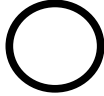













Das Problem der Unordnung

Hans Walser

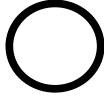













Das Problem der Unordnung

			
rot			
grün			
blau			

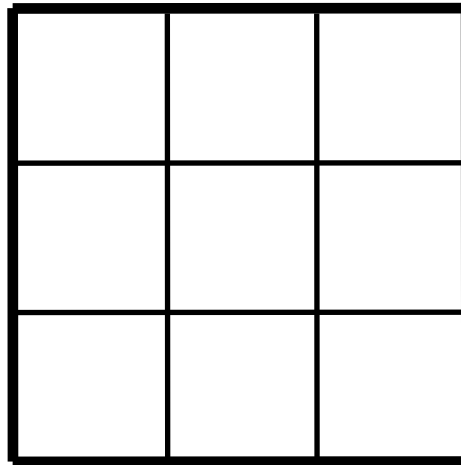
Law and order

Das Problem der Unordnung

			
rot			
grün			
blau			

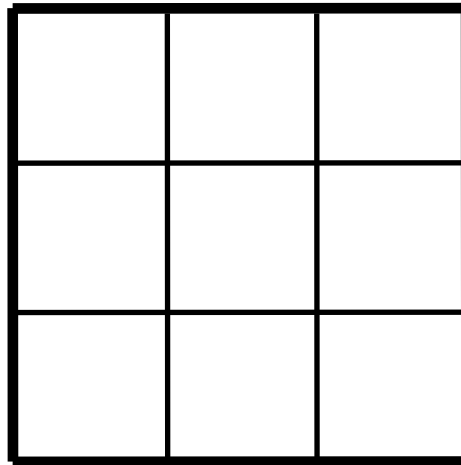
Jedes Ding an seinem Ort, erspart manches böse Wort.

Das Problem der Unordnung



Jetzt möglichst unordentlich

Das Problem der Unordnung

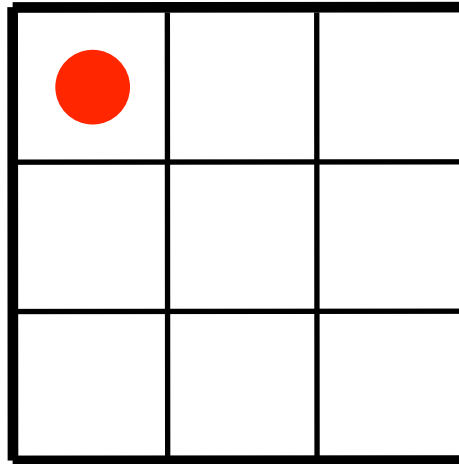


Jetzt möglichst unordentlich

Handout

Das Problem der Unordnung

Wahl 1



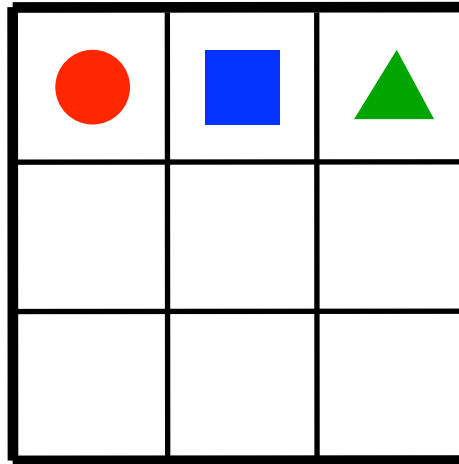
Das Problem der Unordnung

Wahl 2

●	■	





Das Problem der Unordnung

Keine Wahl!

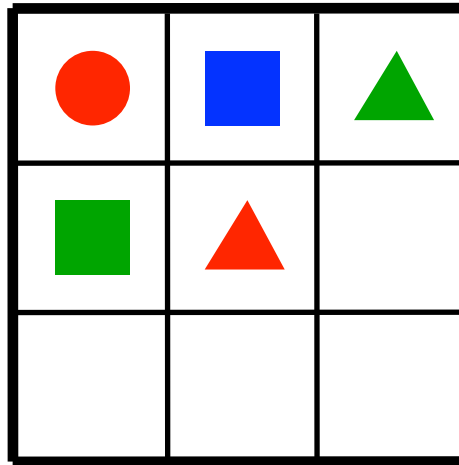


Das Problem der Unordnung

Wahl 3

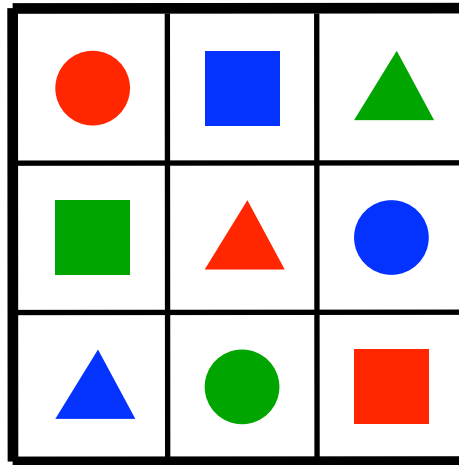
		
		

Das Problem der Unordnung



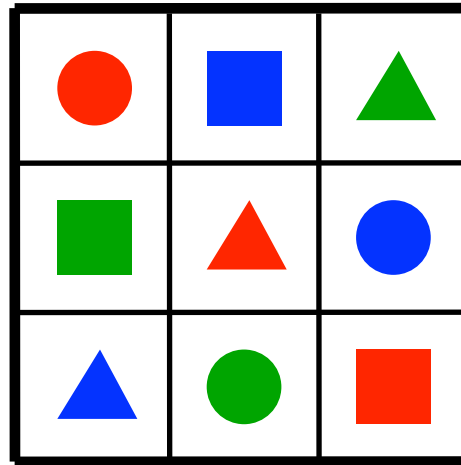
Keine Wahl!

