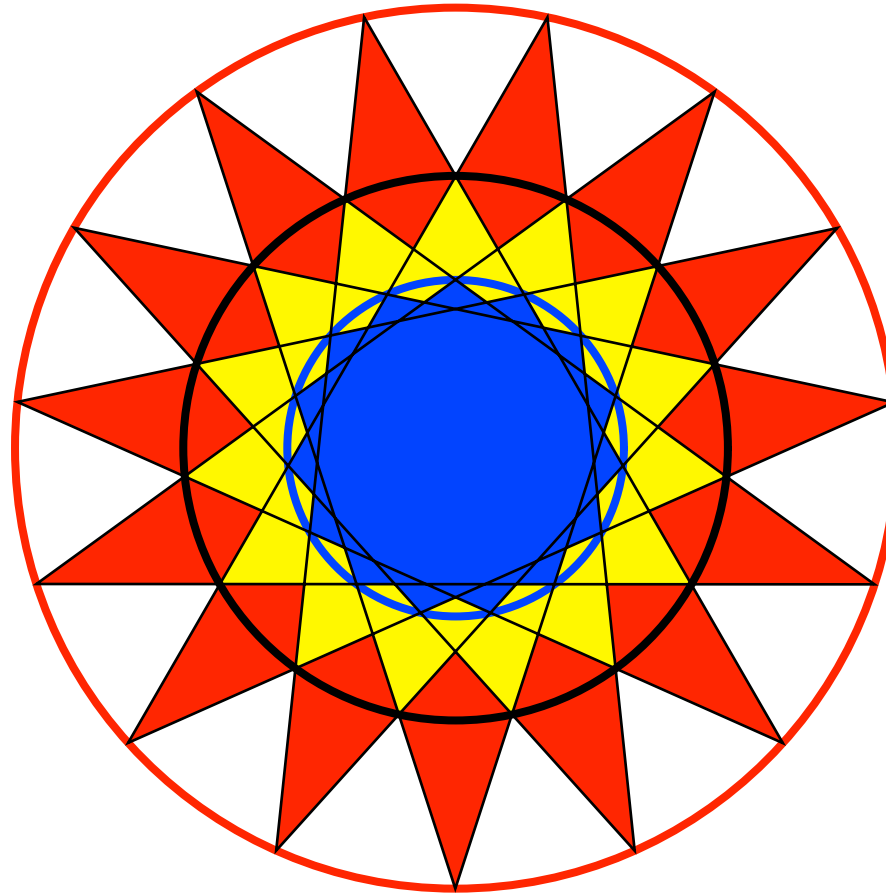


Carl Kemper, 1881-1957  
Bildhauer und Architekt, Dornach

Was steckt im Dodekaeder?



# Danke



Hans Walser  
[www.walser-h-m.ch/hans](http://www.walser-h-m.ch/hans)