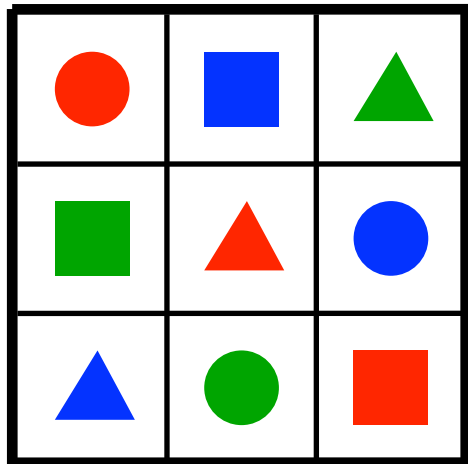
Das Problem der Unordnung



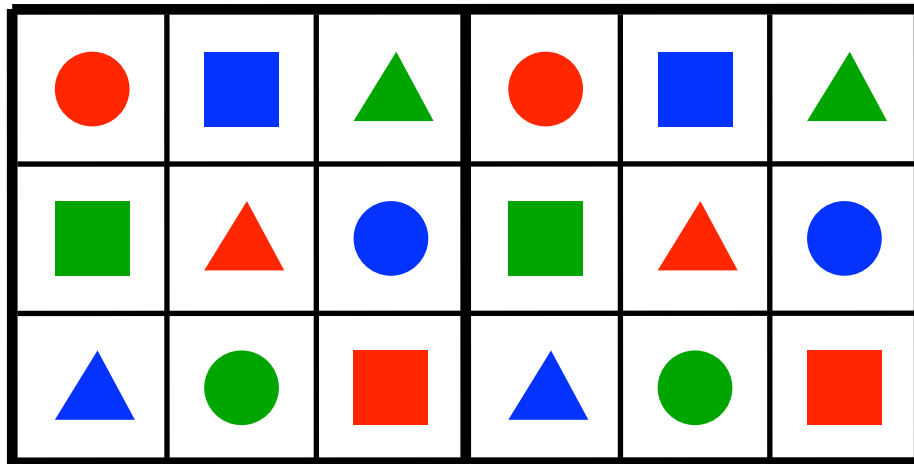
Keine Wahl!

Das Problem der **Unordnung** ?

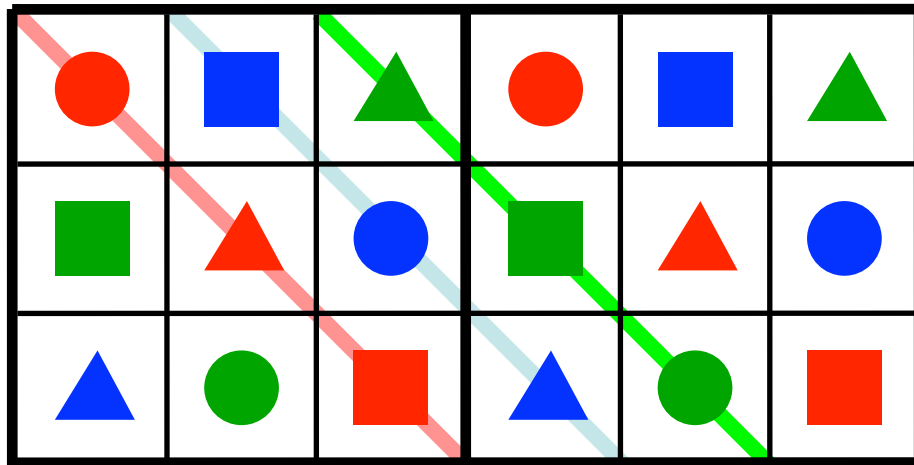




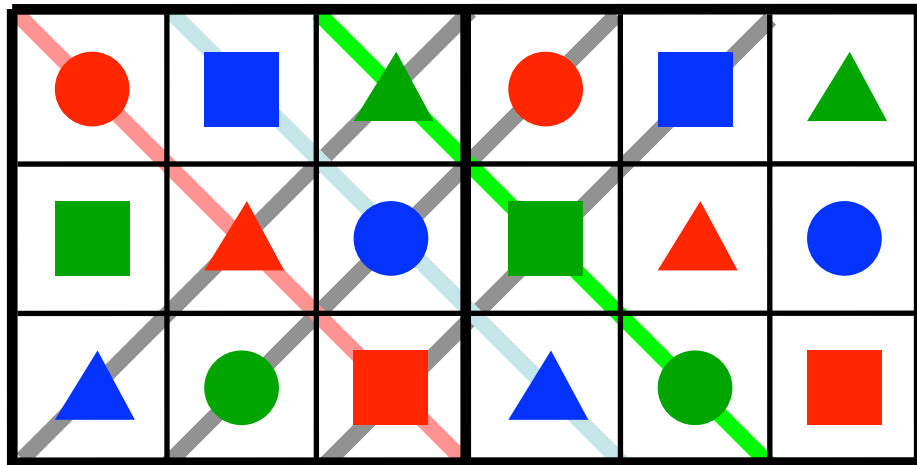
Unordnung



Ansetzen



Ansetzen

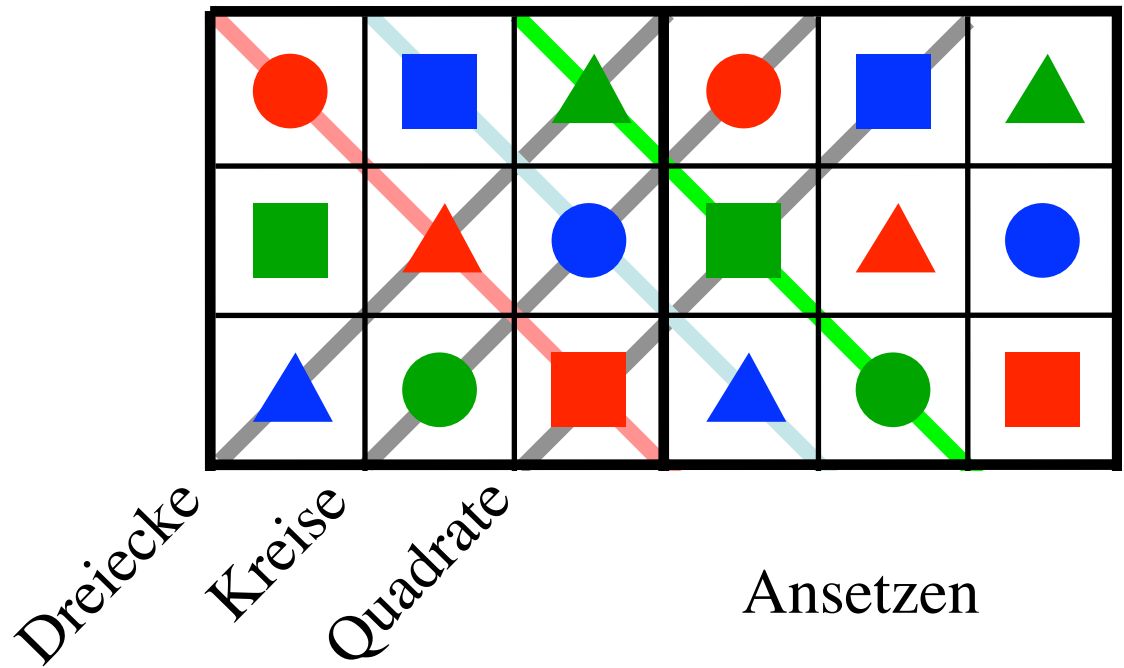


Dreiecke

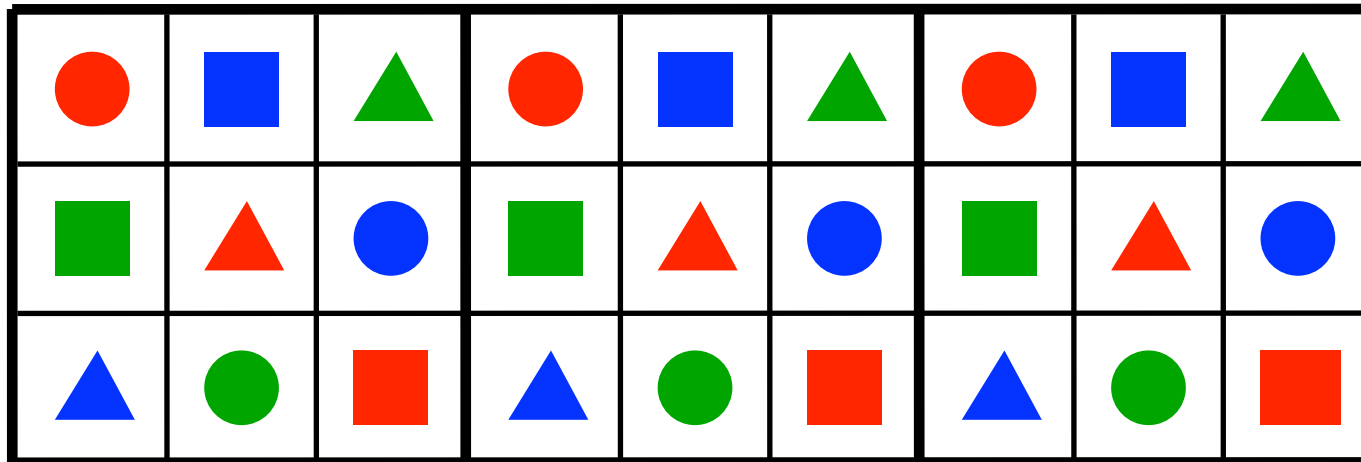
Kreise

Quadrate

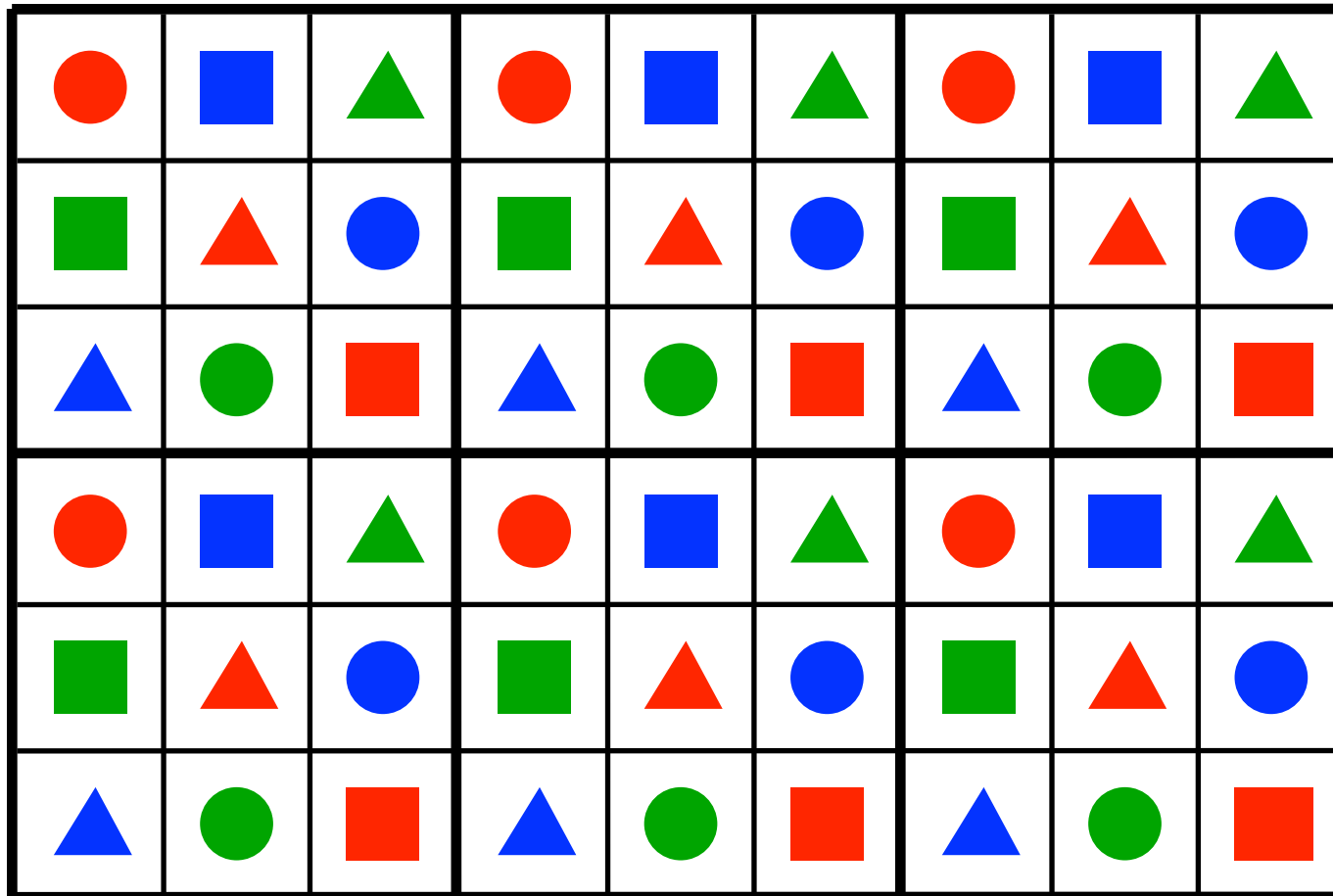
Ansetzen



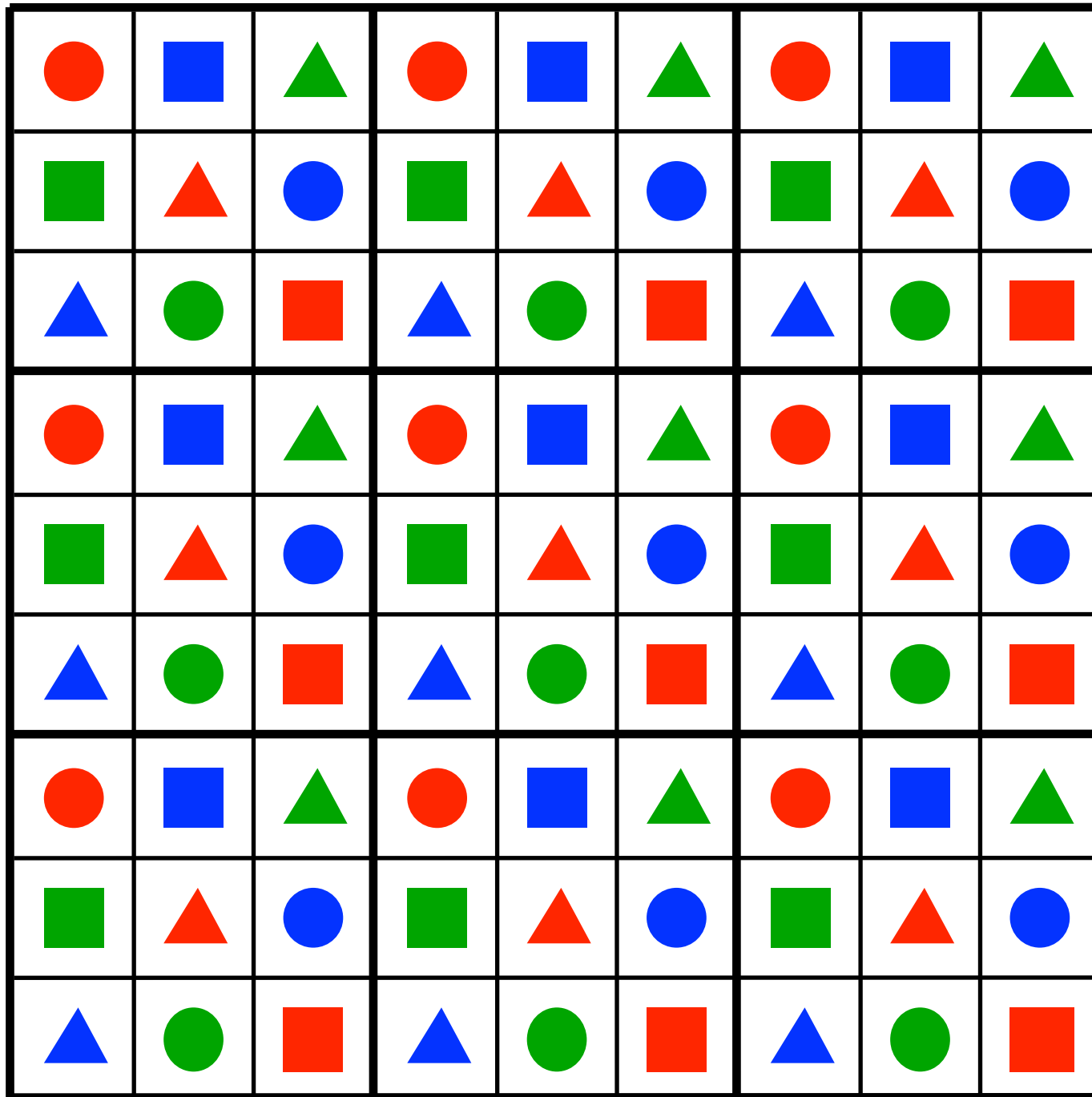
Erinnerung:
 Berechnung einer 3×3 -Determinante



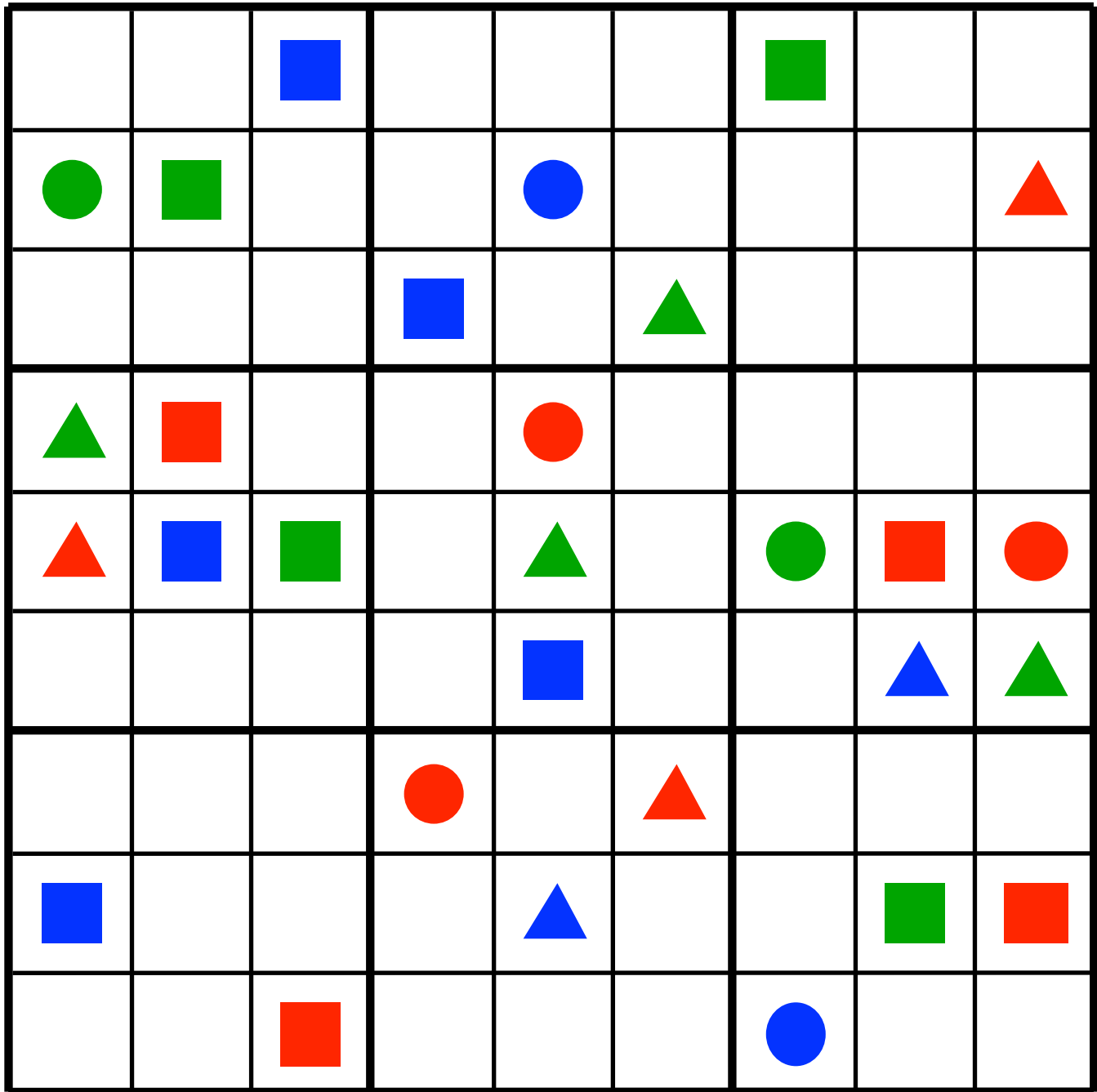
Ansetzen

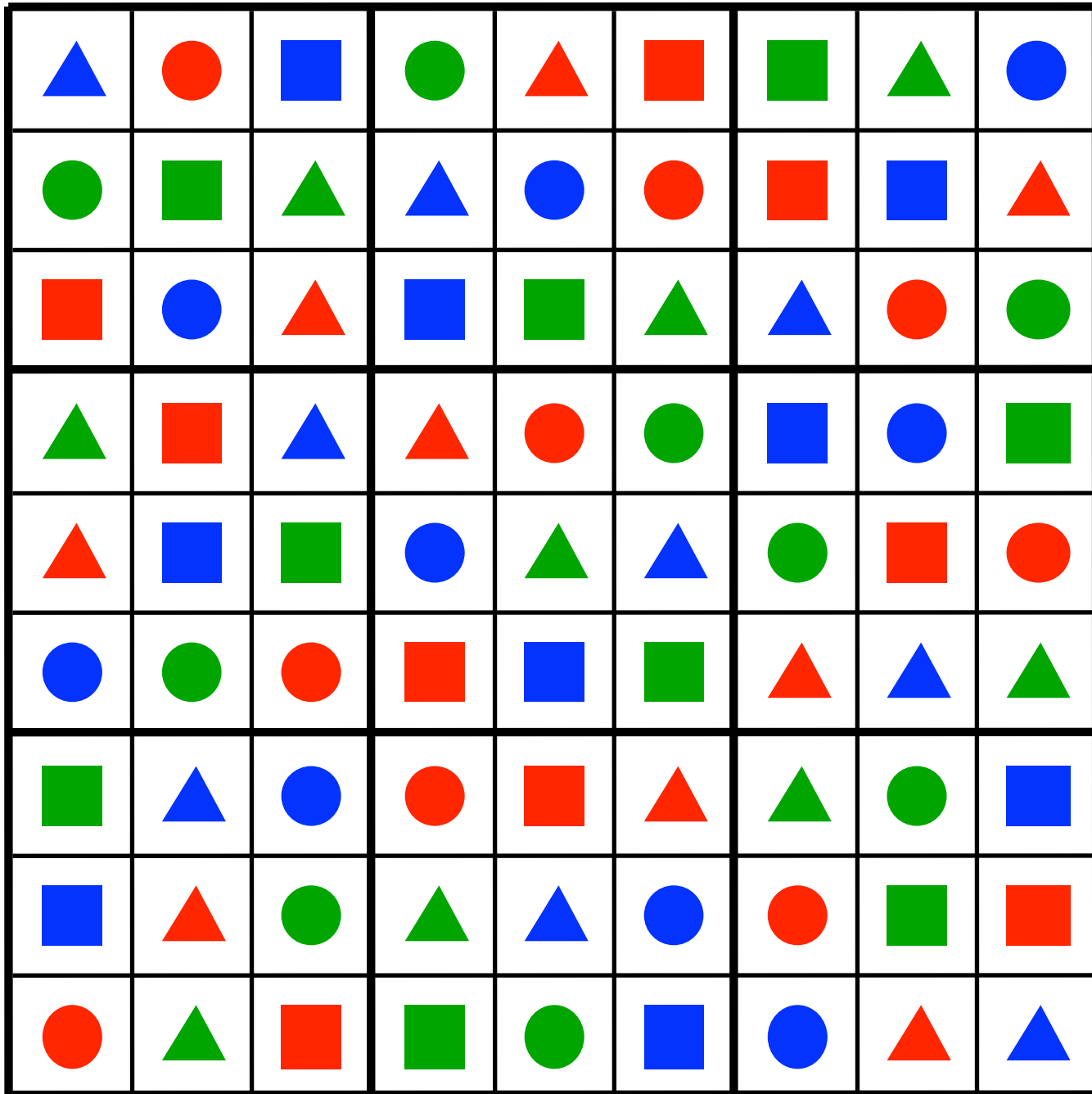


Ansetzen












Zwischenspiel: Sudoku





Tipp:










Codieren










								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

und normal bearbeiten

Das Problem der Unordnung










Codieren?










								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Das Problem der Unordnung

Codieren?

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9



1	8	6
5	3	7
9	4	2

Das Problem der Unordnung

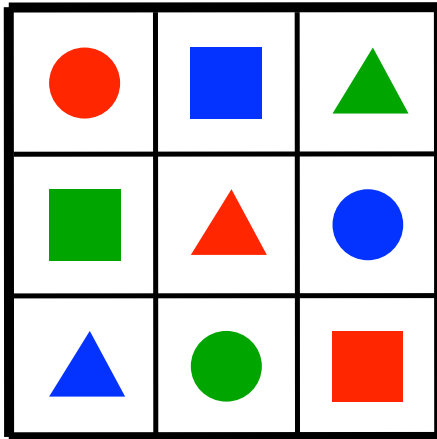
1	8	6
5	3	7
9	4	2

Das Problem der Unordnung

1	8	6	15
5	3	7	15
9	4	2	15
15	15	15	

Das Problem der Unordnung

Codieren?



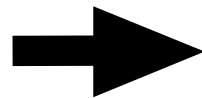
Das Problem der Unordnung

Codieren?

Farbcode	
rot	0
grün	1
blau	2

Formcode	
○	0
□	1
△	2

●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



	21	

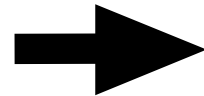
Das Problem der Unordnung

Codieren?

Farbcode	
rot	0
grün	1
blau	2

Formcode	
○	0
□	1
△	2

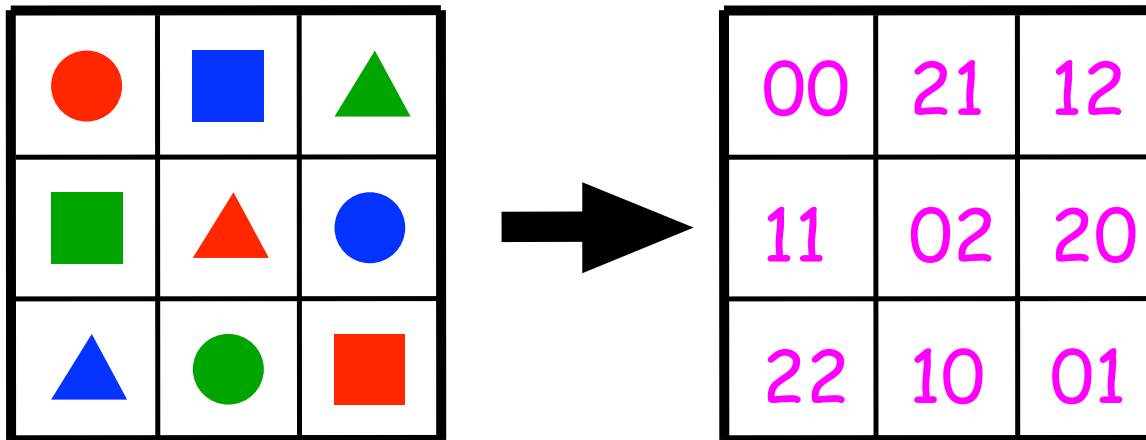
●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01

Das Problem der Unordnung

Codieren?

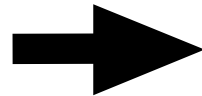


Das Problem der Unordnung

Codieren?

00	01	02	10	11	12	20	21	22
----	----	----	----	----	----	----	----	----

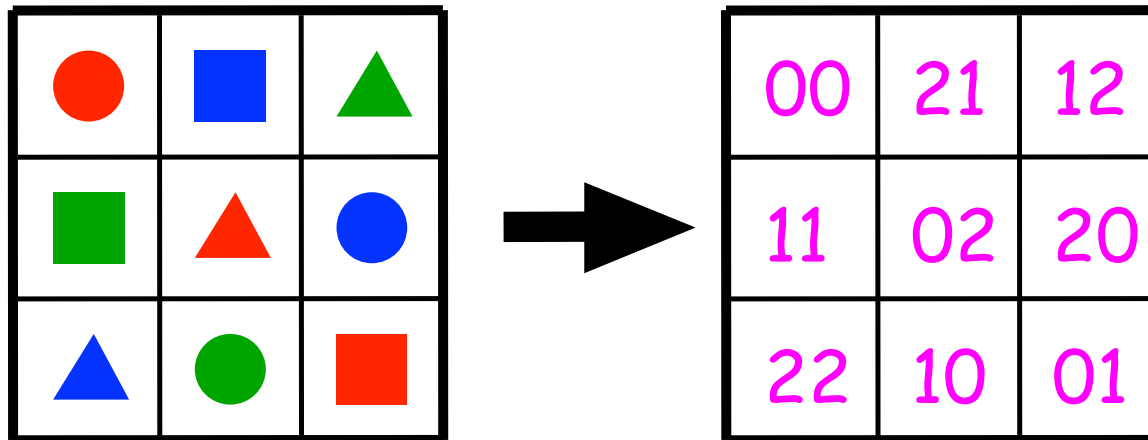
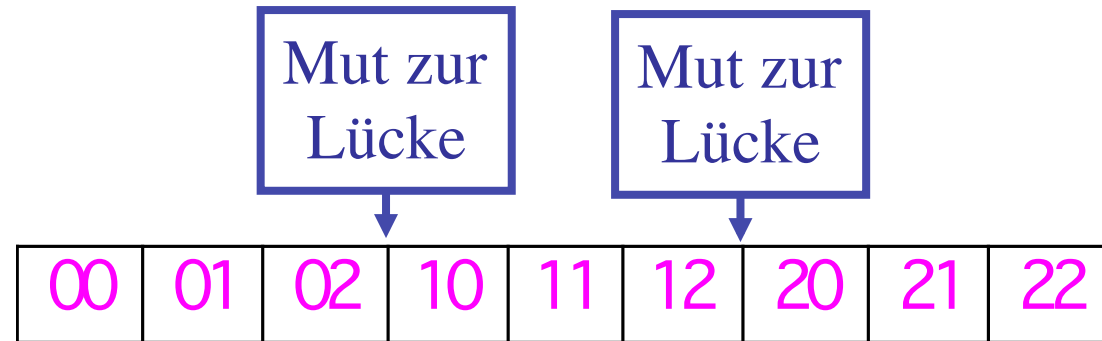
●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01

Das Problem der Unordnung

Codieren?



Das Problem der Unordnung

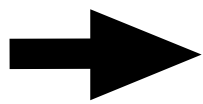
Codieren?

Mut zur Lücke

Mut zur Lücke

00	01	02	10	11	12	20	21	22
0	1	2	3	4	5	6	7	8

●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01

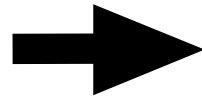
Das Problem der Unordnung

Codieren?



Dreiersystem	00	01	02	10	11	12	20	21	22
Dezimalsystem	0	1	2	3	4	5	6	7	8

●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01

Das Problem der Unordnung

Codieren?

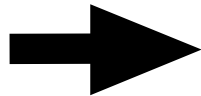
Mut zur
Lücke

Mut zur
Lücke

Mut zur
großen Lücke

Dreiersystem	00	01	02	10	11	12	20	21	22
Dezimalsystem	0	1	2	3	4	5	6	7	8

●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01

Das Problem der Unordnung

Codieren?

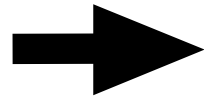
Mut zur
Lücke

Mut zur
Lücke

Mut zur
großen Lücke

Dreiersystem	00	01	02	10	11	12	20	21	22	100
Dezimalsystem	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01

Das Problem der Unordnung

Codieren?

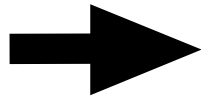
Mut zur
Lücke

Mut zur
Lücke

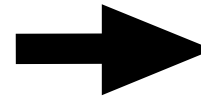
Mut zur
großen Lücke

Dreiersystem	00	01	02	10	11	12	20	21	22	100
Dezimalsystem	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

●	■	▲
■	▲	●
▲	●	■



00	21	12
11	02	20
22	10	01



0	7	5
4	2	6
8	3	1

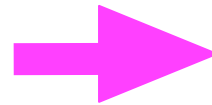
Das Problem der Unordnung

0	7	5
4	2	6
8	3	1

Das Problem der Unordnung

1 addieren

0	7	5
4	2	6
8	3	1

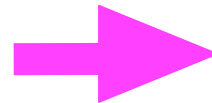


1	8	6
5	3	7
9	4	2

Das Problem der Unordnung

1 addieren

0	7	5
4	2	6
8	3	1



1	8	6	15
5	3	7	15
9	4	2	15
15	15	15	

Das Problem der Unordnung



Hexenhäuschen

1	8	6	15
5	3	7	15
9	4	2	15
15	15	15	

Das Problem der Unordnung

Екатерина Великая
1729 - 1796

Hatte Leonhard Euler mit Hexen zu tun?

Das Problem der Unordnung

Екатерина Великая
1729 - 1796

Zum Divisionsball ordnet jedes der sechs anwesenden Regimenter für jeden der sechs Dienstgrade je einen Offizier ab:

Diese sechsunddreißig Offiziere sollen zur Feier des Tages so im Quadrat aufgestellt werden, dass in jeder Zeile und jeder Spalte genau ein Offizier eines jeden Regiments und eines jeden Dienstgrades steht

Hatte Leonhard Euler mit Hexen zu tun?

Das Problem der Unordnung

Екатерина Великая
1729 - 1796

Zum Divisionsball ordnet jedes der sechs anwesenden Regimenter für jeden der sechs Dienstgrade je einen Offizier ab:

Diese sechsunddreißig Offiziere sollen zur Feier des Tages so im Quadrat aufgestellt werden, dass in jeder Zeile und jeder Spalte genau ein Offizier eines jeden Regiments und eines jeden Dienstgrades steht

Euler konnte das Problem nicht lösen.

Das Problem der Unordnung

Eulers Lösung für $n = 5$

A a	B d	C b	D e	E g
B b	C e	D g	E a	A d
C g	D a	E d	A b	B e
D d	E b	A e	B g	C a
E e	A g	B a	C d	D b

Das Problem der Unordnung

Systematik?

A a	B d	C b	D e	E g
B b	C e	D g	E a	A d
C g	D a	E d	A b	B e
D d	E b	A e	B g	C a
E e	A g	B a	C d	D b

Das Problem der Unordnung

Versatz:

A B C D E

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

Das Problem der Unordnung

Versatz:

a

b

g

d

e

a	d	b	e	g
b	e	g	a	d
g	a	d	b	e
d	b	e	g	a
e	g	a	d	b

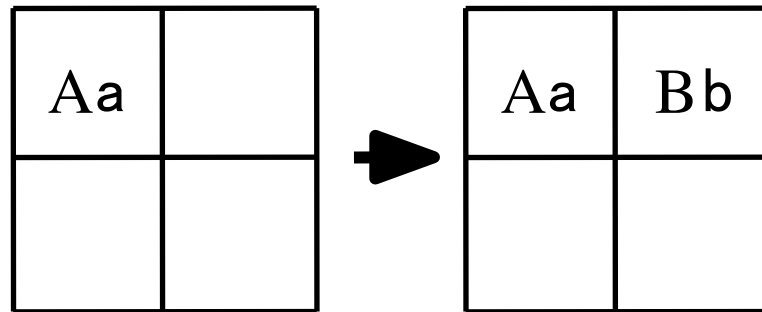
Das Problem der Unordnung

$$n = 2$$

Aa	

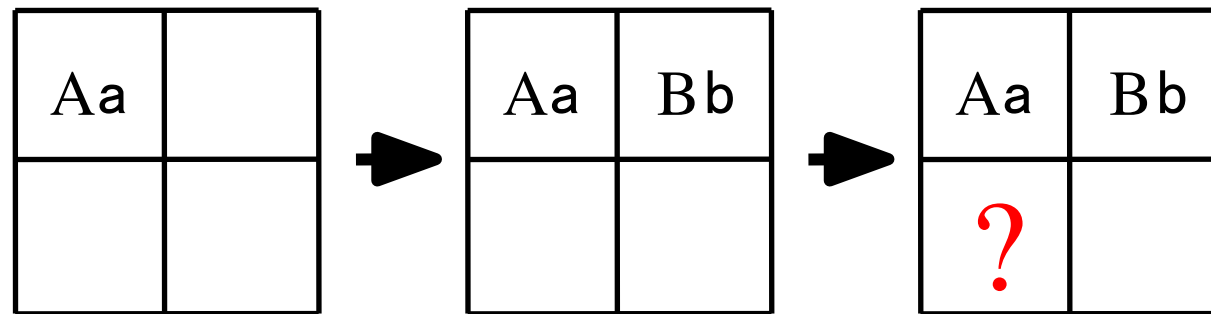
Das Problem der Unordnung

$$n = 2$$



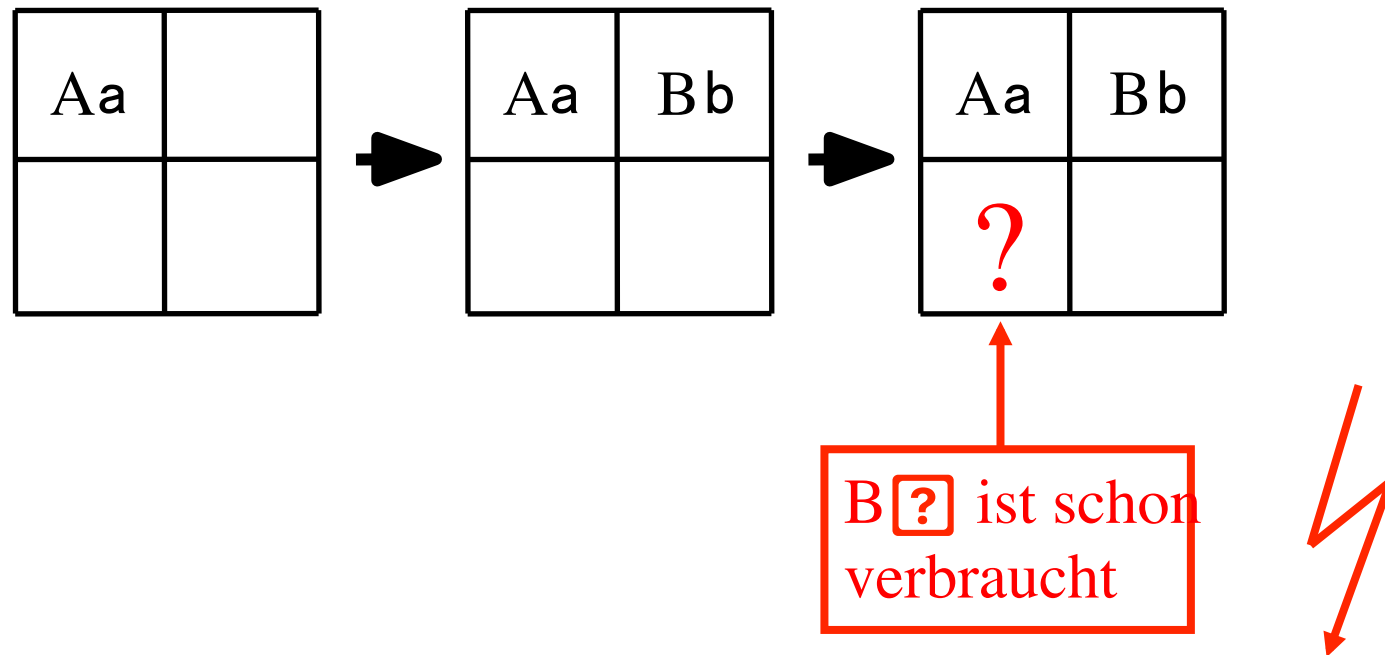
Das Problem der Unordnung

$n = 2$



Das Problem der Unordnung

$n = 2$



Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).



Oxymoron

Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).



Oxymoron

bittersüß (Duden)

Bei Stau bitte weiterfahren! (Verkehrsschild an Kreisel)

Querdenken als Programm (ETH Zürich)

Selbstkompetenz (PH irgendwo)

Das Nichts nichtet. (Martin Heidegger)

Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

O-Ton Euler:

J'ai examiné par cette méthode un très grand nombre de quarrés transformés semblables, sans en rencontrer un seul qui n'ait eu le même inconvénient, de ne fournir aucun Système de directrices dont l'une ou l'autre bande verticale ne renfermât un nombre deux fois, et je n'ai pas hésité d'en conclure qu'on ne sauroit produire aucun quarré complet de 36 cases, et que la meme impossibilité s'étende aux cas de $n = 10, n = 14$ et en général à tous les nombres impairement pairs.

Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

O-Ton Euler:

J'ai examiné par cette méthode un très grand nombre de quarrés transformés semblables, sans en rencontrer un seul qui n'ait eu le même inconvénient, de ne fournir aucun Système de directrices dont l'une ou l'autre bande verticale ne renfermât un nombre deux fois, et je n'ai pas hésité d'en conclure qu'on ne sauroit produire aucun quarré complet de 36 cases, et que la meme impossibilité s'étende aux cas de $n = 10, n = 14$ et en général à tous les nombres impairement pairs.

Frühfranzösisch

Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

Hier irrte Euler.

Richtig ist:

Geht nicht für $n = 2$ und $n = 6$. Sonst geht es.

Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

Hier irrte Euler.

Richtig ist:

Geht nicht für $n = 2$ und $n = 6$. Sonst geht es.

↑
trivial

Das Problem der Unordnung

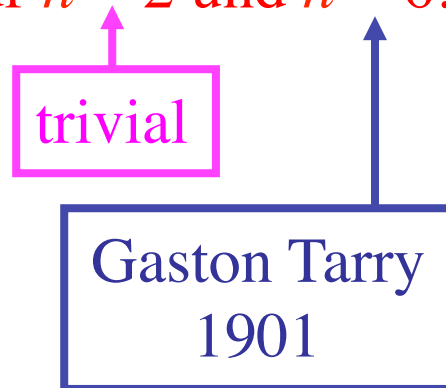
Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

Hier irrte Euler.

Richtig ist:

Geht nicht für $n = 2$ und $n = 6$. Sonst geht es.

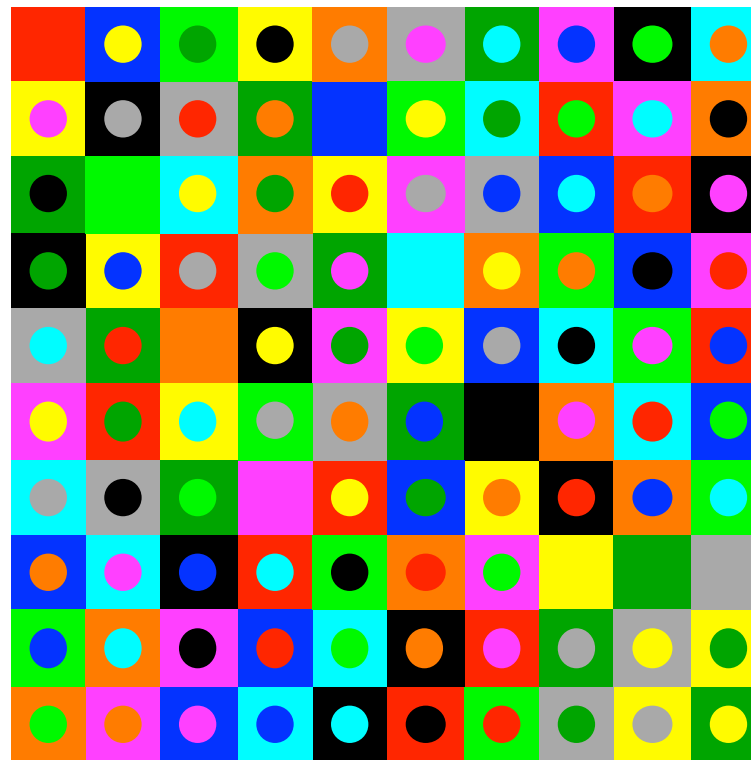


Das Problem der Unordnung

Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

Gegenbeispiel für $n = 10$ (Bose und Shrickhande 1959)



Das Problem der Unordnung

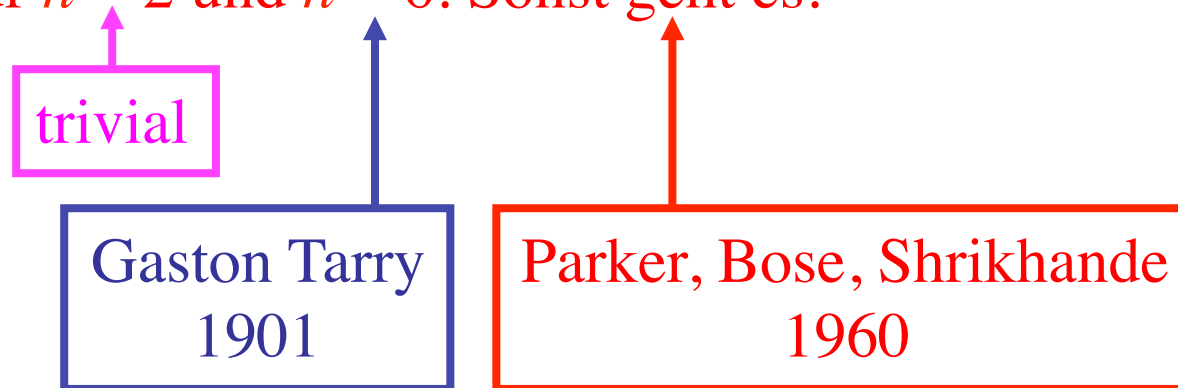
Vermutung von Euler:

Geht nicht für $n = 2, 6, 10, 14, \dots$ (ordre impairement pair).

Hier irrte Euler.

Richtig ist:

Geht nicht für $n = 2$ und $n = 6$. Sonst geht es.



Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

3	-1	8
3	5	2
4	6	0

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & -1 & 8 \\ \hline 3 & 5 & 2 \\ \hline 4 & 6 & 0 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 6 & 7 & -2 \\ \hline -3 & 5 & 9 \\ \hline 8 & -1 & 4 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & 6 & 6 \\ \hline 0 & 10 & 11 \\ \hline 12 & 5 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Summe auch ein Hexenhäuschen

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

$$3 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & -1 & 8 \\ \hline 3 & 5 & 2 \\ \hline 4 & 6 & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 9 & -3 & 24 \\ \hline 9 & 15 & 6 \\ \hline 12 & 18 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Vielfaches auch ein Hexenhäuschen

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

Die Hexenhäuschen bilden einen Vektorraum

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

Die Hexenhäuschen bilden einen Vektorraum

Dimension? Basis?

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

Die Hexenhäuschen bilden einen Vektorraum

Dimension? Basis?

a	b	c
d	e	
	\dots	

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

Die Hexenhäuschen bilden einen Vektorraum

Dimension? Basis?

a	b	c
d	e	$(a+b+c)-(d+e)$
$(a+b+c)-(a+d)$	$(a+b+c)-(b+e)$	

Die Minute
der Wahrheit

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

Die Hexenhäuschen bilden einen Vektorraum

Dimension? Basis?

a	b	c
d	e	$(a+b+c)-(d+e)$
$(a+b+c)-(a+d)$	$(a+b+c)-(b+e)$	$-c+d+e$

Die Minute
der Wahrheit

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

Die Hexenhäuschen bilden einen Vektorraum

Dimension = 5, mögliche Basis

$$h_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad h_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad h_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$h_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad h_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Das Problem der Unordnung

Verallgemeinerung

Hexenhäuschen: Zeilen- und Spaltensummen invariant

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 & 5 \\ 3 & 1 & 11 \\ 10 & 6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 38 & 47 \\ 1 & 49 & 55 \\ 84 & 18 & 3 \end{bmatrix}$$

Matrixprodukt wieder ein Hexenhäuschen

Allgemeiner Beweis?